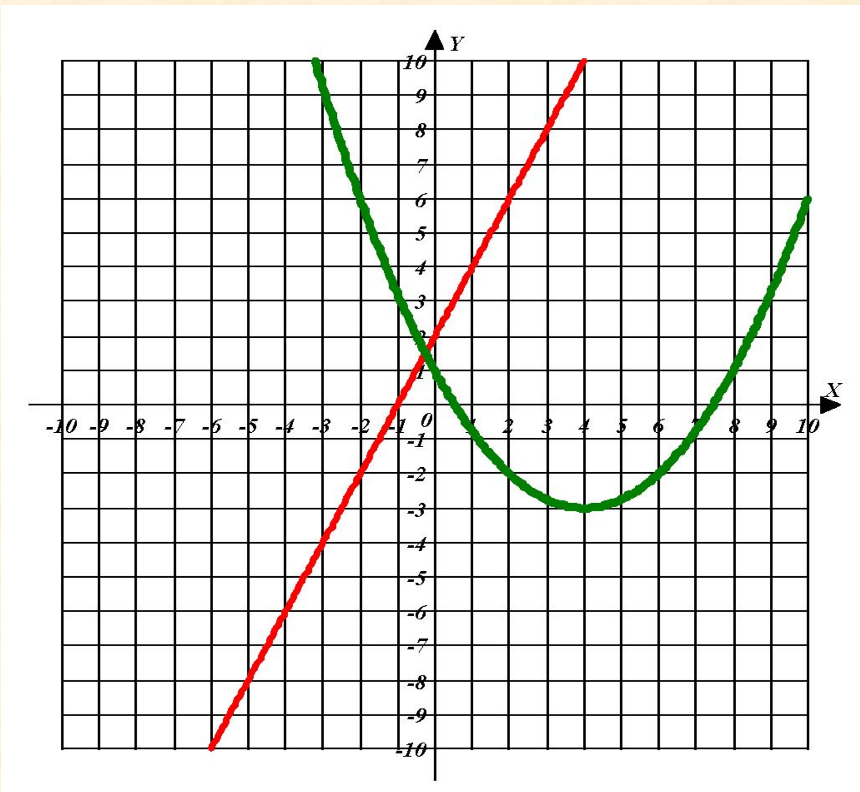
СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

Алгебра 9 класс



Составила учитель математики
МОУ СОШ № *31* г Краснодара
Шеремета И.В.

PREZENTED.RU

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

- ***свойства функции***
  - ***монотонность***
  - ***наибольшее и наименьшее значения***
  - ***непрерывность***
  - ***четность***
  - ***выпуклость***
  - ***ограниченность***

МОНОТОННОСТЬ

Возрастающая

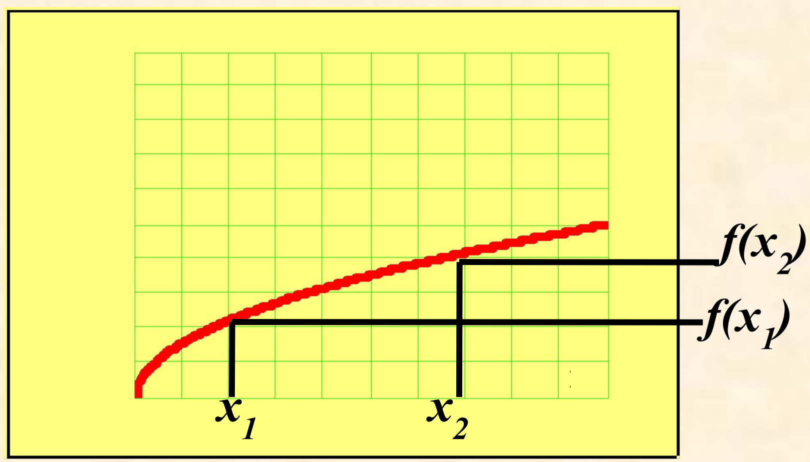
Функцию $y = f(x)$ называют возрастающей на множестве X, если для любых двух точек x_1 и x_2 множества X, таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство

