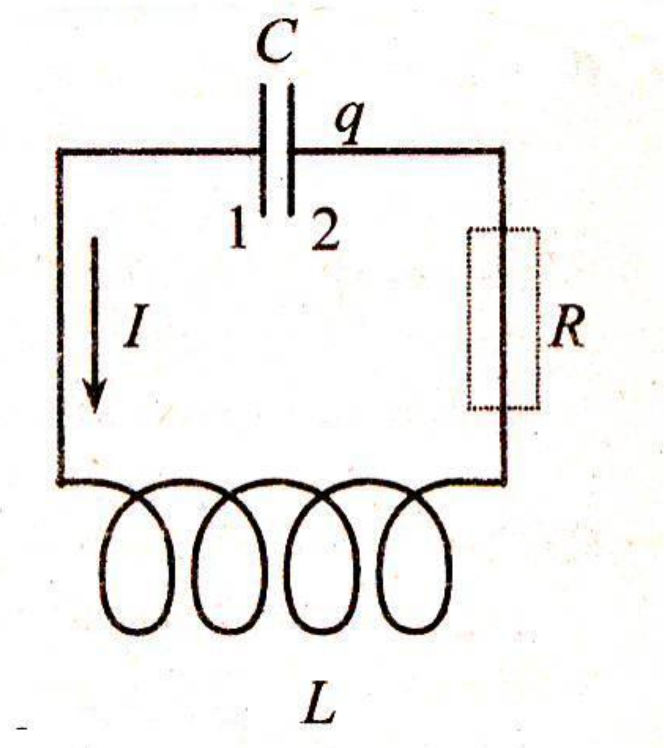
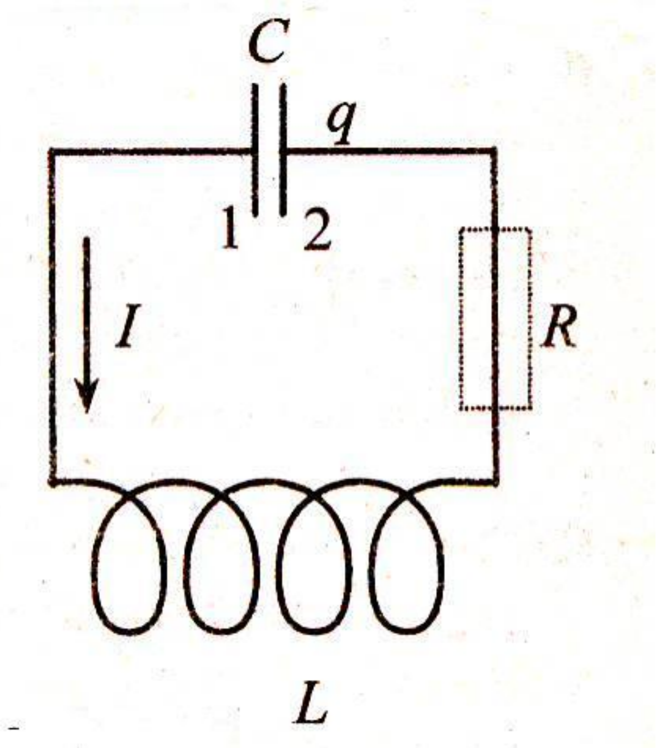
Электромагнитные колебания



Колебательный контур

Состоит из конденсатора и соединенной с ним последовательно катушки индуктивности. Активное сопротивление равно нулю.



Закон сохранения энергии

$$W_n = W_{эл} + W_м = W_{эл\,\max} = W_{м\,\max}$$

$$W_n = \frac{Cu^2}{2} + \frac{Li^2}{2} = \frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2}$$

Уравнение электромагнитных колебаний в контуре

Полная энергия в контуре остается постоянной во времени.

$$\frac{Cu^2}{2} + \frac{Li^2}{2} = const$$

$$\frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} = const$$

Продифференцируем равенство по времени

$$\frac{2q \cdot q'}{2C} + \frac{L \cdot 2i \cdot i'}{2} = 0$$

$$q' = i$$

$$i' = q''$$

$$\frac{qi}{C} + Li \cdot q'' = 0$$

$$q'' + \frac{1}{LC} q = 0$$

Уравнение электромагнитных колебаний в контуре

$$q'' + \frac{1}{LC} q = 0 \qquad \frac{1}{LC} = \omega^2 \qquad q'' + \omega^2 q = 0$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$q = q_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$$

