

Урок 5

- Площадь поверхности призмы

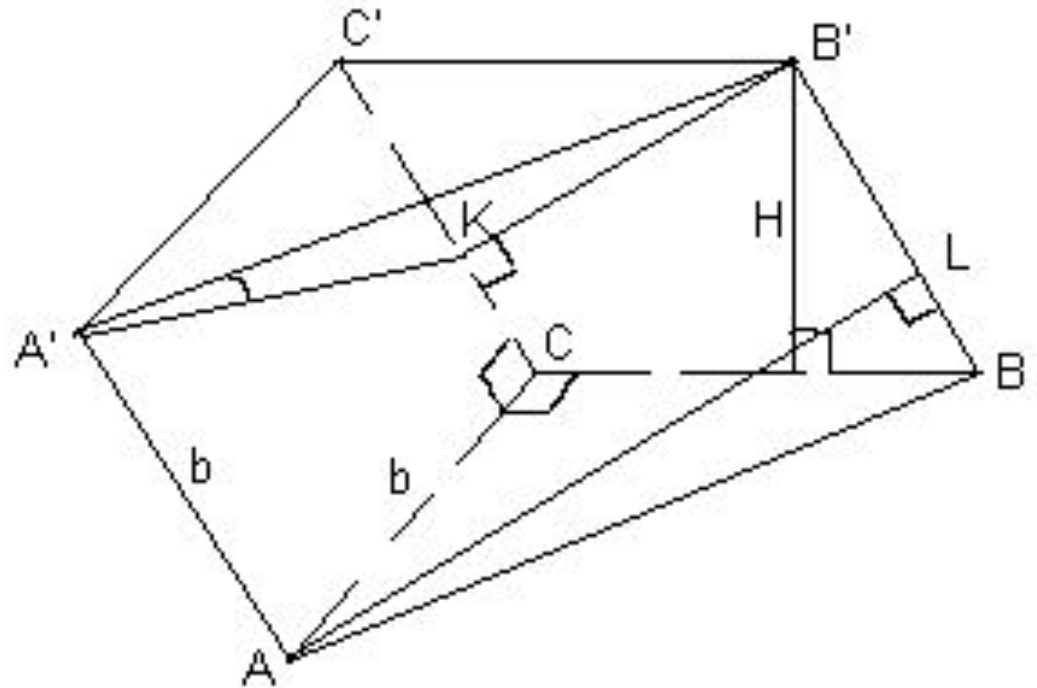
Основанием треугольной призмы является равнобедренный прямоугольный треугольник. Ровно одна ее грань — квадрат, известны длины ее ребер и высота

(длины меньшего ребра основания и бокового ребра – b ; высоты – H)

Как вычислить угол между:

а) боковыми ребрами и скрещивающимися ребрами

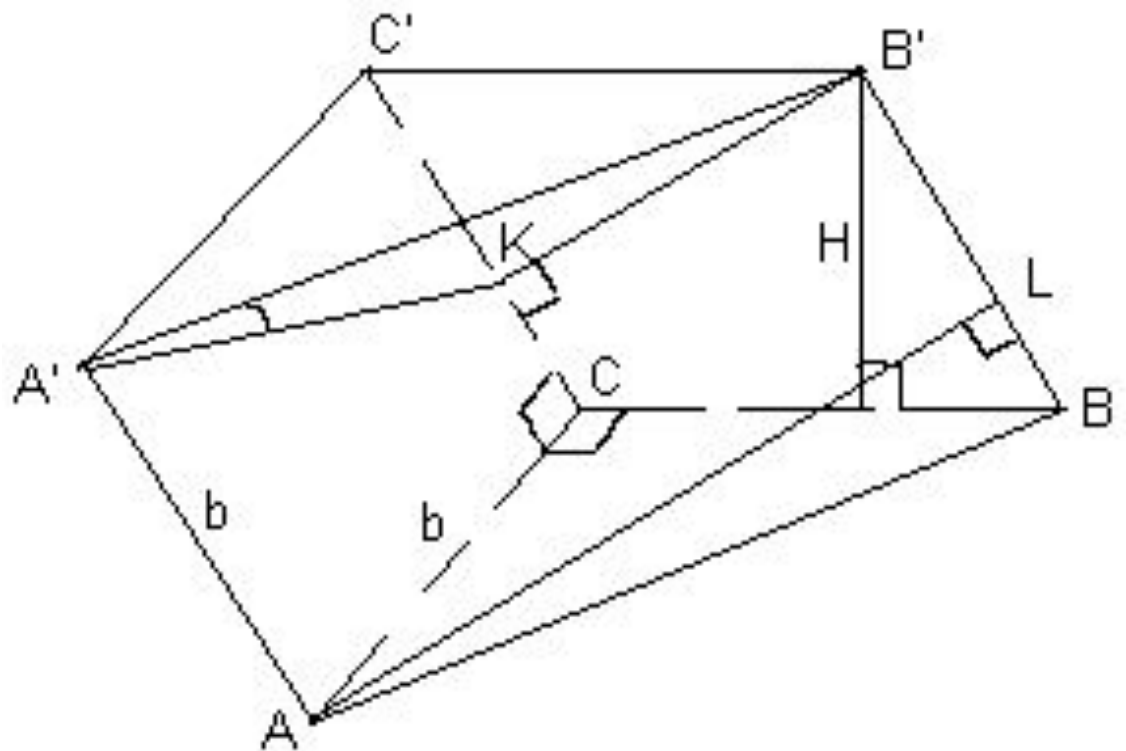
$$\begin{aligned}
 & \text{а) } (BB') \perp (AC); \angle((AA'); (BC)) = \frac{H}{b} \\
 & \text{arcsin} \\
 & ; \angle((CC'); (AB)) = \frac{\sqrt{2(b^2 - H^2)}}{4} \\
 & \text{arccos}
 \end{aligned}$$