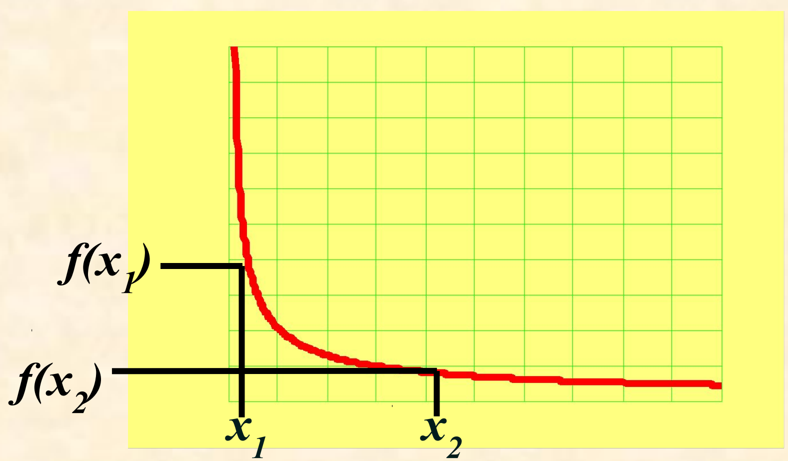
$$f(x_1) < f(x_2).$$

Убывающая

Функцию $y = f(x)$ называют убывающей на множестве X, если для любых двух точек x_1 и x_2 множества X, таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство

$$f(x_1) > f(x_2).$$





НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЯ

Число $\boldsymbol{m}$ называют наименьшим значением функции $\boldsymbol{y = f(x)}$ на множестве $\boldsymbol{X}$, если:

1) в $\boldsymbol{X}$ существует такая точка $\boldsymbol{x_0}$, что $\boldsymbol{f(x_0) = m}$.
2) для всех $\boldsymbol{x}$ из $\boldsymbol{X}$ выполняется неравенство

$$\boldsymbol{f(x) \geq f(x_0).}$$

Число $\boldsymbol{M}$ называют наибольшим значением функции $\boldsymbol{y = f(x)}$ на множестве $\boldsymbol{X}$, если:

1) в $\boldsymbol{X}$ существует такая точка $\boldsymbol{x_0}$, что $\boldsymbol{f(x_0) = M}$.
2) для всех $\boldsymbol{x}$ из $\boldsymbol{X}$ выполняется неравенство

$$\boldsymbol{f(x) \leq f(x_0).}$$

НЕПРЕРЫВНОСТЬ

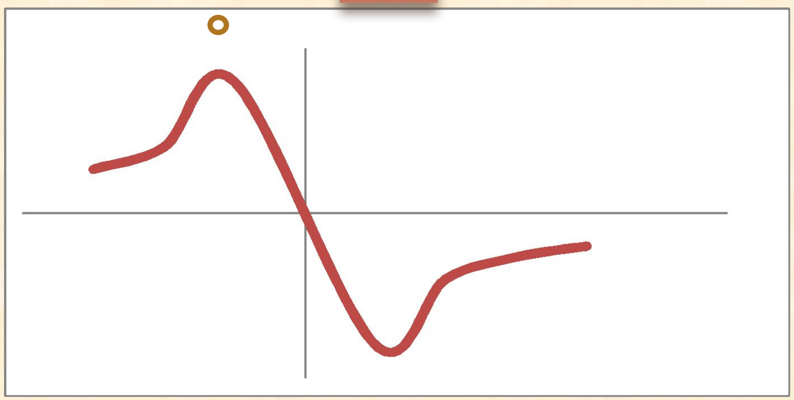
Непрерывность функции на промежутке Х означает, что график функции на промежутке Х сплошной, т.е. не имеет проколов и скачков.