Если при t=0, φ=0, то

$$q = q_{\max} \sin \omega t$$

Уравнение электромагнитных колебаний в контуре

$$q = q_{\max} \sin \omega t$$

$$i = q' = q_{\max} \omega \cos \omega t$$

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_{\max}}{C} \sin \omega t$$

$$I_{\max} = q_{\max} \omega$$

$$U_{\max} = \frac{q_{\max}}{C}$$

Характеристики электромагнитных колебаний

Циклическая частота

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Период электромагнитных колебаний

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{LC}$$

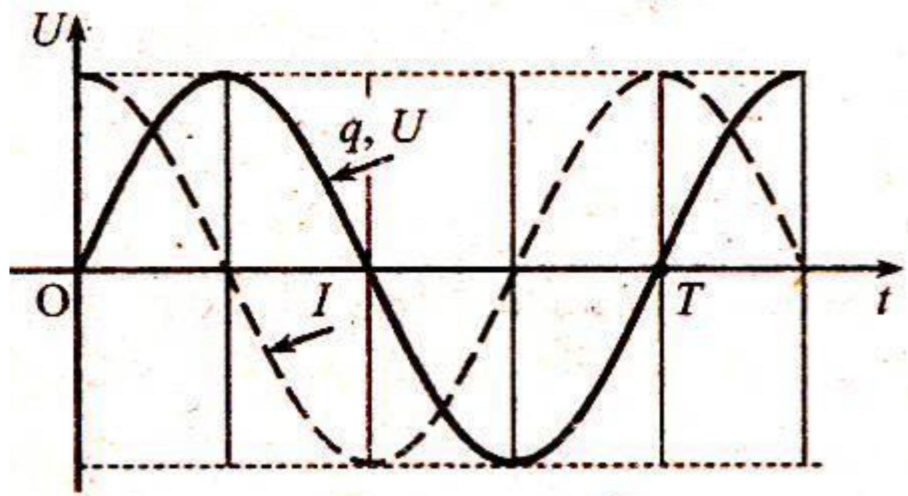
Графики

$$q = q_{\max} \sin \omega t$$

$$U = U_{\max} \sin \omega t$$

$$i = I_{\max} \cos \omega t$$

$$i = I_{\max} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$



Ток опережает по фазе напряжение и заряд на $\dfrac{\pi}{2}$

Энергия электрического поля конденсатора

$$W_{эл} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_{\max}^2}{2C} \cdot \sin^2 \omega t =$$

$$= \frac{q_{\max}^2}{4C}\left(1 - \cos 2\omega t\right) =$$

$$= \frac{q_{\max}^2}{4C}\left(1 + \cos 2\omega t + \pi\right)$$

Энергия магнитного поля катушки

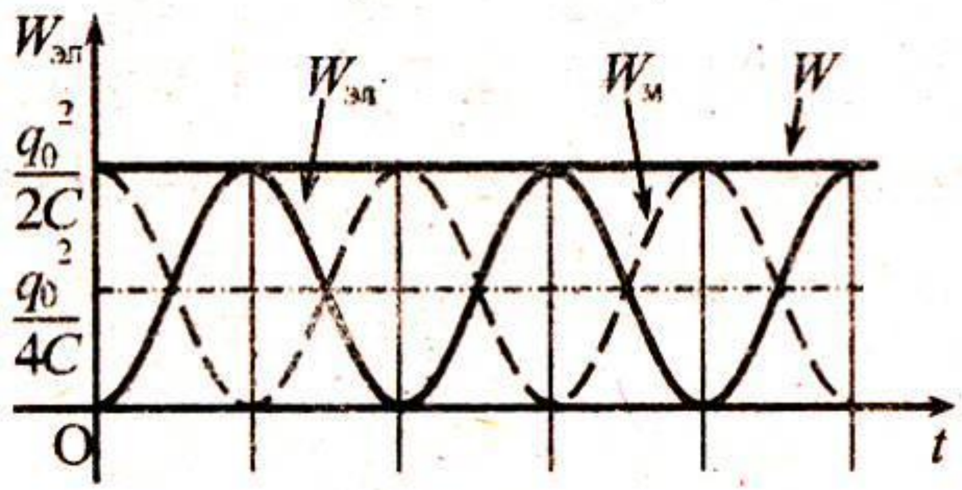
$$W_м = \frac{Li^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2}\cos^2 \omega t =$$

$$= \frac{LI_{\max}^2}{2}\left(1 + \cos 2\omega t\right)$$

Графики

Колебания энергий происходят с частотой в 2 раза превышающей частоту колебаний заряда и силы тока, и со сдвигом фаз, равным π.

