



# *6 класс* *математика*



## *Делимость чисел*

*Урок №13-15*

*НОД. Взаимно простые числа*



## *Цели:*



- ❖ *ввести понятия наибольшего общего делителя;*
- ❖ *формировать навык нахождения наибольшего общего делителя;*
- ❖ *отрабатывать умение решать задачи на использование НОД чисел;*
- ❖ *обобщить имеющиеся у учащихся знания о наибольшем общем делителе натуральных чисел, о взаимно простых числах.*

# Изучение нового материала

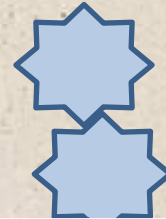
Решите уравнения, записывая только ответы.

$$84 : л = 14;$$

$$л = 6$$

$$84 : т = 7;$$

$$т = 12$$



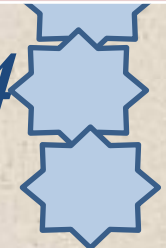
|   |   |   |   |    |    |    |    |
|---|---|---|---|----|----|----|----|
| 3 | 4 | 6 | 7 | 12 | 14 | 21 | 28 |
| д | е | л | и | т  | е  | л  | ь  |

$$84 : е = 6;$$

$$е = 14$$

$$84 : и = 12;$$

$$и = 7$$



Расположите ответы в порядке возрастания.

Назовите, какое слово получилось. Дайте определение делителя натурального числа.

*Делитель – это  
натуральное число, на  
которое делится данное  
натуральное число без  
остатка.*

*Разложите на простые множители число*

|     |   |
|-----|---|
| 875 | 5 |
| 175 | 5 |
| 35  | 5 |
| 7   | 7 |
| 1   |   |

**875**

$$875 = 5^3 \cdot 7$$

*Назовите **наибольший делитель**, отличный от самого числа. Как его найти?*

*Чтобы **найти наибольший делитель**, надо число **разделить на наименьший делитель**, отличный от единицы.*

$$875 : 5 = 175$$



## Разложите на простые множители число

2376 | 2

1188 | 2

594 | 2

297 | 2

99 | 3

33 | 3

11 | 11

1

2376

$$2376 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 11$$

Назовите **наибольший делитель**, отличный от самого числа. Как его найти?

Чтобы найти **наибольший делитель**, надо число **разделить на наименьший делитель**, отличный от единицы.

$$2376 : 2 = 1188$$

*Разложите на простые множители число*

|      |   |
|------|---|
| 5625 | 3 |
| 1875 | 3 |
| 625  | 5 |
| 125  | 5 |
| 25   | 5 |
| 5    | 5 |
| 1    |   |

**5625**

$$5625 = 3^2 \cdot 5^4$$

*Назовите **наибольший делитель**, отличный от самого числа. Как его найти?*

*Чтобы найти **наибольший делитель**, надо **число разделить на наименьший делитель**, отличный от единицы.*

$$5625 : 3 = 1875$$

Для каждой пары чисел: 18 и 9; 10 и 7; 15 и 20; 14 и 35; 48 и 36;  
Найдите все делители каждого числа.  
Подчеркните их общие делители.

Выделите их **наибольший общий делитель**.

18: 1, 2, 3, 6, 9, 18.  
9: 1, 3, 9.

14: 1, 2, 7, 14.  
35: 1, 5, 7, 35.

10: 1, 10.  
7: 1, 7.

15: 1, 3, 5, 15.  
20: 1, 2, 4, 5, 10, 20.

48: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.  
36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.



## *Наибольший общий делитель:*

*наибольшее натуральное число, на которое делятся без остатка числа  $a$  и  $b$ , называют наибольшим общим делителем этих чисел.*

*Обозначают:  $\text{НОД}(48; 36) = 12$*

*Запишем НОД для чисел*

$$\text{НОД}(18; 9) = 9,$$

$$\text{НОД}(15; 20) = 5,$$

$$\text{НОД}(10; 7) = 1,$$

$$\text{НОД}(14; 35) = 7,$$

$$\text{НОД}(48; 36) = 12.$$

*Этот способ удобен, когда количество делителей, хотя бы у одного из чисел, невелико (способ 1).*

## Способ 2.

1. Разложите числа на простые множители.
2. Выпишите общие простые множители.
3. Найдите произведение полученных простых множителей.

