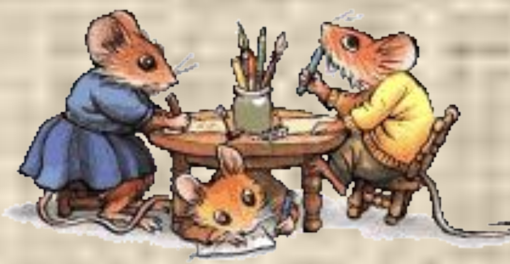
Факториал

9 класс

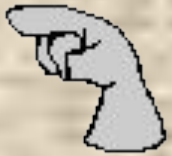
В семье – шесть человек, а за столом в кухне – шесть стульев. В семье решили каждый вечер, ужиная, рассаживаться на эти шесть стульев по-новому. Сколько дней члены семьи смогут делать это без повторений?

- **Для удобства будем считать , что семья (бабушка, дедушка, мама, папа, дочь, сын) будет рассаживаться поочередно.**
- **У бабушки – 6 вариантов выбора стульев.**
- **У дедушки – 5 вариантов выбора стульев.**
- **У мамы – 4 варианта выбора стульев.**
- **У папы – 3 варианта выбора стульев.**
- **У дочери – 2 варианта выбора стульев.**
- **У сына – 1 вариант выбора стульев.**
- **По правилу умножения: 6×5×4×3×2×1 = 720 (дней).**



Определение:

- **Произведение подряд идущих первых n натуральных чисел обозначают n! и называют «эн факториал»:**
- **n! = 1 × 2 × 3 × 4 ×...×(n - 2)×(n – 1)×n.**



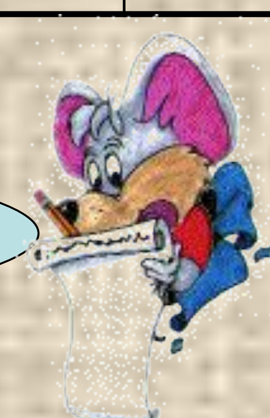
«factor» - «множитель»

«эн факториал» - «состоящий из n множителей».

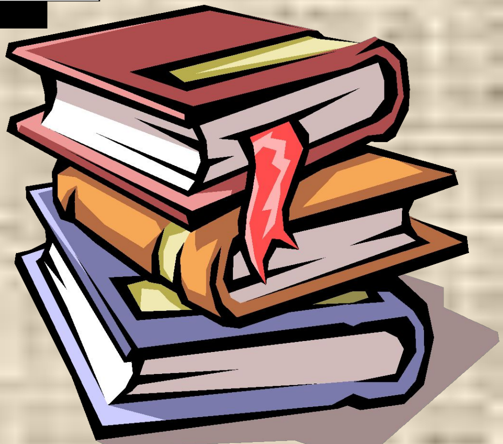
Таблица факториалов

n	1	2	3	4	5	6	7
n	1	$1 \cdot 2 = 2$	$2! \cdot 3 = 6$	$3! \cdot 4 = 24$	$4! \cdot 5 = 120$	$5! \cdot 6 = 720$	$6! \cdot 7 =$ $= 5040$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots (n - 2) \cdot (n - 1) \cdot n$$



$$n! = (n - 1)! \cdot n$$

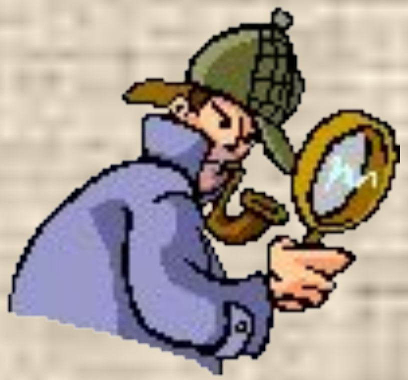


Пример: $\dfrac{7! \cdot 4!}{6! \cdot 5!} = \dfrac{6! \cdot 7 \cdot 4!}{6! \cdot 4! \cdot 5} = \dfrac{7}{5} = 1{,}4$

Пример:

Сколькими способами четыре вора могут по одному разбежаться на все четыре стороны?

- **Решение: Пусть воры разбегаются поочередно.**
- **У первого – 4 варианта выбора**
- **У второго – 3 варианта выбора**
- **У третьего – 2 варианта выбора**
- **У четвертого – 1 вариант выбора**
- **По правилу умножения $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$**
- **Ответ: 24 способа.**



В 9 классе в среду семь уроков: алгебра, геометрия, литература, русский язык, английский язык, биология и физкультура. Сколько можно составить вариантов расписания на среду?

- Для алгебры – 7 вариантов расположения в расписании
- Для геометрии – 6 вариантов

- Для литературы – 5 вариантов и т.д.
- По правилу умножения получаем

$$7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 7! = 5040$$

Теорема: n различных элементов можно расставить по одному на n различных мест ровно n! способами.

или

- **Число всех перестановок множества из n элементов равна n!**

- **$P_n = n!$**

- **P – перестановки**
- **$P_3 = 3! = 6$, $P_7 = 7! = 5040$.**