б) между боковым ребром и плоскостью основания

г) плоскостью боковой грани, являющейся квадратом, и плоскостью основания;

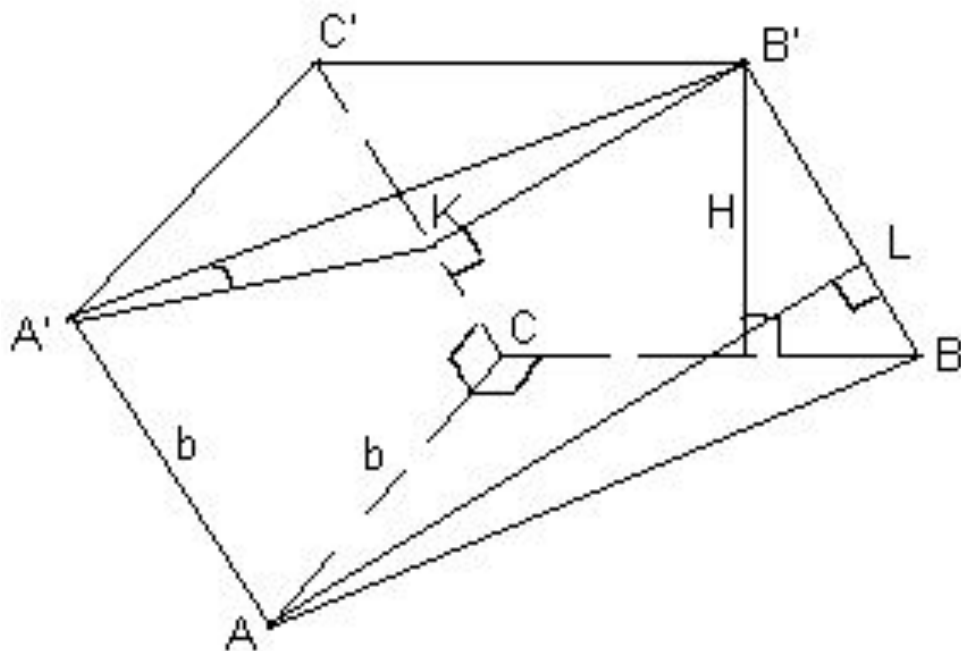
$$\text{б), г) } \arcsin \frac{H}{b}$$



в) большим ребром основания и боковой гранью;

$$\text{в) } \angle((AB); (B'BC)) = \angle ABC = 45^\circ;$$

$$\angle((AB); (A'AC)) = \arcsin \frac{|B'K|}{|A'B'|} = \arcsin \frac{H\sqrt{2}}{2b}$$



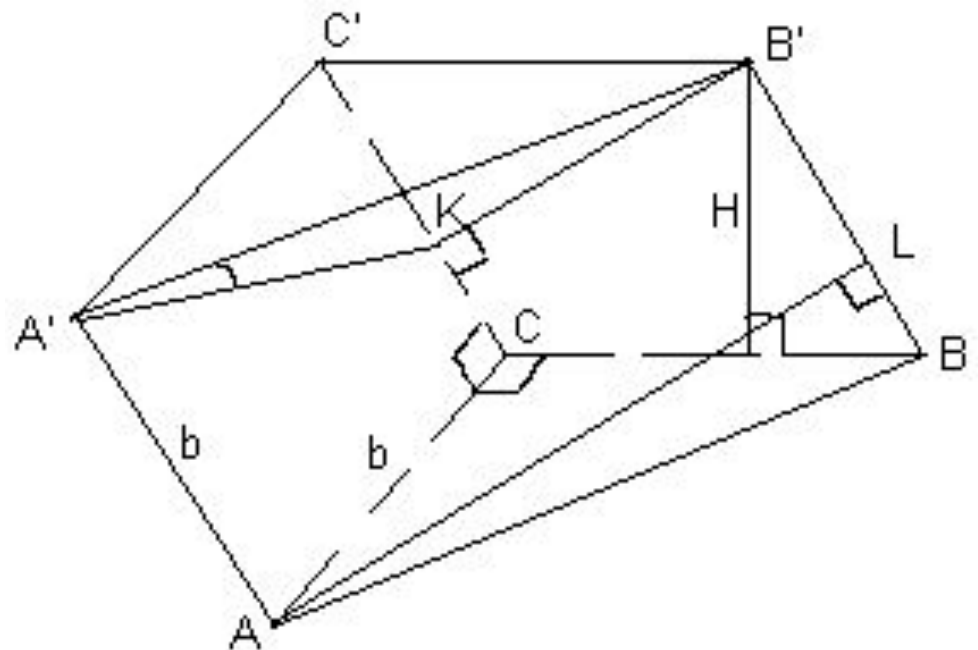
д) плоскостями боковых граней?

