

# Эффект Доплера.

Эффектом Доплера называется изменение частоты колебаний, воспринимаемой приемником, при движении источника колебаний и приемника относительно друг друга.

**Случай 1.** Источник звука неподвижен, наблюдатель движется.



Доплер (1803-1853) – австрийский физик, математик и астроном.

Длина звуковой волны:

$$\lambda = VT_{\text{H}} + V_{\text{H}}T_{\text{H}}.$$

Период воспринимаемого наблюдателем звука:

$$T_{\text{H}} = \frac{1}{f_{\text{H}}}.$$

Связь длины волны и частоты:

$$\lambda = \frac{V}{f_{\text{H}}}.$$

Частота звуковой волны, воспринимаемая наблюдателем:

$$f_{\text{H}} = \frac{V + V_{\text{H}}}{V} f_{\text{И}}.$$

Если наблюдатель движется в направлении источника ( $V_{\text{H}} > 0$ ), то  $f_{\text{H}} > f_{\text{И}}$ , если наблюдатель движется от источника ( $V_{\text{H}} < 0$ ), то  $f_{\text{H}} < f_{\text{И}}$ .

## Случай 2. Источник движется. Наблюдатель неподвижен.



Длина звуковой волны:

$$\lambda = (V + V_{и})T.$$

Период воспринимаемого наблюдателем звука:

$$T = \frac{1}{f_{и}}.$$

Связь длины волны и частоты:

$$\lambda = \frac{V}{f_H}.$$

Частота звуковой волны, воспринимаемая наблюдателем:

$$f_{\text{H}} = \frac{V}{V + V_{\text{И}}} f_{\text{И}}.$$

Если источник удаляется от наблюдателя, то  $V_{\text{И}} > 0$  и, следовательно,  $f_{\text{H}} < f_{\text{И}}$ . Если источник приближается к наблюдателю, то  $V_{\text{И}} < 0$  и  $f_{\text{H}} > f_{\text{И}}$ .

**Случай 3.** Источник и наблюдатель движутся со скоростями  $V_{И}$  и  $V_{Н}$ , формула для эффекта Доплера приобретает вид:

$$f_{Н} = \frac{V + V_{Н}}{V + V_{И}} f_{И}.$$

Эффект Доплера объясняется тем, что при движении источника звука или наблюдателя длина волны и частота звука могут существенно изменяться.

## **6. Элементы механики жидкостей**

### **6.1. Давление жидкостей и газов**

**В газе молекулы совершают беспорядочное, хаотическое движение. В результате соударений они стремятся разлететься во все стороны, заполняя весь предоставленный им объем.**

**Жидкость, имея определенный объем, принимает форму того сосуда, в который она заключена. В жидкостях в отличие от газов среднее расстояние между молекулами остается практически постоянным, поэтому жидкость обладает практически неизменным объемом.**

**При исследовании свойств жидкости используется физическая модель несжимаемой жидкости, плотность которой всюду одинакова и не меняется со временем.**

На каждый элемент поверхности тела, помещенного в жидкость действует сила, направленная перпендикулярно поверхности.

***Давлением жидкости*** называется физическая величина, определяемая нормальной силой, действующей со стороны жидкости на единицу площади:

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S}.$$

Единица давления — паскаль (Па):

1 Па равен давлению, создаваемому силой 1 Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1 м<sup>2</sup> (1 Па=1 Н/м<sup>2</sup>).

Давление жидкости подчиняется закону Паскаля.

### ***Закон Паскаля:***

«давление в любом месте покоящейся жидкости одинаково по всем направлениям, причем давление одинаково передается по всему объему, занятому покоящейся жидкостью».

При равновесии жидкости давление по горизонтали всегда одинаково. Поэтому свободная поверхность покоящейся жидкости всегда горизонтальна вдали от стенок сосуда.