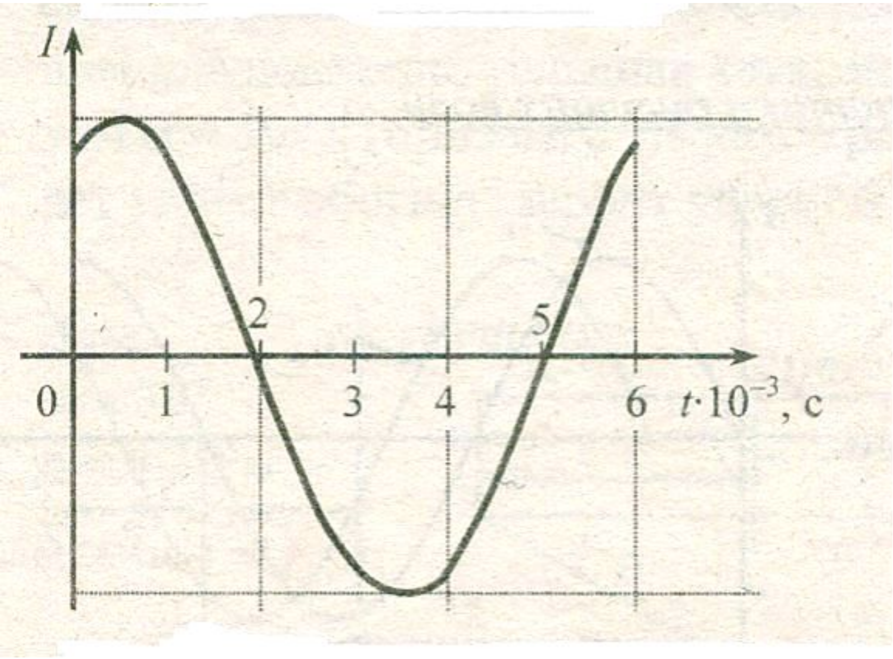
Их сумма – полная энергия электромагнитных колебаний в контуре – остается неизменной во времени и может быть вычислена по их амплитудным значениям.