|    |   |
|----|---|
| 24 | 2 |
| 12 | 2 |
| 6  | 2 |
| 3  | 3 |
| 1  |   |

|    |   |
|----|---|
| 60 | 2 |
| 30 | 2 |
| 15 | 3 |
| 5  | 5 |
| 1  |   |

$$24 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 2 \cdot \underline{3};$$

$$60 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot 5$$

$$\text{НОД}(24;60) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12.$$

$$\text{НОД}(50; 175) = ?$$

$$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$50 = \underline{2} \cdot \underline{5} \cdot 5;$$

$$175 = \underline{5} \cdot \underline{5} \cdot 7$$

$$\text{НОД}(50; 175) = 5 \cdot 5 = 25$$

$$\text{НОД} (675; 875) = ?$$

|     |   |
|-----|---|
| 675 | 3 |
| 225 | 3 |
| 75  | 3 |
| 25  | 5 |
| 5   | 5 |
| 1   |   |

|     |   |
|-----|---|
| 875 | 5 |
| 175 | 5 |
| 35  | 5 |
| 7   | 7 |
| 1   |   |

$$675 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \underline{5} \cdot \underline{5};$$

$$875 = \underline{5} \cdot \underline{5} \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{НОД}(675; 875) = 5 \cdot 5 = 25$$

$$\text{НОД}(7920; 594) = ?$$

|      |    |
|------|----|
| 7920 | 2  |
| 3960 | 2  |
| 1980 | 2  |
| 990  | 2  |
| 495  | 3  |
| 165  | 3  |
| 55   | 5  |
| 11   | 11 |
| 1    |    |

|     |    |
|-----|----|
| 594 | 2  |
| 297 | 3  |
| 99  | 3  |
| 33  | 3  |
| 11  | 11 |
| 1   |    |

$$7920 = \underline{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot 5 \cdot \underline{11}$$

$$594 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot 3 \cdot \underline{11}$$

$$\text{НОД}(7920; 594) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 = 198$$



## *Алгоритм нахождения **наибольшего общего делителя** нескольких чисел.*

*Чтобы найти **наибольший общий делитель** **нескольких** натуральных чисел, надо:*

- 1) разложить их на простые множители;*
- 2) из множителей, входящих в каждое разложение подчеркнуть общие множители;*
- 3) найти произведение подчеркнутых множителей.*

*Если все данные числа **делятся на одно из них**, то **это число** и является наибольшим общим делителем данных чисел.*

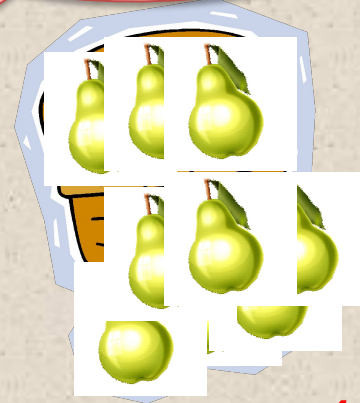
## Задача.

В одной корзине 32 яблока, в другой корзине 40 груш. Какое наибольшее количество одинаковых наборов можно составить, используя эти фрукты.

Найти наибольшее число, на которое делятся числа 32 и 40, то есть найти их **наибольший общий делитель**.



**32 яблока**



**40 груш**

$$\text{НОД}(32; 40) = 8.$$

**Ответ: 8 наборов.**

Для каждой пары чисел: 35 и 88; 25 и 9; 5 и 3; 7 и 8;  
Найдите все делители каждого числа.  
Подчеркните их общие делители.

Выделите их **наибольший общий делитель**.

35: 1, 5, 7, 35

88: 1, 2, 4, 8, 11, 22, 44, 88

$\text{НОД}(35; 88) = 1.$

25: 1, 5, 25

9: 1, 3, 9

$\text{НОД}(25; 9) = 1;$

5: 1, 5

3: 1, 3

$\text{НОД}(5; 3) = 1;$

7: 1, 7

8: 1, 8

$\text{НОД}(7; 8) = 1.$

*Такие числа называются  
взаимно простыми.*

$$\text{НОД}(35; 88) = 1$$

$$\text{НОД}(25; 9) = 1$$

$$\text{НОД}(5; 3) = 1$$

$$\text{НОД}(7; 8) = 1$$

*Натуральные числа называют  
взаимно простыми, если их  
наибольший общий делитель  
равен 1.*