***Задание:* Определите, на каком из рисунков изображен график непрерывной функции.**

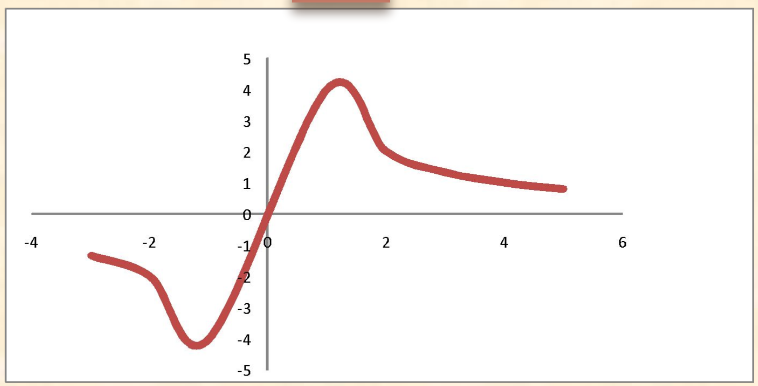
подумай

правильно

1



2

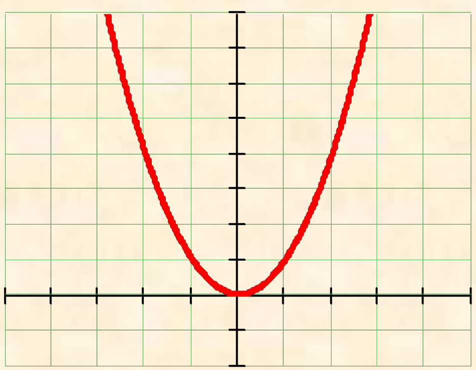


ЧЕТНОСТЬ

Говорят, что множество X ***симметрично относительно начала координат***, если множество X таково, что $(-x) \in X$ при любом $x \in X$.

Четная функция

Функция $y = f(x)$ называется четной, если область ее определения есть множество, симметричное относительно начала координат, и если $f(-x) = f(x)$ при любом $x \in X$. Четная функция симметрична относительно ***оси ординат***.

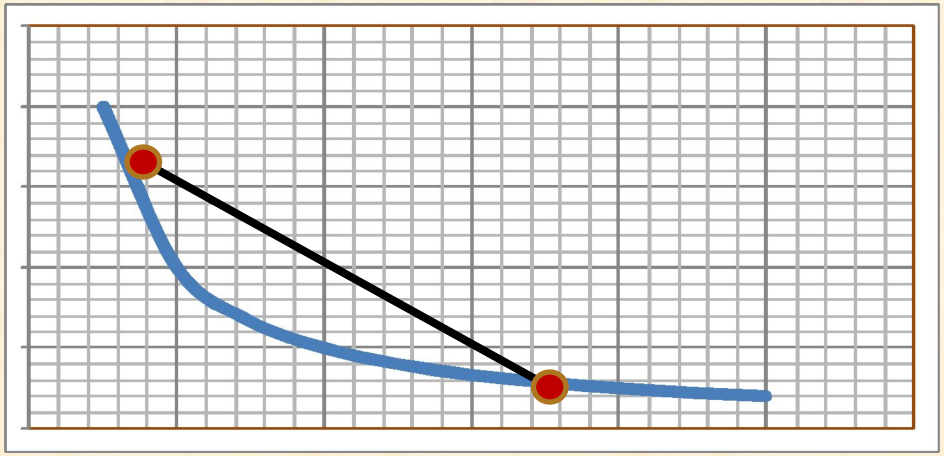


Нечетная функция

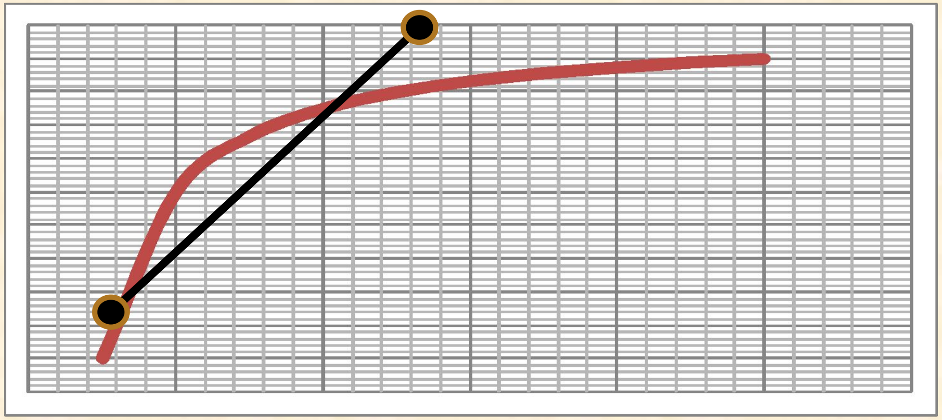
Функция $y = f(x)$ называется четной, если область ее определения есть множество, симметричное относительно начала координат, и если $f(-x) = f(x)$ при любом $x \in X$. Нечетная функция симметрична относительно ***начала координат***.