$$(A'AC) \perp (B'BC); \angle((A'AB); (A'AC)) = \arctg$$

$$\frac{H}{b}$$

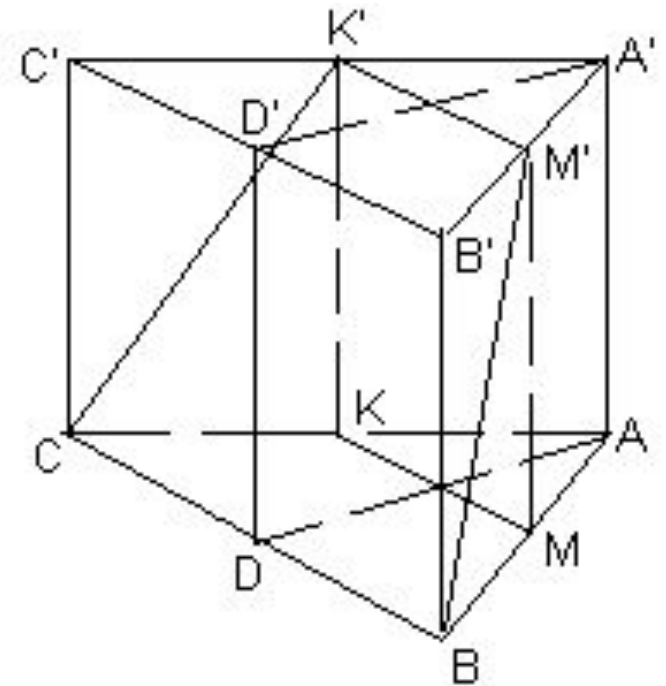
$$\angle((A'AB); (B'BC)) = \operatorname{arcctg}$$

$$\frac{H}{b}$$

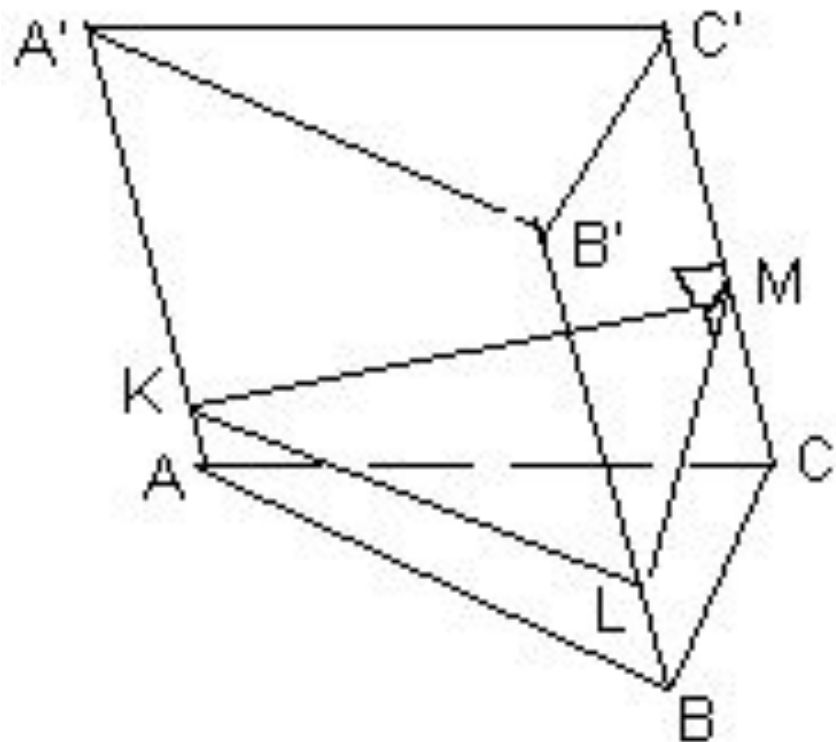


$$S = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{4 \cos \varphi}, & \text{если } 0 < \varphi \leq \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ \frac{\operatorname{tg} \varphi \sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} \sin \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi}, & \text{если } \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{3}}{3} < \varphi < 90^\circ \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} < S < 1$$



Многоугольник, плоскость которого перпендикулярна боковым ребрам призмы, а вершины лежат на прямых, содержащих ребра называется перпендикулярным сечением призмы.



Как построить перпендикулярное сечение призмы?
Является ли оно сечением призмы?

Сколько перпендикулярных сечений у любой призмы? Докажите, что они равны.

