

Решение квадратного неравенства с помощью графика квадратичной функции

8 класс

Айнетдинова Х. А.
МОУ Петряксинская СОШ

Алгоритм решения квадратного неравенства с помощью графика:

- 1) определить *направление* ветвей параболы по знаку первого коэффициента квадратичной функции;
- 2) найти *действительные корни* соответствующего квадратного уравнения или установить, что их нет;
- 3) изобразить *эскиз* графика квадратичной функции, используя точки пересечения (или касания) с осью Ox , если они есть;
- 4) по графику определить *промежутки*, на которых функция принимает нужные значения.

Алгоритм решения квадратного неравенства на примере неравенства $x^2 - 4x - 5 > 0$

1) $y = x^2 - 4x - 5$

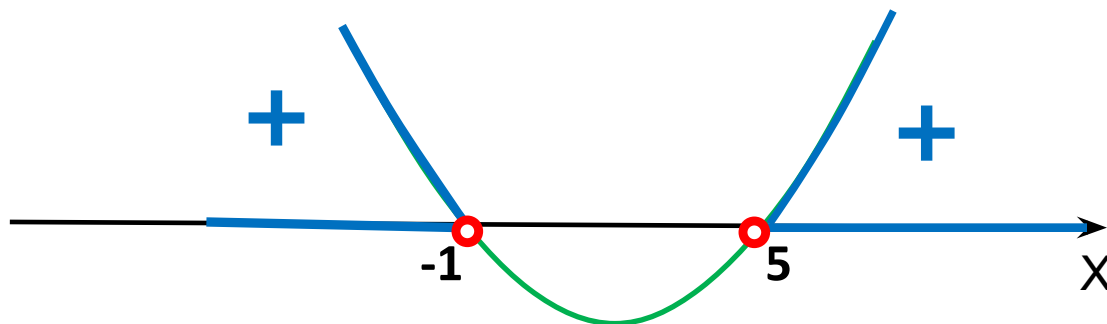
Определим направление ветвей параболы. $a > 0$ - ветви направлены вверх

2) Найдем точки пересечения с Oх:

$$a > 0, D > 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x = -1, x = 5$$



3) Изобразим эскиз графика

4) По графику определим промежутки, на которых функция принимает нужные значения

Ответ: $x \in (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$

Эскиз графика функции $y = x^2 - 4x - 5$ можно использовать и при решении других неравенств, которые отличаются от данного только знаком неравенства:

1) $x^2 - 4x - 5 \geq 0$

Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$

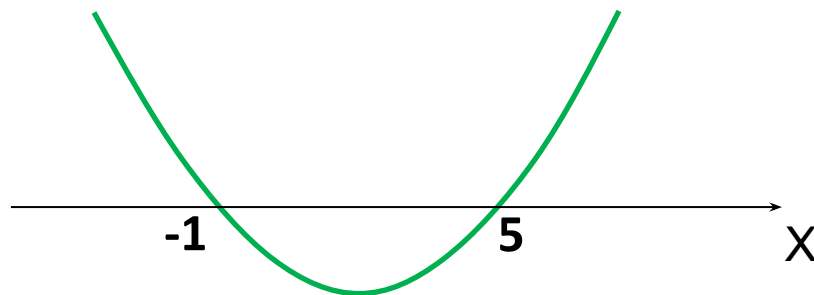
$a > 0, D > 0$

2) $x^2 - 4x - 5 < 0$

Ответ: $x \in (-1; 5)$

3) $x^2 - 4x - 5 \leq 0$

Ответ: $x \in [-1; 5]$



Решить неравенство $-x^2 + 4x + 5 \geq 0$

1) $y = -x^2 + 4x + 5$

Определим направление ветвей параболы. $a < 0$ - ветви направлены вниз.

2) Найдем точки пересечения с Ox :

