# Вычисление приделов

Роботу выконала:
Студентка гр.К-11
ХК ДУТ
Леженина Анастасия

# План

1. Определение предела
2. Теоремы
3. Примеры вычисления приделов
4. Литература

# 1. Определение предела

- Число *b* – предел функции *f(x)* при *x* стремящемся к *a*, если для каждого положительного числа e можно указать такое положительной число d, что для всех *x*, отличных от *a* и удовлетворяющих неравенству |*x*-*a*|<d, имеет место неравенство |f(x)-b|<d.

- **Обозначение предела.** Если *b* есть предел функции *f(x)* при *x* стремящемся к *a*, то записывают это так:

$$\lim_{x\to a} f(x)=b.$$

## 2. Вычисление пределов функций основано на применении следующих основных теорем:

**ТЕОРЕМА 1**. Предел суммы двух функций при *x* стремящемся к *a* равен сумме пределов этих функций , то есть

**ТЕОРЕМА 2**. Предел произведения двух функций при *x* стремящемся к *a* равен произведению пределов этих функций, то есть

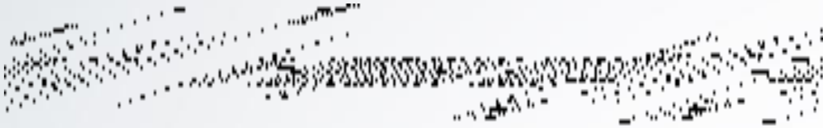
Предел разности равен разности пределов:

**ТЕОРЕМА 3.** Предел частного двух функций при *x* стремящемся к *a* равен частному пределов, если предел знаменателя отличен от нуля, то есть

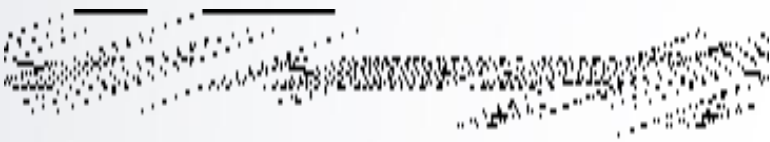
**ТЕОРЕМА 4.** Первый замечательный предел равен

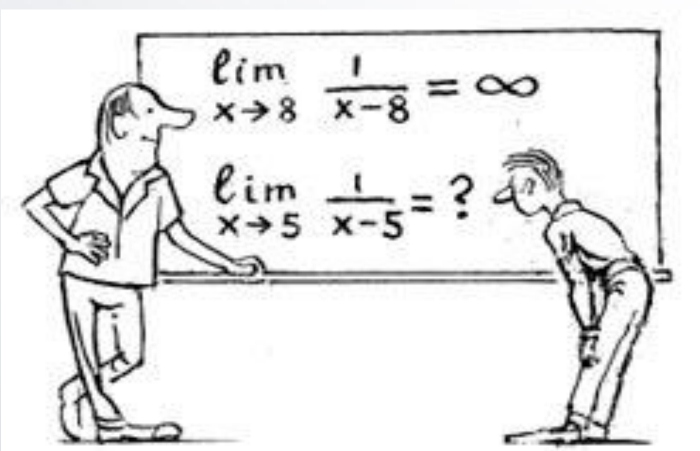
**ТЕОРЕМА 5.** Второй замечательный предел равен

Предел функции в степени:



Предел корня из функции:






Другие полезные формулы пределов:

$$\lim_{\alpha\to 0}\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\alpha}=1 \qquad (\alpha - \textit{угол в радианах})$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x}=0 \qquad \lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin x}{x}=1 \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{arctg} x}{x}=1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{(\arccos x)^2}{1-x}=2 \qquad \lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^a-1}{x}=a$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e \qquad \lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\log_a(1+x)}{x}=\log_a e \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x}=\ln a \qquad \lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$$

# 3. Примеры вычисления приделов

**Пример 1** Докажем, что

$$\lim_{x\to a} x = a.$$

Пусть задано произвольное e>0. Тогда для того чтобы выполнялось неравенство |*f(x)*-*a*|<e, необходимо выполнение неравенства |*x*-*a*|<e, которое, очевидно, выполняется, если |*x*-*a*|<d, где d=e. Таким образом, согласно определению предела функции, число *a*, действительно, является пределом функции *x* при *x* стремящемся к *a*.