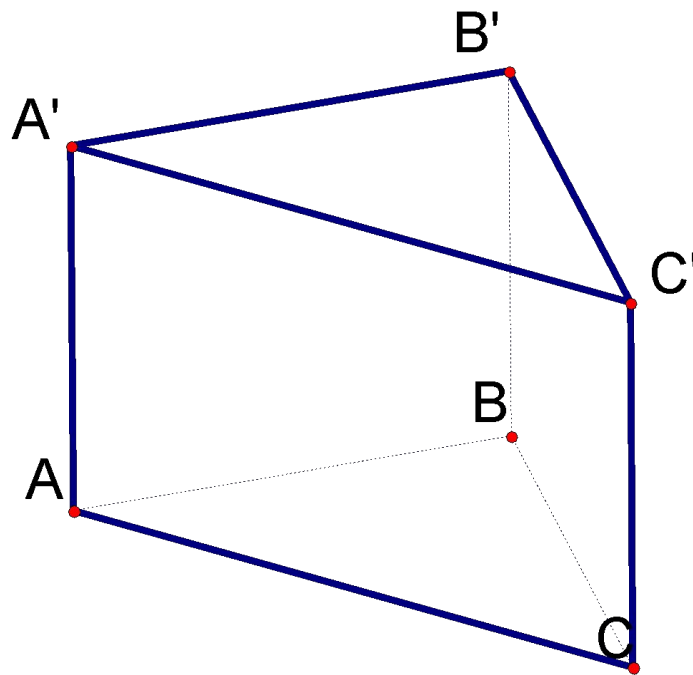
Докажите, что перпендикулярное сечение призмы перпендикулярно каждой ее боковой грани

Докажите, что точки касания вписанного в призму шара с ее боковыми гранями лежат в одном из перпендикулярных сечений призмы

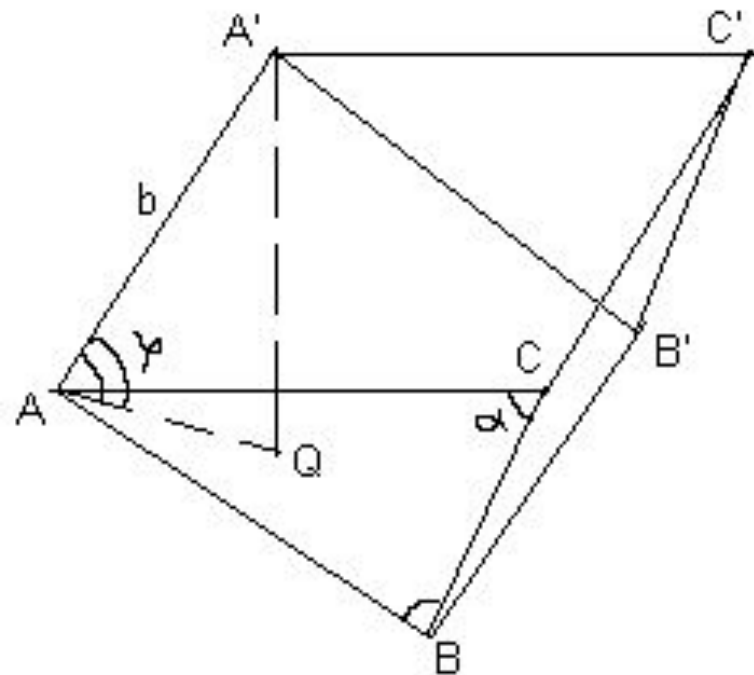
В каком случае перпендикулярное сечение призмы равно ее основанию?

Как связаны площади перпендикулярного сечения призмы и ее основания?

Найдите площадь полной поверхности прямой призмы с площадью основания S , если известно, что в нее можно вписать сферу



Дано: $ABCA'B'C'$ – треугольная призма;
 $\angle ABC = \angle ACB = \alpha$; $\angle((A'A); (ABC)) = \phi$;
 $|A'A| = |A'B| = |A'C| = b$. Найти: $S_{\text{полн}}$



Уроки 6

Параллелепипед

Сколько граней, являющихся прямоугольниками, может быть в параллелепипеде?

Установите вид параллелепипеда, если:

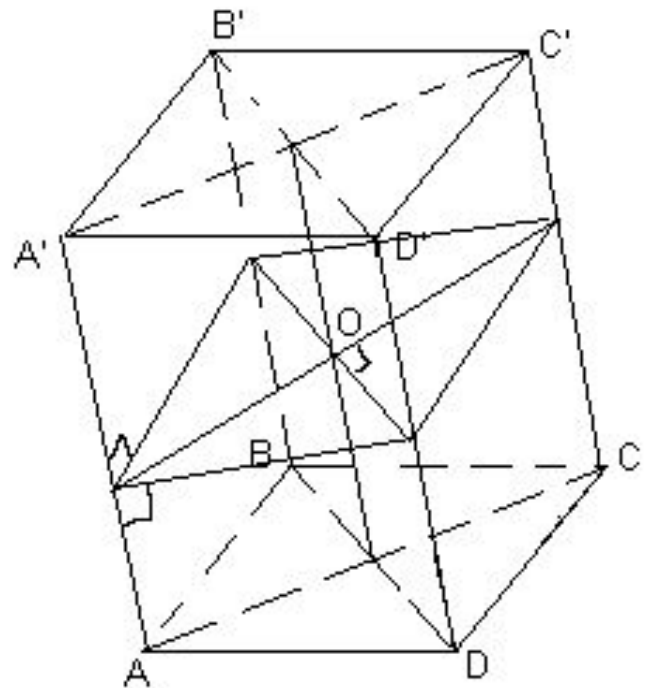
- а) все его грани равны;
- б) все его грани равновелики;
- в) все его диагонали равны;
- г) два диагональных сечения перпендикулярны основанию;
- д) две его смежные грани — квадраты;
- е) перпендикулярное сечение к каждому ребру является прямоугольником;
- ж) около него можно описать сферу;
- з) в него можно вписать сферу.