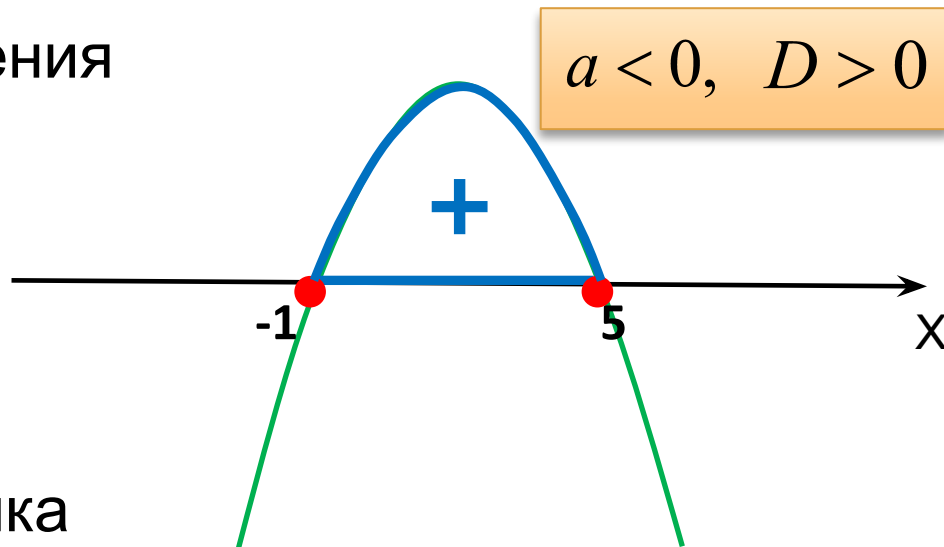
$$-x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$x = -1, x = 5$$

3) Изобразим эскиз графика функции

4) Выделим соответствующие части графика и соответствующие части Ox .

Ответ: $x \in [-1; 5]$



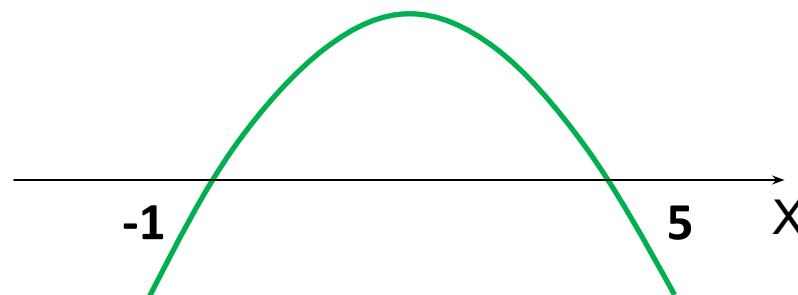
Эскиз графика функции $y = -x^2 + 4x + 5$ можно использовать и при решении других неравенств, которые отличаются от данного только знаком неравенства:

1) $-x^2 + 4x + 5 > 0$

$$a < 0, \quad D > 0$$

Ответ: $x \in (-1; 5)$

2) $-x^2 + 4x + 5 \leq 0$



Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$

3) $-x^2 + 4x + 5 < 0$

Ответ: $x \in (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$

Решить неравенство $x^2 + 4x + 4 \geq 0$

1) $y = x^2 + 4x + 4$

$a > 0$ - ветви \uparrow .

2) $x^2 + 4x + 4 = 0$

$$(x + 2)^2 = 0$$

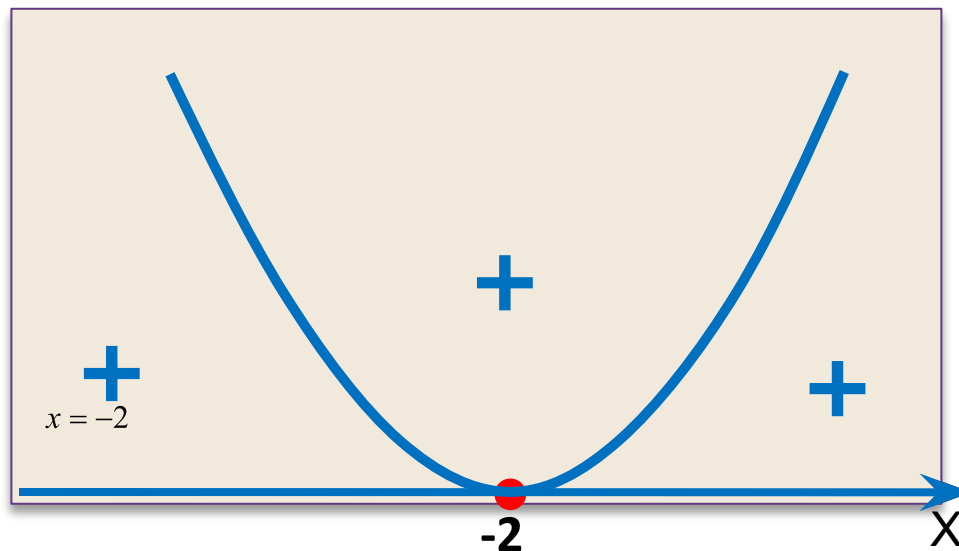
$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

$D = 0$. $x = -2$ - точка касания.