ВЫПУКЛОСТЬ

- Функция ***выпукла вниз*** на промежутке ***X***, если, соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит ***ниже*** проведенного отрезка.



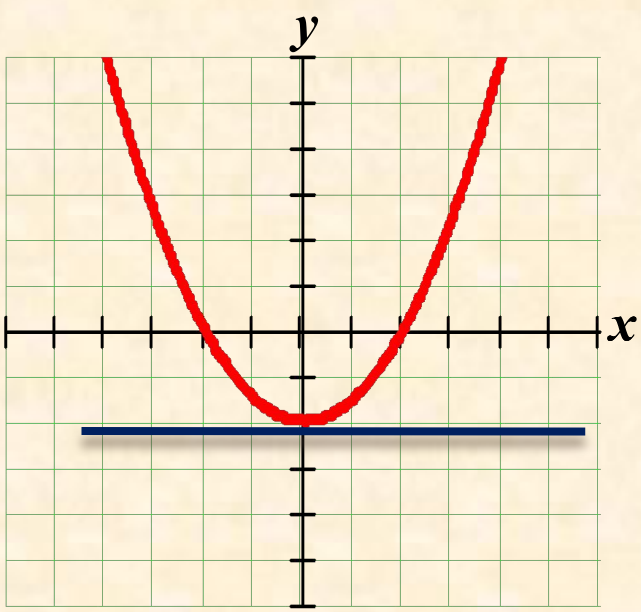
- Функция ***выпукла вверх*** на промежутке ***X***, если соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит ***выше*** проведенного отрезка.

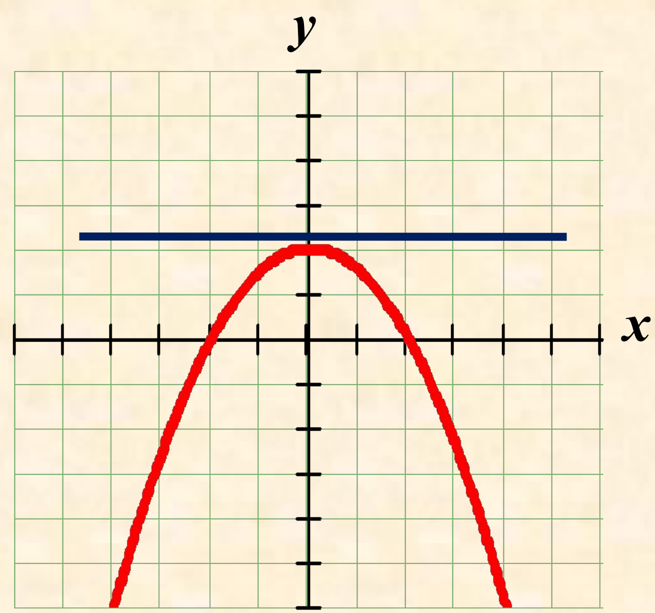


<u>ОГРАНИЧЕННОСТЬ</u>

Функцию $y = f(x)$ называют ***<u>ограниченной снизу</u>*** на множестве X, если все значения функции на множестве X ***<u>больше некоторого числа</u>***.

Функцию $y = f(x)$ называют ***<u>ограниченной сверху</u>*** на множестве X, если все значения функции на множестве X ***<u>меньше некоторого числа</u>***.