(Диагональное сечение параллелепипеда и, вообще, призмы проходит через параллельные диагонали оснований призмы.)

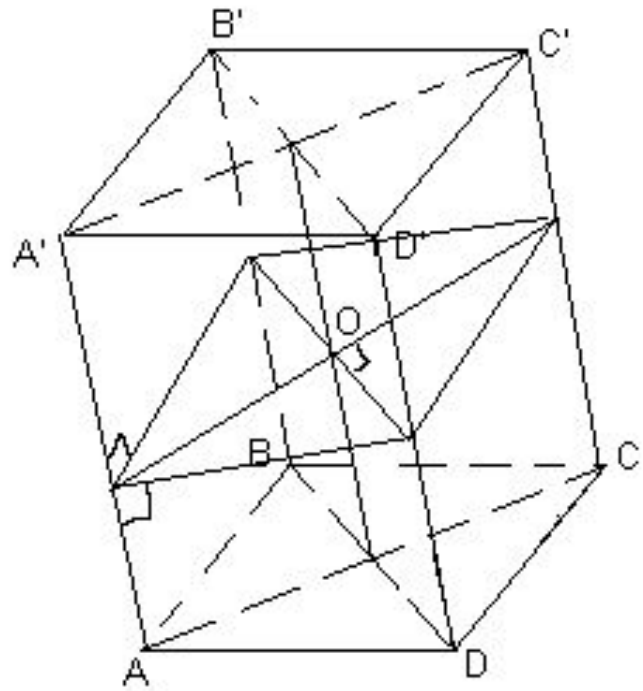
Докажите, что результат пункта
ж) **около него можно описать сферу**
является Н. и Д. условием описания
сферы около параллелепипеда

Установите связь между пунктами
б) все его грани равновелики; и
з) в него можно вписать сферу.
Обоснуйте.

Каким свойством обладают диагональные сечения такого параллелепипеда, не имеющие общих диагоналей?



***В параллелепипед можно вписать сферу
т. и т. т.,
когда все его грани равновелики.***



ABCD $A_1B_1C_1D_1$ — ромбы.

Их равные острые углы сходятся в вершине A .
Пусть каждое его ребро равно 1,
а острый угол в грани равен 60° .

1) Чему равен угол между:

а) боковым ребром и плоскостью основания;

б) (CD) и (BB_1D) ;

в) (AD) и (AA_1C_1) ;

г) (CDD_1) и (CBB_1) ;

д) (AA_1C_1) и (BB_1D_1)

2) Чему равно расстояние: а) от A_1 до основания;

б) от A до (BDD_1) ;

в) от C_1 до (B_1D_1C) ;

г) между (AA_1) и (BD) ?

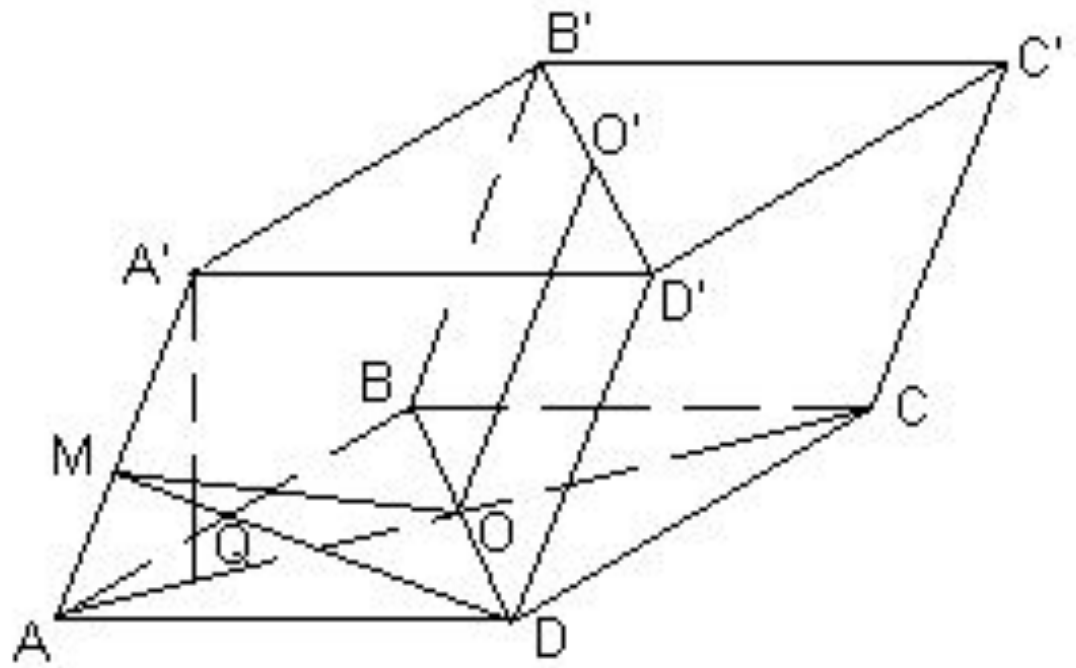
**Все грани параллелепипеда
 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — ромбы.**

Их равные острые углы сходятся в вершине A .
Пусть каждое его ребро равно 1,
а острый угол в грани равен 60° .