## *Историческая минутка.*

*Древние греки придумали замечательный способ, позволяющий искать наибольший общий делитель двух натуральных чисел без разложения на множители. Он носил название «Алгоритма Евклида».*

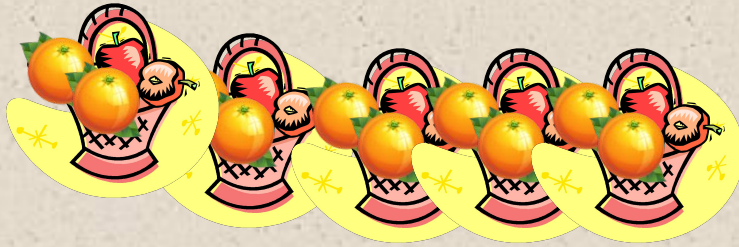
*Он заключается в том, что наибольшим общим делителем двух натуральных чисел является последний, отличный от нуля, остаток при последовательном делении чисел.*

*Положим, требуется найти НОД (455; 312), Тогда*  
 $455 : 312 = 1 \text{ (ост. 143)}, \text{ получаем } 455 = 312 \cdot 1 + 143$   
 $312 : 143 = 2 \text{ (ост. 26)}, \quad 312 = 143 \cdot 2 + 26$   
 $143 : 26 = 5 \text{ (ост. 13)}, \quad 143 = 26 \cdot 5 + 13$   
 $26 : 13 = 2 \text{ (ост. 0)}, \quad 26 = 13 \cdot 2$

*Последний делитель или последний, отличный от нуля остаток 13 будет искомым НОД (455; 312) = 13.*



*Ребята получили на новогодней елке одинаковые подарки.  
Во всех подарках вместе было 123 апельсина и 82 яблока.  
Сколько ребят присутствовало на елке? Сколько апельсинов  
и сколько яблок было в каждом подарке?*



*Сколько ребят -?  
Сколько яблок - ?  
Сколько апельсинов -?*

*Количество апельсинов и яблок  
должно делиться на одно и то же  
наибольшее число.*

*$\text{НОД}(123; 82) = 41$ , значит, 41 человек.*

$$123 : 41 = 3 \text{ (ап.)}$$

$$82 : 41 = 2 \text{ (ябл.)}$$

*Ответ: ребят 41, апельсинов 3, яблок 2.*

*Найдите **наибольший общий делитель** числителя и знаменателя дробей.*

$$\frac{20}{30} \quad \text{НОД} (20; 30) = 10 \quad \frac{13}{26} \quad \text{НОД}(13; 26) = 13$$

$$\frac{8}{24} \quad \text{НОД} (8; 24) = 8 \quad \frac{24}{60} \quad \text{НОД} (24; 60) = 12$$

$$\frac{15}{35} \quad \text{НОД} (15; 35) = 5 \quad \frac{8}{9} \quad \text{НОД} (8; 9) = 1$$

## Задача

Для поездки за город работникам завода было выделено несколько автобусов, с одинаковым числом мест в каждом автобусе. 424 человека поехали в лес, а 477 человек - на озеро. Все места в автобусах были заняты, и ни одного человека не осталось без места. Сколько автобусов было выделено и сколько пассажиров было в каждом автобусе?

Найти НОД чисел

424 и 477.  
**НОД (424; 477) = 53,**

значит, 53 пассажира в  
одном автобусе.

$424 : 53 = 8$  (авт.) - в лес.

$477 : 53 = 9$  (авт.) - на озеро.

$8 + 9 = 17$  (авт.)

**Ответ: 17 автобусов, 53 пассажира в каждом.**

|     |    |     |    |
|-----|----|-----|----|
| 424 | 2  | 477 | 3  |
| 212 | 2  | 159 | 3  |
| 106 | 2  | 53  | 53 |
| 53  | 53 | 1   |    |
| 1   |    |     |    |

# Ответить на вопросы:

- Какое число называют **общим делителем** данных натуральных чисел?
- Какое число называют **наибольшим общим делителем** двух натуральных чисел?
- Какие числа называют взаимно простыми?
- Как найти наибольший общий делитель **нескольких натуральных** чисел?
- Если числа **взаимно простые**, то какому числу равен их наибольший общий делитель?
- Верно ли: «Если числа простые, то они взаимно простые»? Ответ обоснуйте.