# ВЫЧИСЛЕНИЕ НЕСЛОЖНЫХ ПРЕДЕЛОВ

**Пример 1.**

$$\lim_{x\to 7}(x+4) = \lim_{x\to 7} x + \lim_{x\to 7} 4 = 7 + 4 = 11$$

Здесь была использована теорема о пределе суммы.

**Пример 2.**

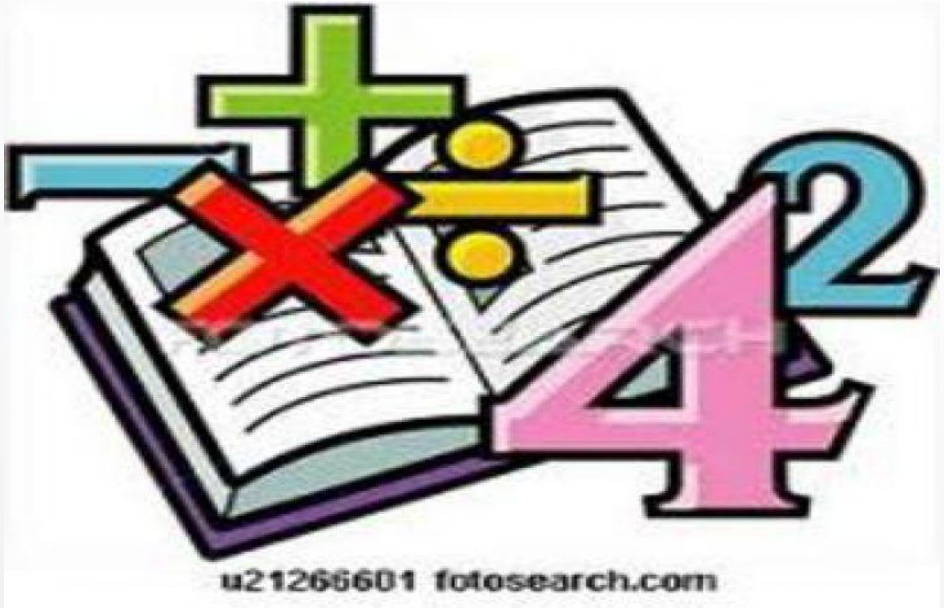
$$\lim_{x\to 7}\frac{5x+2}{2x+3} = \lim_{x\to 7}\frac{5*7+2}{2*7+3} = \lim_{x\to 7}\frac{35+2}{14+3} = \frac{37}{17}$$

На первом шаге была применена теорема о пределе частного, так как предел знаменателя не равен нулю. На втором шаге использовалась теорема о пределе суммы для числителя и знаменателя дроби. После была применена теорема о пределе произведения.

## ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРЕМЫ О ПЕРВОМ ЗАМЕЧАТЕЛЬНОМ ПРЕДЕЛЕ

**Пример 1.**

$$\lim_{x\to 0}\frac{tg(x)}{x} = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin(x)}{x} * \frac{1}{\cos(x)}\right) = \lim_{x\to 0}\frac{\sin(x)}{1} * \lim_{x\to 0}\frac{1}{\cos(x)} = 1 * \frac{1}{\lim\limits_{x\to 0}\cos(x)} = 1* \frac{1}{1} = 1$$



## ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРЕМЫ О ВТОРОМ ЗАМЕЧАТЕЛЬНОМ ПРЕДЕЛЕ

**Пример 1.**

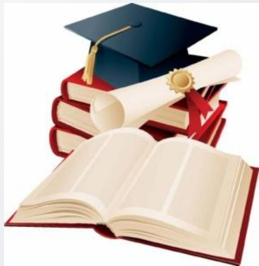
$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\sin(x)}\right)^{x}=\left(1+\frac{1}{\infty}\right)^{\infty}=1^{\infty}=\lim_{x\to\infty}(1+\sin(x))^{1/x}=\mathrm{e}$$

## ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ С КОРНЕМ

**Пример 2.**

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x}=\infty-\infty=1^{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{(\sqrt[3]{x+1})^2+(\sqrt[3]{x})^2+\sqrt[3]{x+1}*\sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x})}{(\sqrt[3]{x+1})^2*\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+\sqrt[3]{x+1}*\sqrt[3]{x}}=$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+1-x}{(\sqrt[3]{x+1})^2*\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+\sqrt[3]{x+1}*\sqrt[3]{x}}=0$$



## Источники информации:


1. www.mathforyou.net/LimitForm.html
2. www.mathprofi.ru/predely_primery_resheniі.html
3. Конспект лекций