$$W_п = W_{эл} + W_м = \frac{q_{\max}^2}{2C} + \frac{LI_{\max}^2}{2}$$

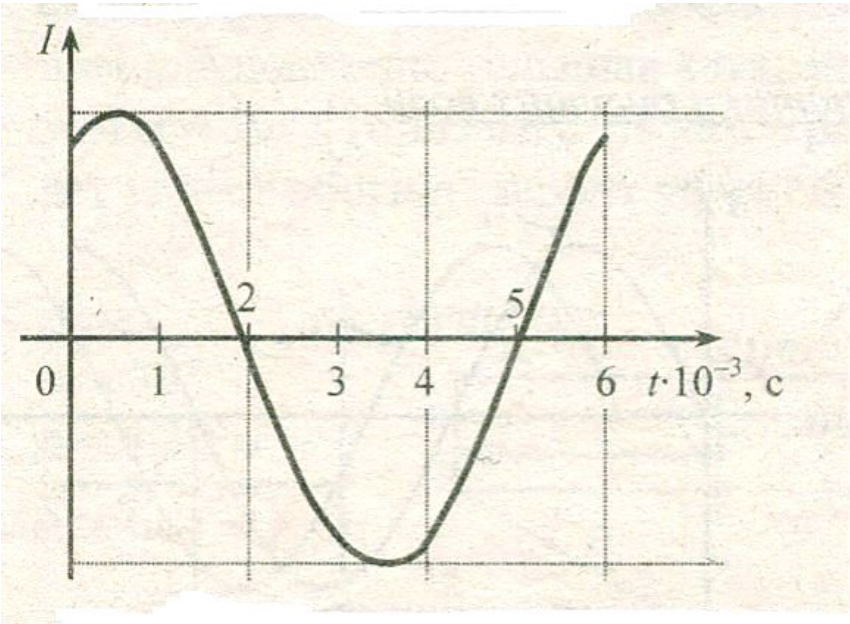
Пример № 1

В колебательном контуре сила тока в катушке меняется с течением времени согласно графику на рисунке. Какое преобразование энергии происходит в контуре в момент времени от $2 \cdot 10^{-3}$с до $3{,}5 \cdot 10^{-3}$с ?



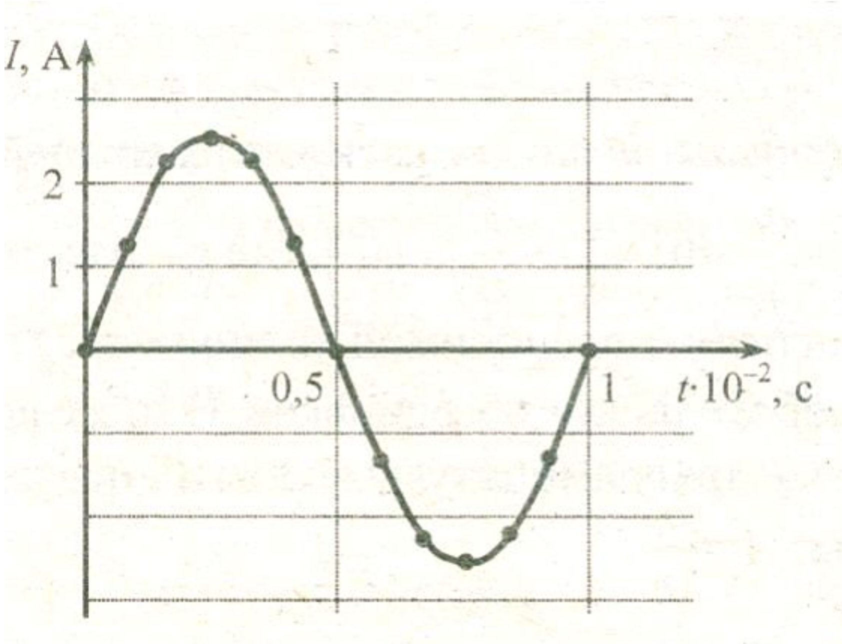
Пример № 1

1. Энергия электрического поля конденсатора преобразуется в энергию взаимодействия его пластин.
2. Энергия магнитного поля катушки преобразуется в энергию электрического поля конденсатора.
3. Энергия электрического поля конденсатора преобразуется в энергию магнитного поля катушки .
4. Энергия магнитного поля катушки преобразуется в энергию силы тока в ней.



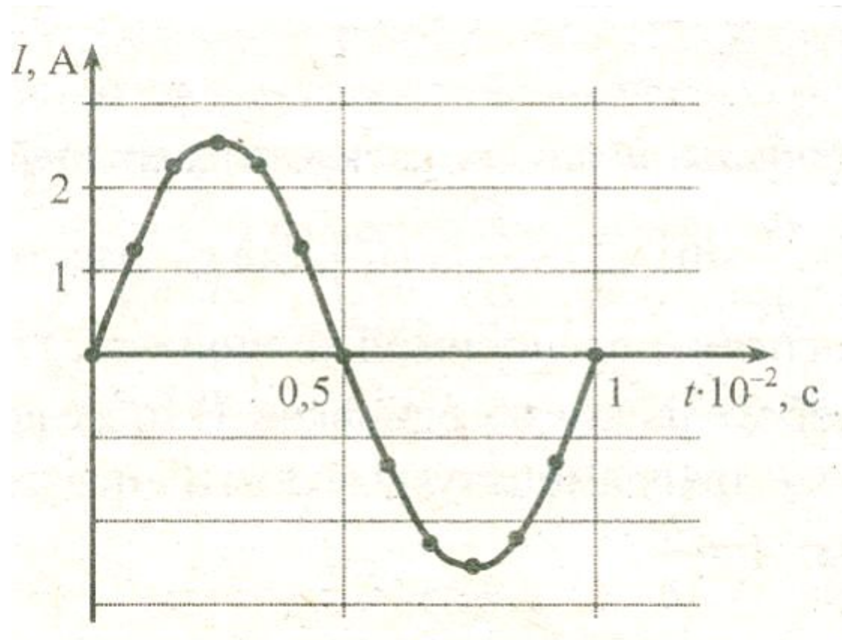
Пример № 2

В колебательном контуре сила тока изменяется согласно графику на рисунке. Заряд конденсатора возрастает в интервале времени…?