3) Изобразим эскиз графика.

4) График не ниже оси Ox (\geq).



$a > 0, D = 0$

Ответ : $x \in (-\infty; +\infty)$

Эскиз графика функции $y = x^2 + 4x + 4$ можно использовать и при решении других неравенств, которые отличаются от данного только знаком неравенства:

1) $x^2 + 4x + 4 > 0$

$a > 0, D = 0$

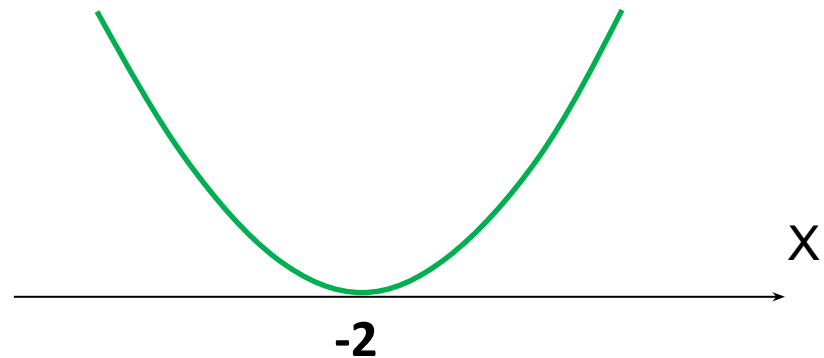
Ответ: $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$

2) $x^2 + 4x + 4 < 0$

Ответ: Решений нет.

3) $x^2 + 4x + 4 \leq 0$

Ответ: $x = -2$



Решить неравенство $y = -x^2 - 4x - 4 \leq 0$

1) $y = -x^2 - 4x - 4$

$a < 0$ - ветви ↓

2) $x^2 + 4x + 4 = 0$

$$(x + 2)^2 = 0$$

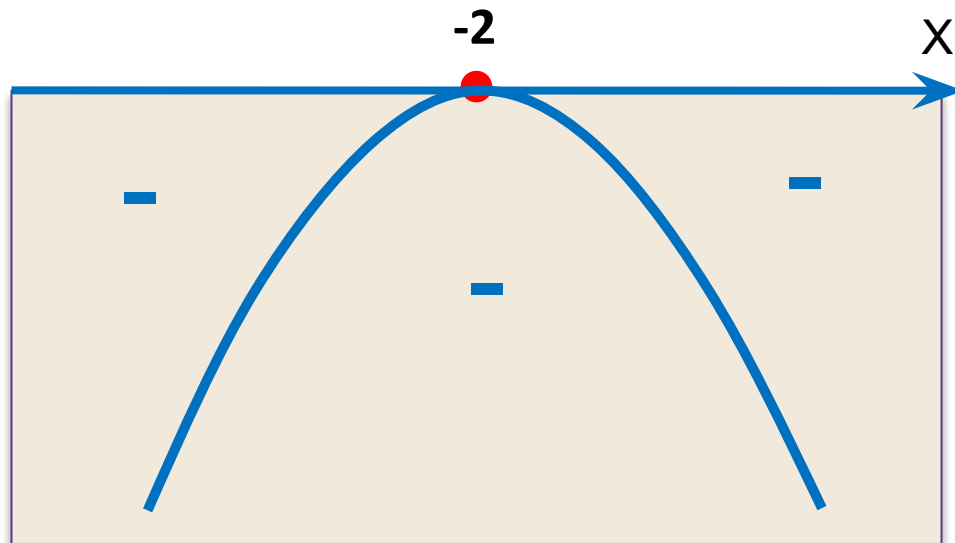
$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

$D = 0$. $x = -2$ – точка касания.

3) Изобразим эскиз графика.

4) График не выше оси Ox (\leq).



$a < 0, D = 0$

Ответ: $x \in (-\infty; +\infty)$

Эскиз графика функции $y = -x^2 - 4x - 4$ можно использовать и при решении других неравенств, которые отличаются от данного только знаком неравенства:

1) $-x^2 - 4x - 4 < 0$

$a < 0, D = 0$

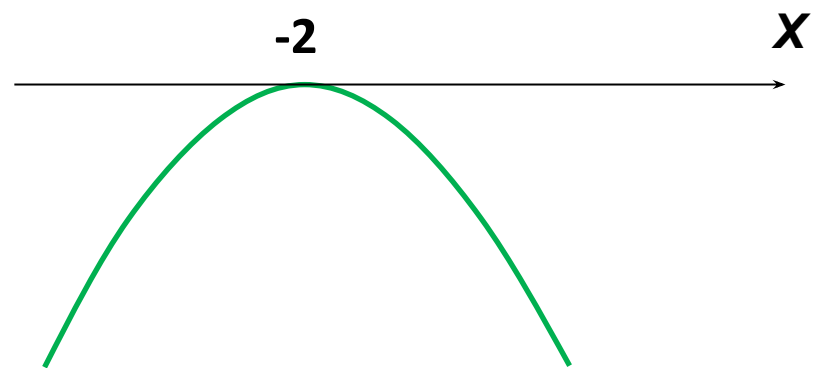
Ответ: $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$

2) $-x^2 - 4x - 4 > 0$

Ответ: Решений нет.

3) $-x^2 - 4x - 4 \geq 0$

Ответ: $x = -2$



Решить неравенство $x^2 + 4x + 5 \geq 0$

1). $y = x^2 + 4x + 5$

$a > 0$ - ветви \uparrow .

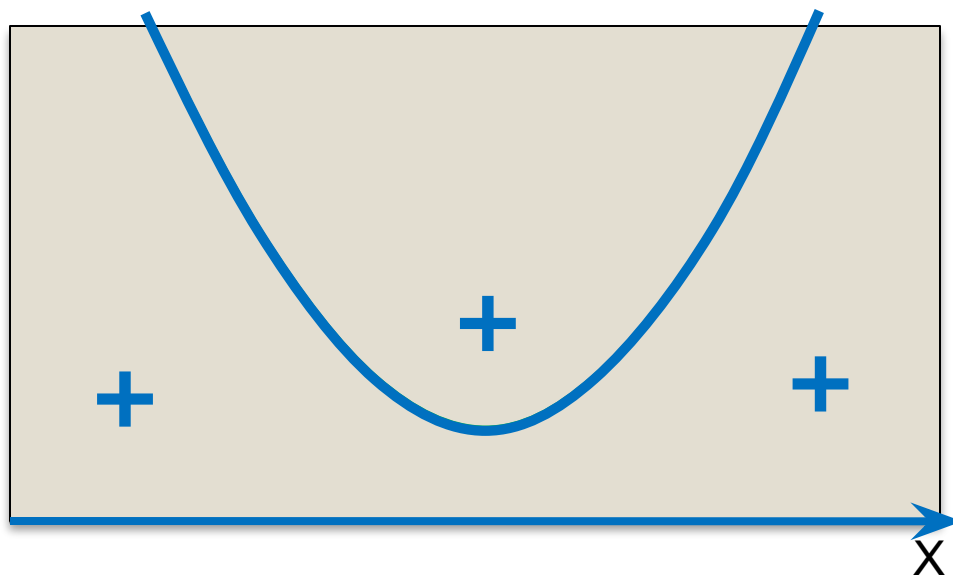
2). $x^2 + 4x + 5 = 0$

$$D < 0$$

Нет точек пересечения с
Ох.

3) Изобразим эскиз графика

4) График не ниже Ох (\geq)



$$a > 0, D < 0$$

Ответ : $x \in (-\infty; +\infty)$

Эскиз графика функции $y = x^2 + 4x + 5$ можно использовать и при решении других неравенств, которые отличаются от данного только знаком неравенства:

1) $x^2 + 4x + 5 > 0$

$a > 0, D < 0$

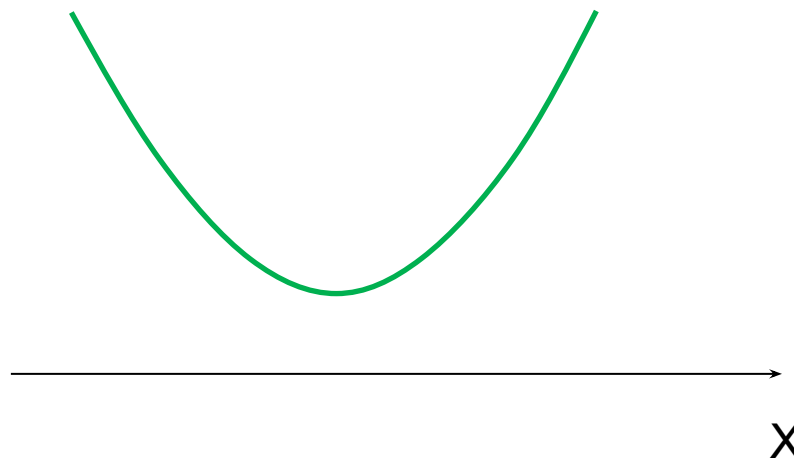
Ответ: $x \in (-\infty; +\infty)$

2) $x^2 + 4x + 5 < 0$

Ответ: Решений нет.