Если жидкость несжимаема, то ее плотность не зависит от давления. Тогда при поперечном сечении  $S$  столба жидкости, его высоте  $h$  и плотности  $\rho$  вес будет равен:

$$P = \rho g S h.$$

Давление на нижнее основание:

$$p = \frac{P}{S} = \frac{\rho g S h}{S} = \rho g h.$$

Давление  $\rho g h$  называется гидростатическим давлением.

## ***Закон Архимеда:***

**«на тело, погруженное в жидкость (газ), действует со стороны этой жидкости направленная вверх выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости (газа)»:**

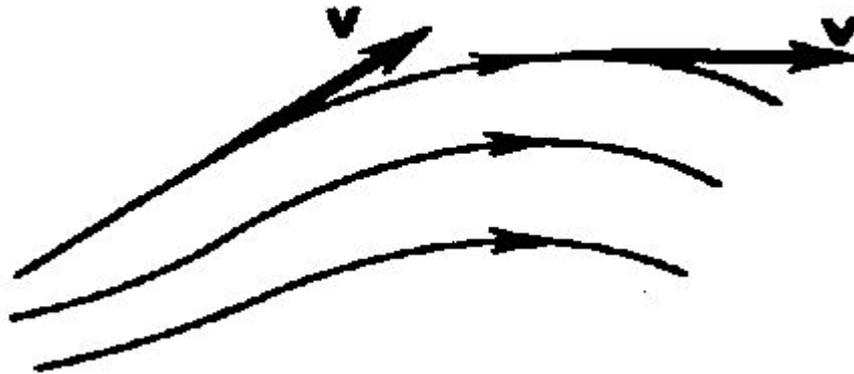
$$**F_A = \rho g V.**$$

**где  $\rho$  — плотность жидкости,  $V$ — объем погруженного в жидкость тела.**

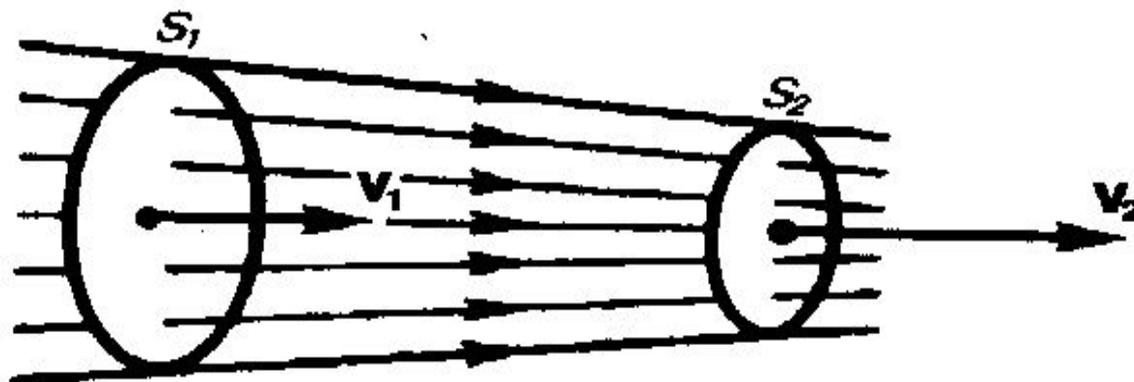
## 6.2. Уравнение неразрывности

Движение жидкостей называется *течением*, а совокупность частиц движущейся жидкости — *поток*ом.

Графически движение жидкостей изображается с помощью линий тока, которые проводятся так, что касательные к ним совпадают по направлению с вектором скорости жидкости:



Линии тока проводятся так, чтобы густота их была больше там, где больше скорость течения жидкости, и меньше там, где жидкость течет медленнее.

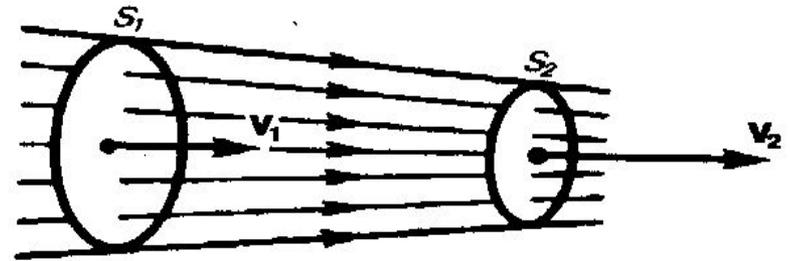


Часть жидкости, ограниченную линиями тока, называют трубкой тока жидкости.