АЛГОРИТМ ОПИСАНИЯ СВОЙСТВ ФУНКЦИЙ

- **Область определения**
- **Область значений**
- **Четность**
- **Монотонность**
- **Непрерывность**
- **Ограниченность**
- **Наибольшее и наименьшее значения**
- **Нули функции**
- **Выпуклость**

ОПИШИТЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ:

- $y = kx + m$ – линейная функция
- $y = kx^2$ – квадратичная функция
- $y = k/x$ – обратная пропорциональность
- $y = \sqrt{x}$
- $y = |x|$
- $y = ax^2 + bx + c$ – квадратичная функция

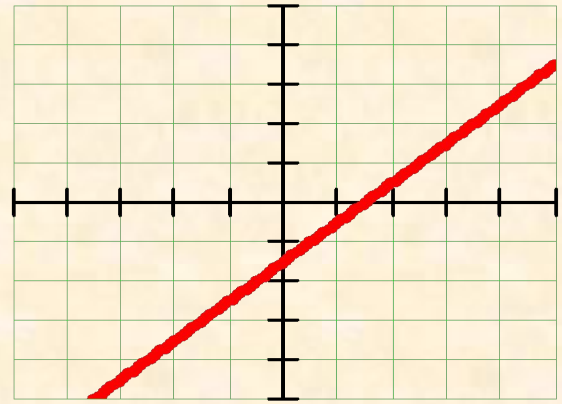
СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ $y = kx + m$ $(k \neq 0)$

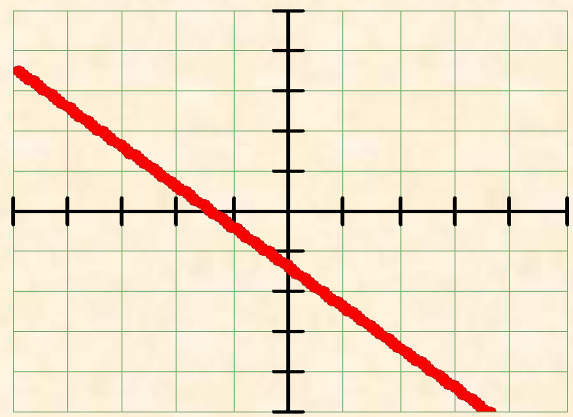
1. D(f) = (-∞; +∞);
2. E(f) = (-∞; +∞);
3. ни четная, ни нечетная;
4. возрастает при $k > 0$,

   убывает при $k < 0$;
5. непрерывная
6. не ограничена ни снизу, ни сверху;
7. нет ни наибольшего, ни наименьшего значений;
8. y = 0, при
9. о выпуклости $x = -\dfrac{m}{k}$ не имеет смысла.

$k > 0$



$k < 0$

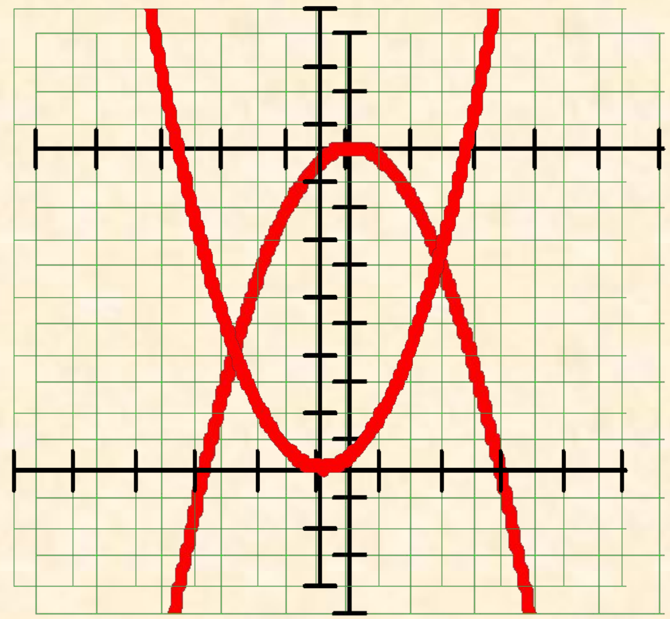


СВОЙСТВА ФУНКЦИИ $y = kx^2$

при k ≷ 0

1. D(f) = (-∞, +∞);
2. E(f) = [0, +∞) / (-∞, 0];
3. четная;
4. убывает на луче [0, +∞) / (-∞, 0],

   возрастает на луче [0, +∞) / (-∞, 0];
5. непрерывна;
6. ограничена снизу, не ограничена сверху / ограничена сверху, не ограничена снизу;
7. $y_{наиб}$ = 0, $y_{наим}$ не существует / $y_{наиб}$ не существует, $y_{наим}$ = 0;
8. у = 0 при х = 0
9. выпукла вверх / вниз.