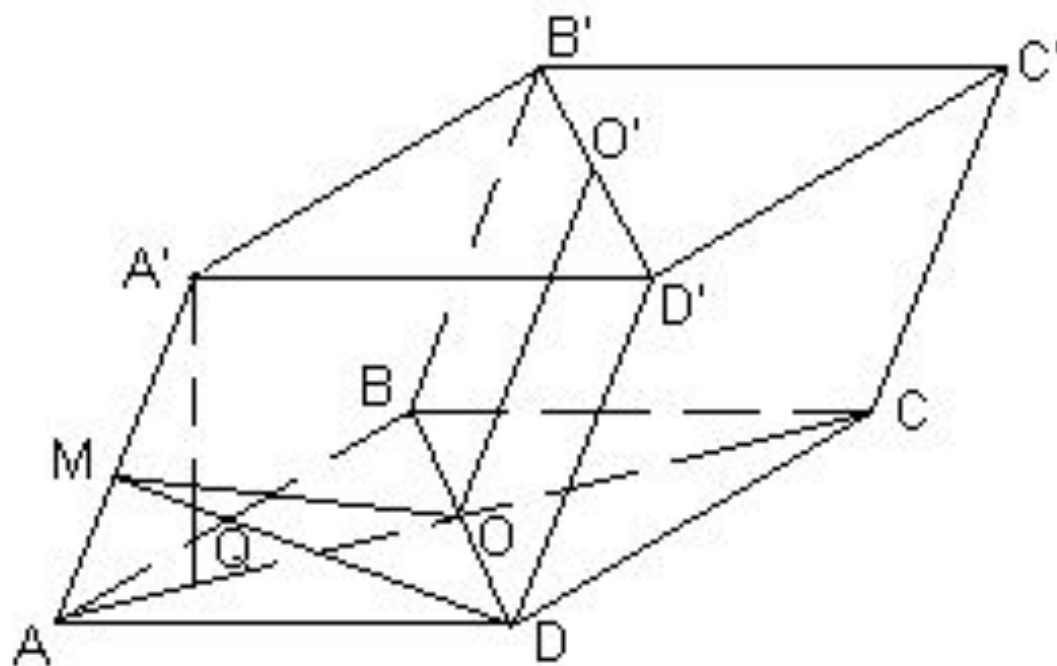
Чему равен угол между:

а) боковым ребром и плоскостью основания;

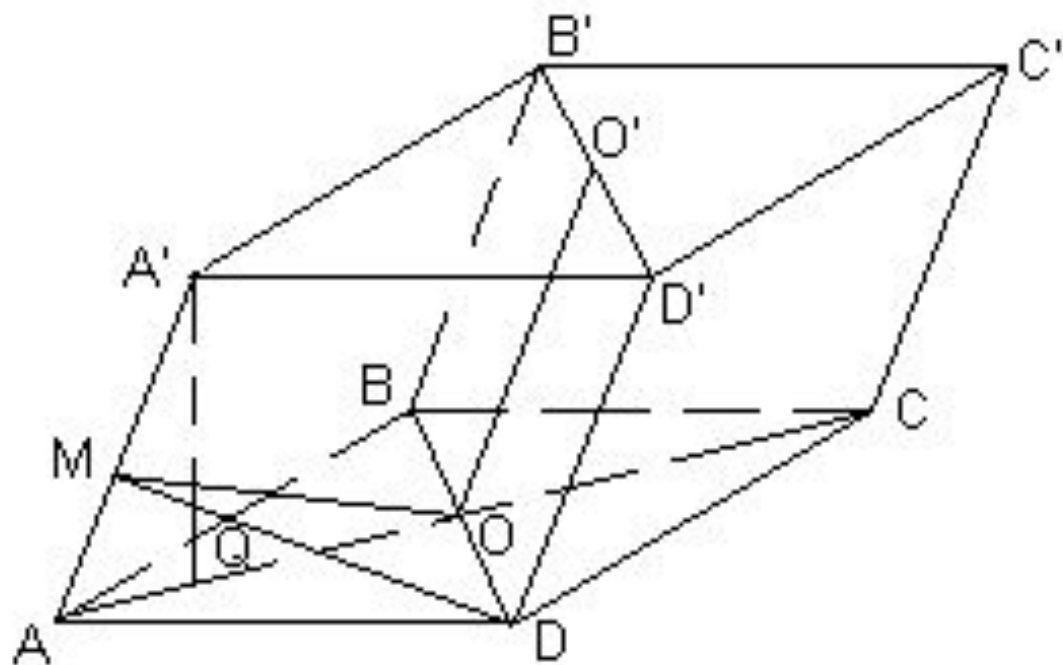
Чему равно расстояние: а) от A_1 до основания;