Течение жидкости называется **стационарным**, если форма и расположение линий тока, а также значения скоростей в каждой ее точке со временем не изменяются.

Рассмотрим трубку тока жидкости.

Выберем два её сечения  $S_1$  и  $S_2$ , перпендикулярные направлению скорости.



За время  $\Delta t$  через сечение  $S$  проходит объем жидкости  $S v \Delta t$ .

Если жидкость несжимаема, то через сечение  $S_2$  за пройдет тот же объем жидкости, значит:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 = \text{const},$$

- *уравнение неразрывности* для несжимаемой жидкости.

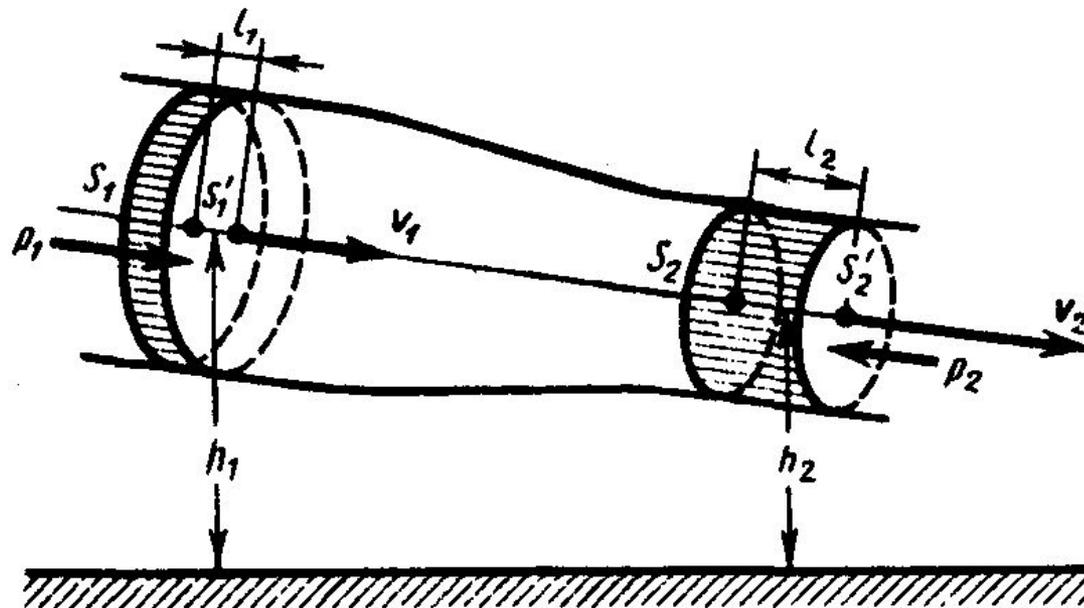
«Произведение скорости течения несжимаемой жидкости на поперечное сечение трубки тока есть величина постоянная для данной трубки тока».

## 6.4. Уравнение Бернулли

Уравнение Бернулли применимо для идеальной стационарно текущей жидкости.

Идеальной жидкостью называется воображаемая жидкость, в которой отсутствуют силы внутреннего трения.

В стационарно текущей жидкости выбираем трубку с сечениями  $S_1$  и  $S_2$ .