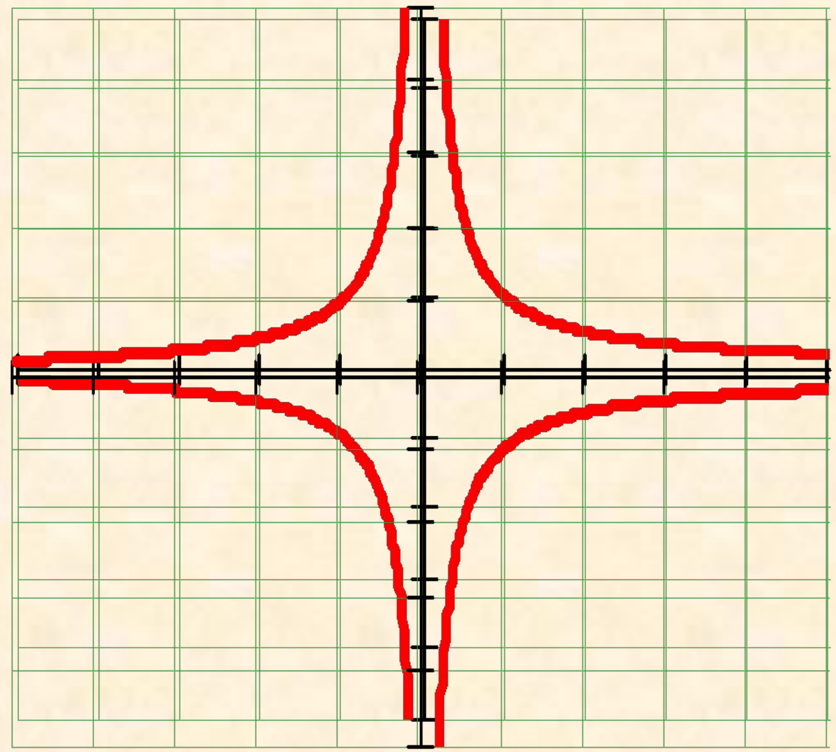
СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ $y = \frac{k}{x}$

при $k > 0$

при $k < 0$

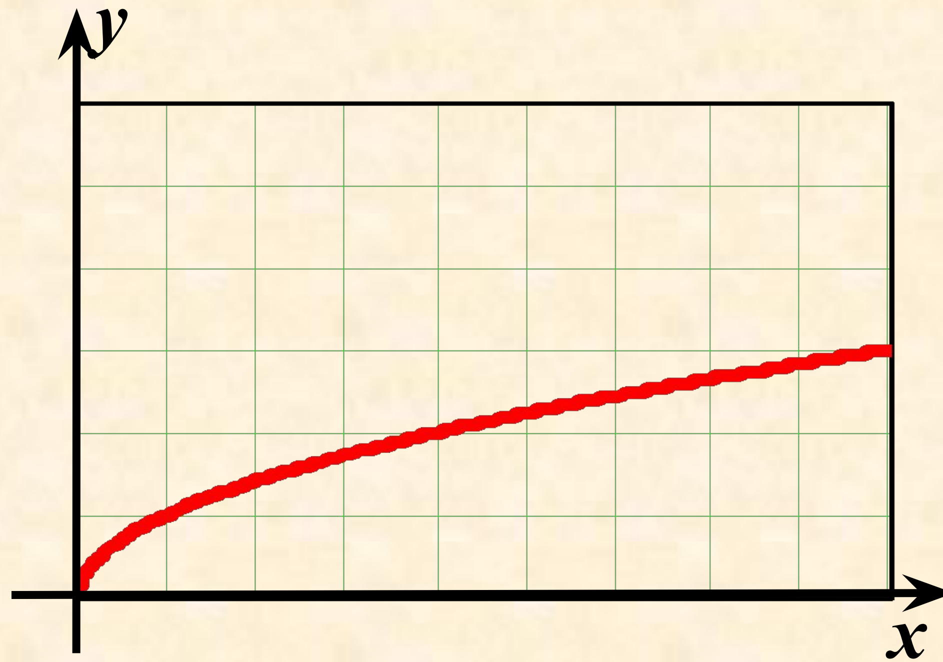
1. D(f) = (-∞,0)U(0, +∞);
2. E(f) = (-∞,0)U(0,+∞);
3. четная
4. убывает на луче *(-∞,0)* и на
   возрастает на луче *(-∞,0)* и на
   луче ***(0,+∞);***
5. нет ни наименьшего, ни наибольшего значений;
6. непрерывна на луче ***(-∞,0)*** и на луче ***(0,+∞);***
7. выпукла вверх при $x \lessgtr 0$ и выпукла вниз при $x \gtrless 0$;
8. ограничена ни сверху при $x \lessgtr 0$, ограничена снизу при $x \gtrless 0$;
9. с осями координат не пересекается.



СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ $y = \sqrt{x}$

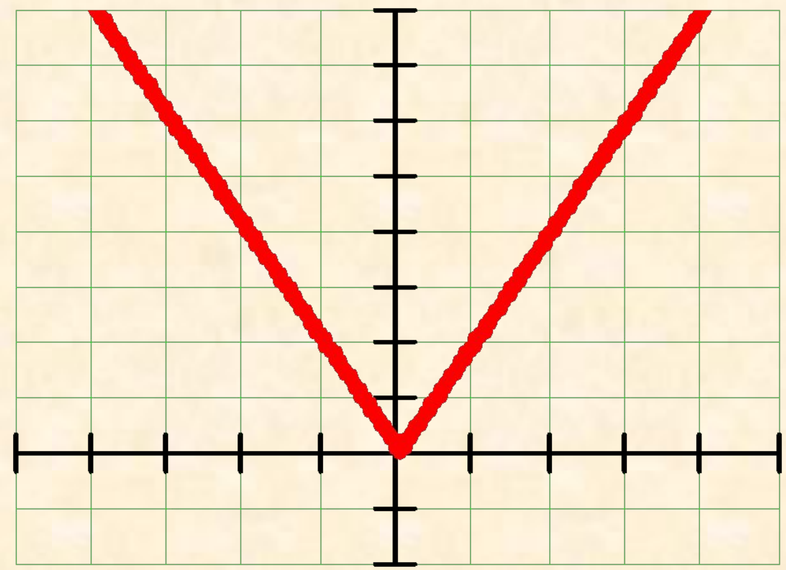
1. $D(f) = [0,+\infty)$;
2. $E(f) = [0, +\infty)$;
3. ни четная, ни нечетная;
4. возрастает на всей области определения;
5. непрерывна;
6. ограничена снизу;
7. $y_{наим} = 0$, $y_{наиб}$ = не существует;
8. $y = 0$ при $x = 0$;
9. выпукла вверх.



СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ $y = |x|$

1. D(f) = (-∞,+∞);
2. E(f) = [0, +∞);
3. четная;
4. убывает на луче ***(-∞,0]***, возрастает на луче ***[0, +∞)***;
5. непрерывна;
6. ограничена снизу, не ограничена сверху;
7. $y_{наим} = 0$, $y_{наиб}$ = ***не существует***;
8. y = 0 при x = 0;
9. можно считать выпуклой вниз.



СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ $y = ax^2 + bx + c$

при $a > 0$

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$;
2. $E(f) = [y_0; +\infty)$
3. убывает на луче $\left(-\infty; -\dfrac{b}{2a}\right]$;
   возрастает на луче $\left[-\dfrac{b}{2a}; -\infty\right)$
4. ограничена снизу;
5. $y_{наим} = y_0$, $y_{наиб}$ не существует;
6. непрерывна;
7. выпукла вниз;

при $a < 0$

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$;
2. $E(f) = (-\infty; y_0]$
3. убывает на луче $\left[-\dfrac{b}{2a}; -\infty\right)$
   возрастает на луче $\left(-\infty; -\dfrac{b}{2a}\right]$;
4. ограничена сверху;
5. $y_{наим}$ не существует, $y_{наиб} = y_0$;
6. непрерывна;
7. выпукла вверх.