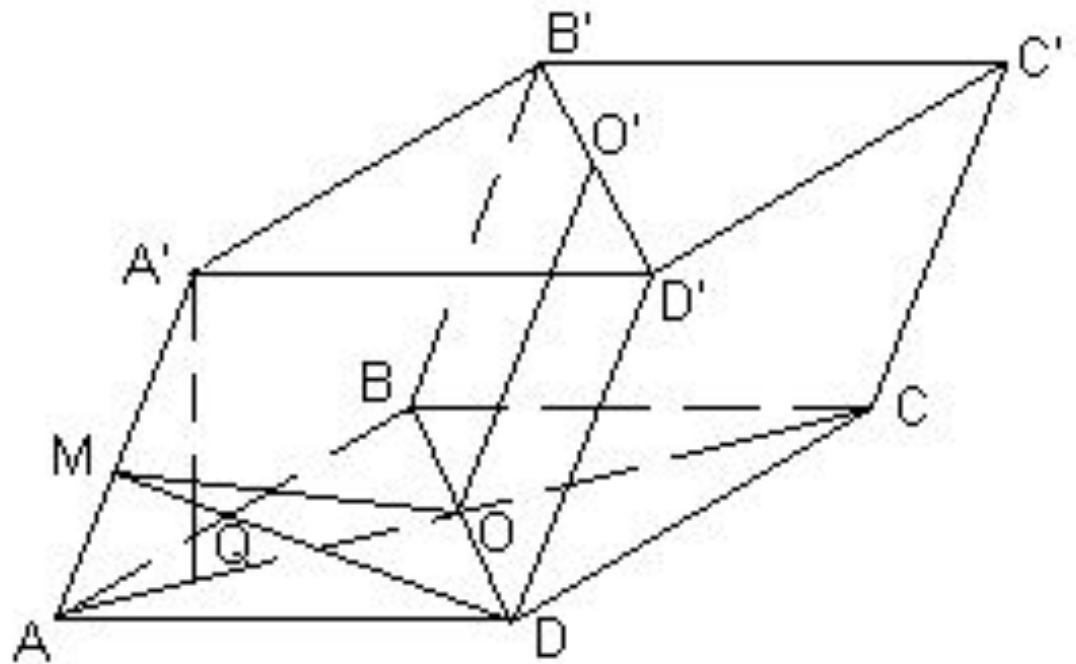
б) от A до (BDD_1) ;



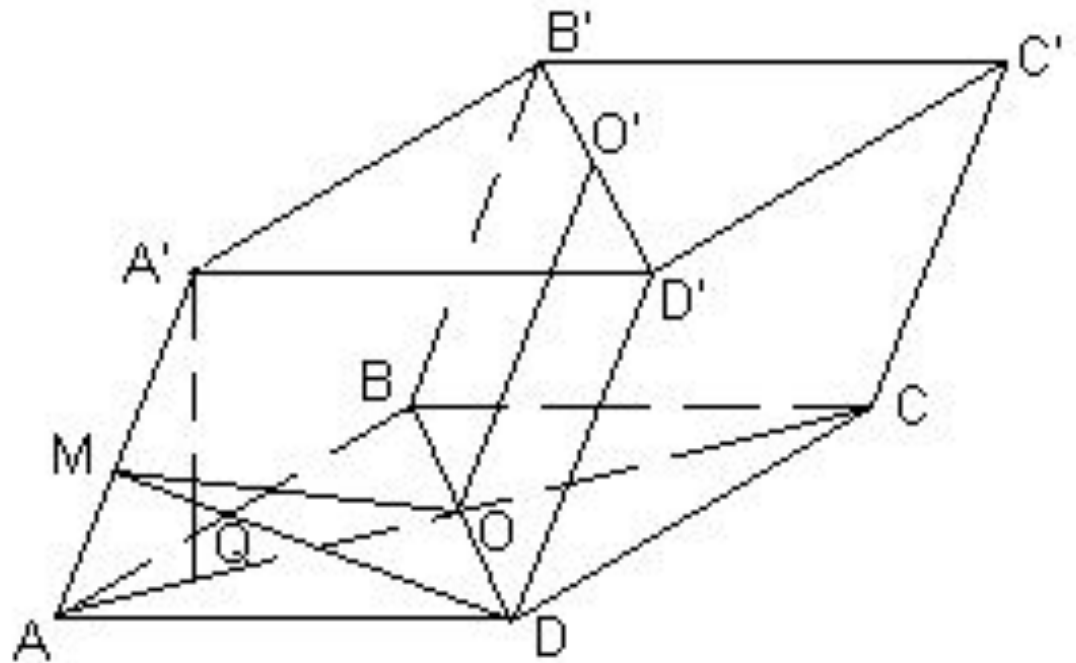
1) Чему равен угол между: б) (CD) и (BB_1D) ;