Согласно закону сохранения энергии, изменение полной энергии  $E_2 - E_1$  идеальной несжимаемой жидкости должно быть равно работе  $A$  внешних сил по перемещению массы  $m$  жидкости:

$$E_2 - E_1 = A,$$

$$E_1 = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1, \quad E_2 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 .$$

С другой стороны работа внешних сил равна сумме:

$$A = F_1 l_1 + F_2 l_2,$$

$$F_1 = p_1 S_1, \quad F_2 = -p_2 S_2 .$$

Приравняем записанные выражения и получим равенство:

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 + p_1 S_1 V_1 \Delta t = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 + p_2 S_2 V_2 \Delta t.$$

Согласно уравнению непрерывности:

$$\Delta V = S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t, \quad m = \rho \cdot \Delta V.$$

Разделим записанное равенство на  $\Delta V$ :

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const}$$

— это уравнением Бернулли.

Даниил Бернулли - швейцарский физик и математик (1700—1782).



Величина  $p$  в уравнении Бернулли называется статическим давлением,  
величина  $\rho v^2 / 2$  — динамическим давлением,  
величина  $\rho g h$  — гидростатическим давлением.

Уравнение Бернулли выражает закон сохранения энергии применительно к установившемуся течению идеальной жидкости.

Из уравнения Бернулли для горизонтальной трубки тока и уравнения неразрывности следует:

1. При течении жидкости по горизонтальной трубе, имеющей различные сечения, скорость жидкости больше в местах сужения.
2. Статическое давление больше в более широких местах, т. е. там, где скорость меньше.

## 6.5. Вязкость (внутреннее трение)

**Вязкость** — это свойство реальных жидкостей оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости относительно другой.

При перемещении одних слоев реальной жидкости относительно других возникают силы внутреннего трения, направленные по касательной к поверхности слоев.

Со стороны слоя, движущегося быстрее, на слой, движущийся медленнее, действует ускоряющая сила.

Со стороны слоя, движущегося медленнее, на слой, движущийся быстрее, действует тормозящая сила.

$$\frac{\Delta v}{\Delta x}$$

- градиент скорости.

Он показывает, как быстро меняется скорость при переходе от слоя к слою в направлении  $X$ , перпендикулярном направлению движения слоев.

Сила внутреннего трения: 
$$F = \eta \left| \frac{\Delta v}{\Delta x} \right| S.$$

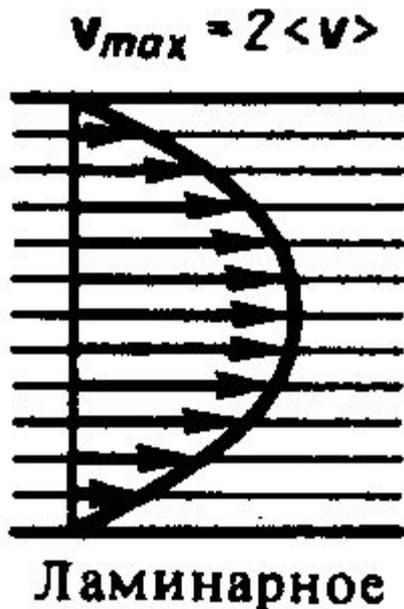
Коэффициент пропорциональности  $\eta$ , зависящий от природы жидкости, называется динамической вязкостью (или просто вязкостью).

Единица вязкости — паскаль-секунда (Па·с):  
1 Па·с равен динамической вязкости среды, в которой при ламинарном течении и градиенте скорости с модулем, равным 1 м/с на 1 м, возникает сила внутреннего трения 1 Н на 1 м<sup>2</sup> поверхности касания слоев (1 Па·с = 1 Н·с/м<sup>2</sup>).

Вязкость зависит от температуры, причем характер этой зависимости для жидкостей и газов различен (для жидкостей  $\eta$  с увеличением температуры уменьшается, у газов, наоборот, увеличивается).

## 6.6. Два режима течения жидкостей.

**Течение называется ламинарным** (слоистым), если вдоль потока каждый выделенный тонкий слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними.