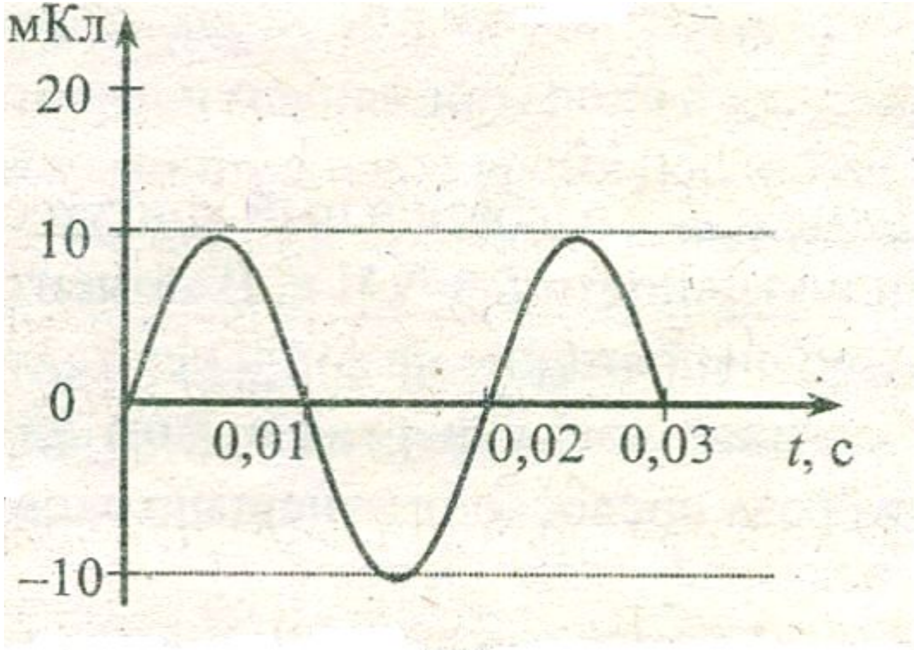
Пример № 2

1. от $0{,}25 \cdot 10^{-2}$ с до $0{,}5 \cdot 10^{-2}$ с;
   от $0{,}75 \cdot 10^{-2}$ с до $1 \cdot 10^{-2}$ с
2. от 0 до $0{,}25 \cdot 10^{-2}$ с;
   от $0{,}5 \cdot 10^{-2}$ с до $0{,}75 \cdot 10^{-2}$ с
3. от 0 до $0{,}5 \cdot 10^{-2}$ с;
4. от $0,\ 5 \cdot 10^{-2}$ с до $1 \cdot 10^{-2}$ с