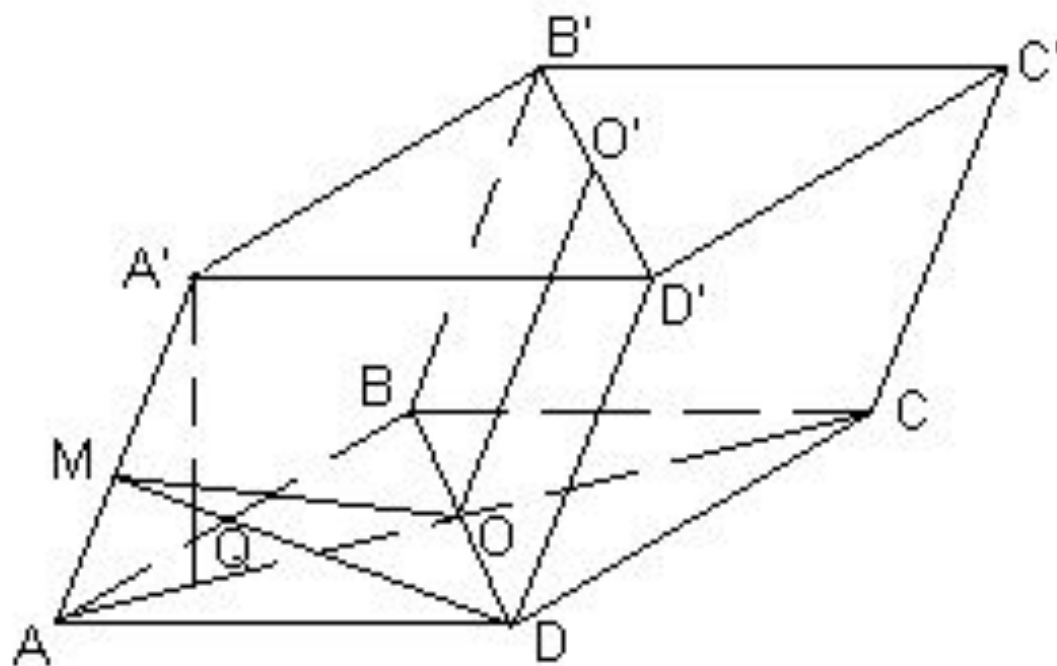
Чему равно расстояние: в) от C_1 до (B_1D_1C) ;



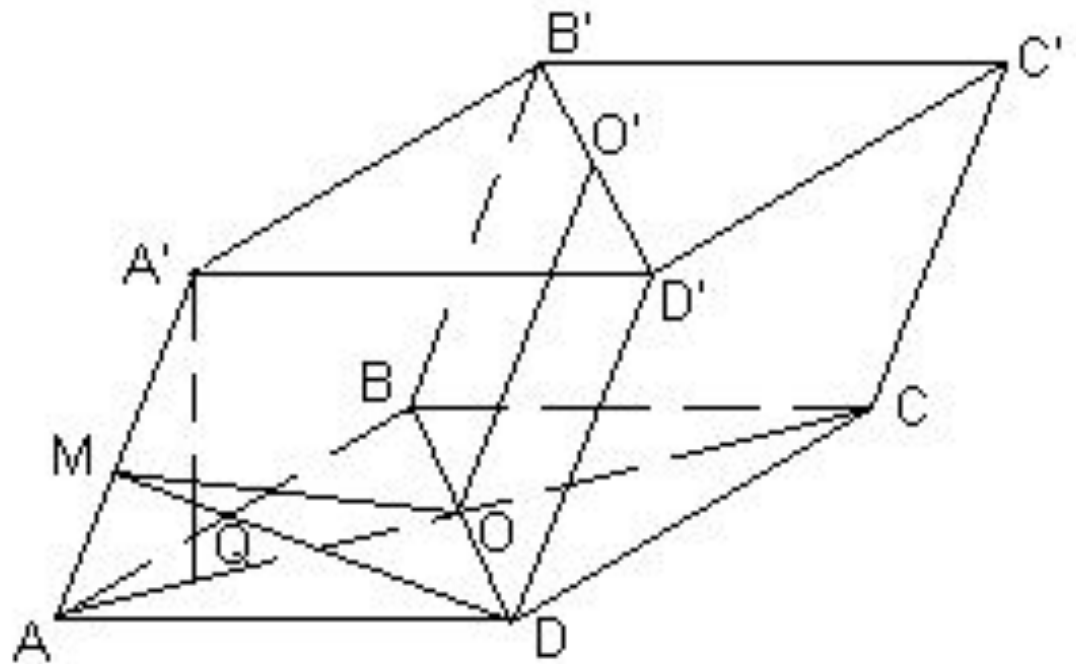
Чему равно расстояние: г) между (AA_1) и (BD) ?



Чему равен угол между: в) (AD) и (AA_1C_1) ;



Чему равен угол между: $\gamma(CDD_1)$ и (CBB_1) ;



Чему равен угол между: д) (AA_1C_1) и (BB_1D_1)