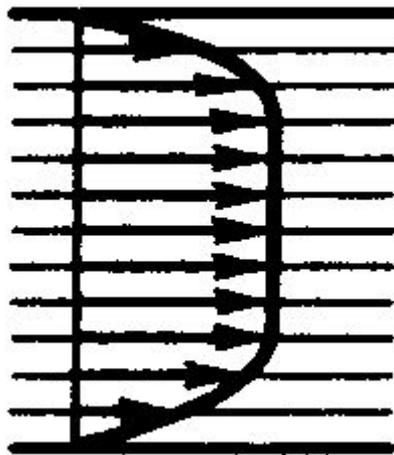
Ламинарное течение жидкости наблюдается при небольших скоростях ее движения. Внешний слой жидкости, примыкающий к поверхности трубы, в которой она течет, из-за сил молекулярного сцепления прилипает к ней и остается неподвижным.

Скорости последующих слоев тем больше, чем больше их расстояние до поверхности трубы, и наибольшей скоростью обладает слой, движущийся вдоль оси трубы.

## ***Течение называется турбулентным***

**(вихревым), если вдоль потока происходит интенсивное вихреобразование и перемешивание жидкости (газа).**

$$v_{max} = 1,23 \langle v \rangle$$



**Турбулентное**

При турбулентном течении частицы жидкости приобретают составляющие скоростей, перпендикулярные течению, поэтому они могут переходить из одного слоя в другой.

Скорость частиц жидкости быстро возрастает по мере удаления от поверхности трубы, затем изменяется довольно незначительно. Так как частицы жидкости переходят из одного слоя в другой, то их скорости в различных слоях мало отличаются.

Из-за большого градиента скоростей у поверхности трубы обычно происходит образование вихрей.

Характер течения определяется числом Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{\rho \langle v \rangle d}{\eta} = \frac{\langle v \rangle d}{\nu},$$

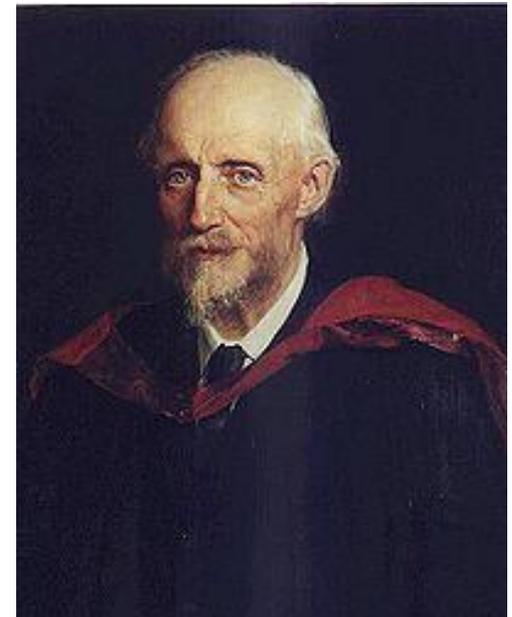
$\nu = \eta/\rho$  — кинематическая вязкость,

$\rho$  — плотность жидкости,

$\langle v \rangle$  — средняя по сечению трубы  
скорость жидкости,

$d$  — характерный линейный размер,  
например диаметр трубы.

Рейнольдс Осборн—  
английский ученый: физик и  
механик (1842—1912) .



1. При малых значениях числа Рейнольдса:

$$Re \leq 1000$$

наблюдается ламинарное течение.

2. При средних значениях числа Рейнольдса:

$$1000 \leq Re \leq 2000$$

происходит переход от ламинарного течения к турбулентному.

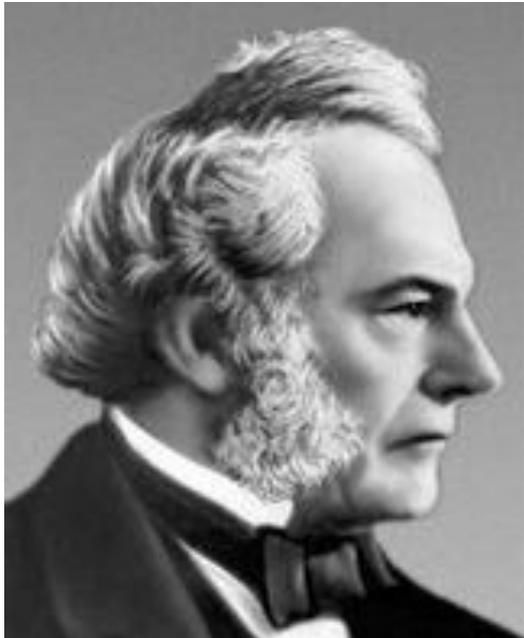
3. При больших значениях числа Рейнольдса:

$$Re \gg 2300$$

течение турбулентное.