3) $x^2 + 4x + 5 \leq 0$

Ответ: Решений нет.



Решить неравенство $-x^2 + x - 1 < 0$

1). $y = -x^2 + x - 1$

$a < 0$ - ветви ↓.

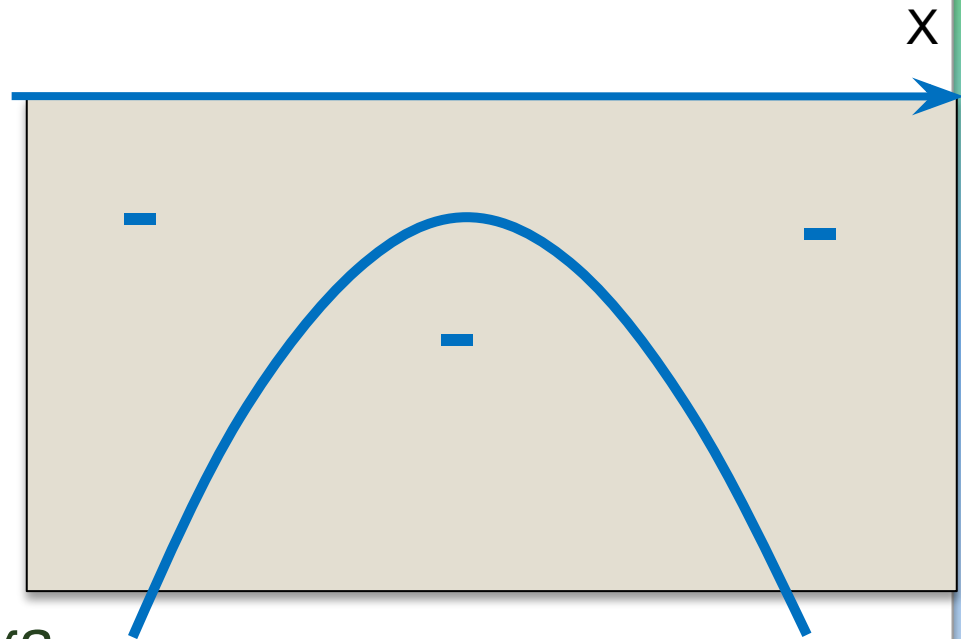
2). $-x^2 + x - 1 = 0$

$$D < 0$$

Нет точек пересечения с
Ох.

3) Изобразим эскиз графика

4) График не выше Ох (<)



$$a < 0, D < 0$$

Ответ : $x \in (-\infty; +\infty)$

Эскиз графика функции $y = -x^2 + x - 1$ можно использовать и при решении других неравенств, которые отличаются от данного только знаком неравенства:

1) $-x^2 + x - 1 \leq 0$

$a < 0, D < 0$

Ответ: $x \in (-\infty; +\infty)$

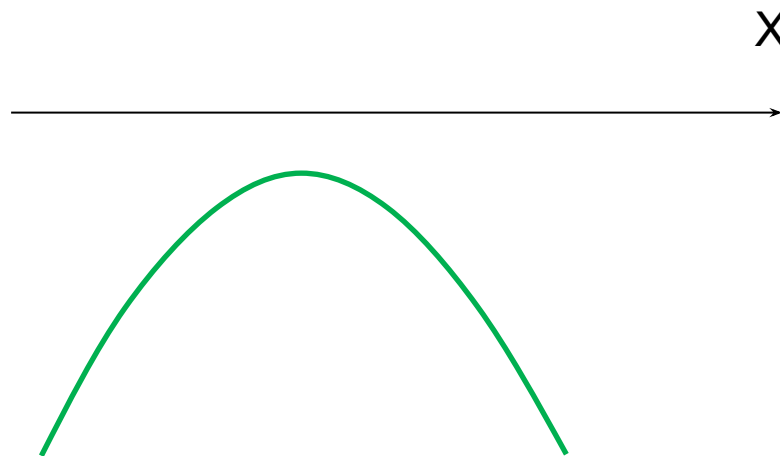
2) $-x^2 + x - 1 > 0$

x

Ответ: Решений нет.

3) $-x^2 + x - 1 \geq 0$

Ответ: Решений нет.



Литература

Алгебра: Учеб. Для 8 кл. общеобразоват. учреждений/ Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров и др. – М.: Просвещение