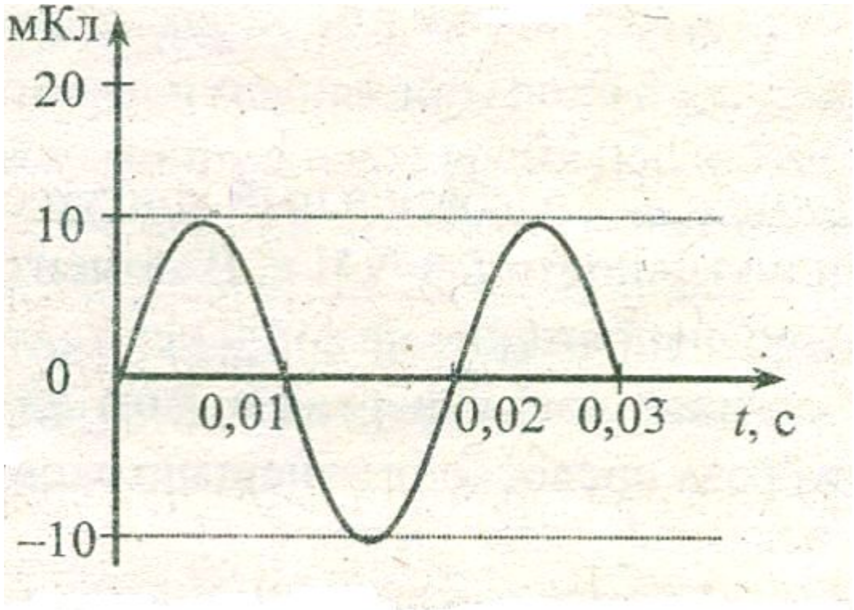
Пример № 3

В колебательном контуре заряд конденсатора изменяется со временем согласно графику на рисунке. Определите величину силы тока в катушке индуктивности в момент времени t=1/300с.



Пример № 3

По графику видим, что заряд конденсатора изменяется со временем по закону:



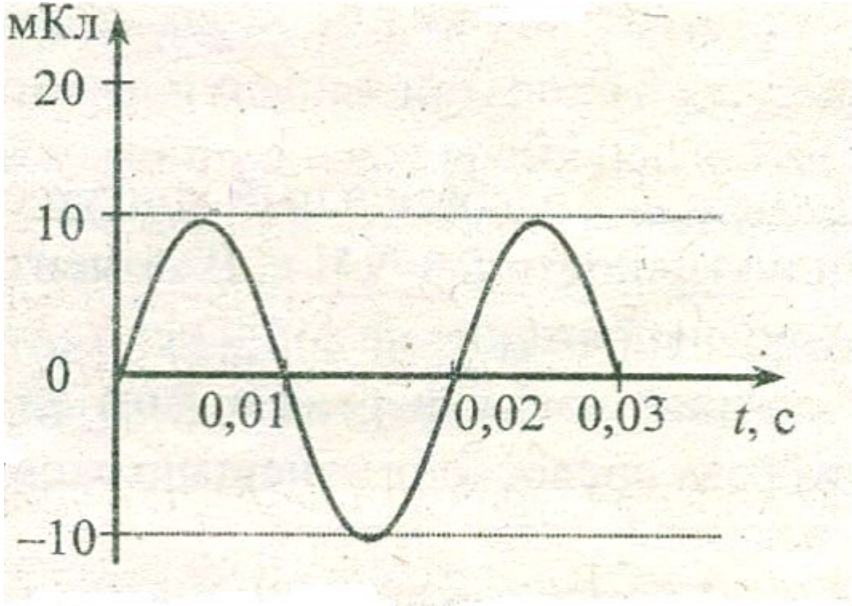
$$q = q_{\max} \sin \omega t$$

$$q_{\max} = 10 мкКл$$

$$T = 0{,}02 c; \omega = \frac{2\pi}{T}; \omega = \frac{2\pi}{0{,}02} = \pi \cdot 100 c^{-1}$$

Пример № 3

Сила тока в катушке индуктивности изменяется от времени по закону:



$$i = q' = q_{\max}\omega\cos\omega t$$

$$t = \frac{1}{300}c$$

$$i = 10\cdot10^{-3}\cdot\pi\cdot100\cdot\cos\frac{\pi}{3} = 1{,}57\,A$$

Пример № 4

В таблице показана зависимость силы тока в колебательном контуре от времени. Определите заряд конденсатора в момент времени $t=\pi/3\cdot10^{-6}$с. Результат выразите в микрокулонах.

$t\cdot10^{-6}$c	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π
I, A	1,00	0,71	0,00	–0,71	–1,00	–0,71	0,00

Пример № 4

$t\cdot10^{-6}$с	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π
I, А	1,00	0,71	0,00	–0,71	–1,00	–0,71	0,00

По таблице определяем, что сила тока изменяется по закону:

$$I = I_{\max}\cos\omega t; T = 4\pi\cdot10^{-6}c; I_{\max} = 1A$$

$$I = 1\cdot\cos\left(0{,}5\cdot10^{6}t\right)$$

$$I = q'$$

$$q = \frac{1}{0{,}5\cdot10^{6}}\sin\left(0{,}5\cdot10^{6}t\right)$$

$$t = \frac{\pi}{3}\cdot10^{-6}c; q = 1мкКл$$