## 6.7. Метод Стокса (метод определения вязкости)

Метод определения вязкости основан на измерении скорости медленно движущихся в жидкости небольших тел сферической формы.



**Джордж Стокс— английский физик и математик (1819—1903).**

На шарик, падающий в жидкости вертикально вниз, действуют три силы:

- сила тяжести  $P = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g$  ( $\rho$  — плотность шарика),
- сила Архимеда  $F_A = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho' g$  ( $\rho'$  — плотность жидкости),
- сила сопротивления.

Сила сопротивления эмпирически установлена Джорджем Стоксом:

$$F = 6\pi \eta r v,$$

$r$  — радиус шарика,  $v$  — скорость шарика.

$$P = F_A + F, \quad \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho' g + 6\pi \eta r v,$$

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho')gr^2}{9v}.$$

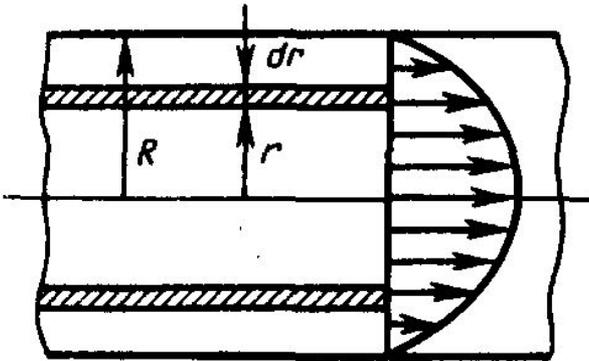
## **6.8. Метод Пуазейля (метод определения вязкости)**

**Метод основан на ламинарном течении жидкости в тонком капилляре.**



**Жан Пуазейль (1799—1868) —  
французский физиолог и физик.**

Рассмотрим капилляр радиусом  $R$  и длиной  $l$ .



В жидкости мысленно выделим цилиндрический слой радиусом  $r$  и толщиной  $dr$ .

Сила внутреннего трения, действующая на боковую поверхность этого слоя:

$$F = -\eta \frac{dv}{dr} dS = -\eta 2\pi r l \frac{dv}{dr},$$

$dS$  — боковая поверхность цилиндрического слоя, знак минус означает, что при возрастании радиуса скорость уменьшается.

Для установившегося течения жидкости сила внутреннего трения, действующая на боковую поверхность цилиндра, уравнивается силой давления, действующей на его основание:

$$-\eta 2\pi r l \frac{dv}{dr} = \Delta p \pi r^2, \quad dv = -\frac{\Delta p}{2\eta l} r dr.$$

После интегрирования, полагая, что у стенок имеет место прилипание жидкости, т. е. скорость на расстоянии  $R$  от оси равна нулю, получим:

$$v = \frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2 - r^2).$$

Отсюда видно, что скорости частиц жидкости распределяются по параболическому закону, причем вершина параболы лежит на оси трубы.

За время  $t$  из трубы вытечет жидкость, объем которой:

$$\begin{aligned} V &= \int_0^R vt \, 2\pi r \, dr = \frac{2\pi\Delta p t}{4\eta l} \int_0^R r(R^2 - r^2) dr = \\ &= \frac{\pi\Delta p t}{2\eta l} \left[ \frac{r^2 R^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_0^R = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8\eta l}, \end{aligned}$$

откуда вязкость:

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8Vl}$$