

МБОУ Белоберезковская СОШ № 1 Трубчевского района Брянской области

Теорема Пифагора

Подготовила: Шевцова Наталья Александровна,
учитель математики высшей
категории



План

- Введение
- Биография Пифагора
- Простейшее доказательство теоремы
- Древнекитайское доказательство
- Доказательство Евклида
- Доказательство теоремы Пифагора
- Еще одно алгебраическое доказательство
- Египетский треугольник
- Заключение
- Список литературы
- Авторы



Введение

- Трудно найти человека, у которого имя Пифагора не ассоциировалось бы с теоремой Пифагора. Пожалуй, даже те, кто в своей жизни навсегда распрощался с математикой, сохраняют воспоминания о «пифагоровых штанах» — квадрате на гипотенузе, равновеликом двум квадратам на катетах. Причина такой популярности теоремы Пифагора триединая: это простота — красота — значимость. Теорема Пифагора имеет огромное значение: она применяется в геометрии буквально на каждом шагу, и тот факт, что существует около 500 различных доказательств этой теоремы (геометрических, алгебраических, механических и т.д.), свидетельствует о гигантском числе ее конкретных реализаций.



Биография Пифагора

Пифагор родился около 570 г. до н.э. на острове Самосе.

В юности Пифагор отправляется в Милет, где встречается с ученым Фалесом, который советует ему отправиться за знаниями в Египет. В 548 г. до н.э. Пифагор прибыл в самосскую колонию. Изучив язык и религию египтян, он уезжает в Мемфис. Жрецы не спешили

раскрывать Пифагору свои тайны, предлагая ему сложные испытания, но Пифагор преодолел их все. Научившись всему, что дали ему жрецы, он двинулся на родину в Элладу.

Однако, проделав часть пути, его захватил в плен царь Вавилона. Вавилонская математика была более развитой, чем египетская, и Пифагору было чему поучиться, позже он сбежал на родину.

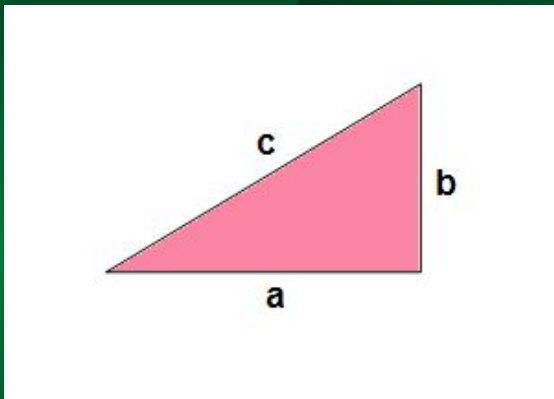
На родине Пифагор учредил нечто вроде религиозно-этического братства.

...Прошло 20 лет. Однажды к Пифагору приходит Килон, человек богатый, но злой, желая спьяну вступить в братство. Получив отказ, он поджигает дом Пифагора. При пожаре пифагорейцы спасли жизнь своему учителю ценой своей, после чего Пифагор покончил жизнь самоубийством.



Теорема Пифагора

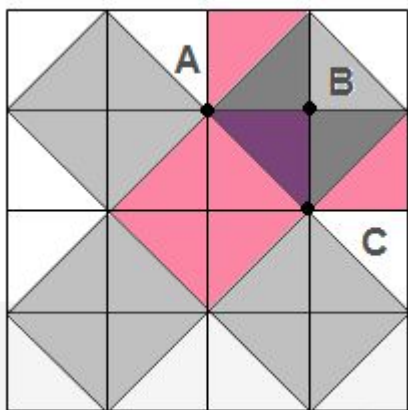
В прямоугольном треугольнике
квадрат гипотенузы равен
сумме квадратов катетов



$$c^2 = a^2 + b^2$$

Простейшее доказательство

“Квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника, равновелик сумме квадратов, построенных на его катетах”



Рассмотрим равнобедренный прямоугольный треугольник (с него и начиналась теорема).

Достаточно посмотреть на мозаику равнобедренных прямоугольных треугольников.

Для $\triangle ABC$ квадрат, построенный на гипотенузе AC , содержит 4 исходных треугольника, а квадраты, построенные на катетах, — по 2.



Древнекитайское доказательство

Рассмотрим рис.1:

$a+b$ - сторона внешнего квадрата,
 c - сторона внутреннего.

Если вырезать внутренний
квадрат (рис.1) со стороной c и
уложить части его как показано на
рис.2, получим:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

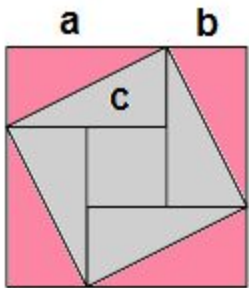


рис.1

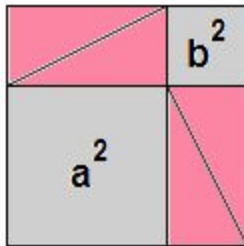


рис.2

Доказательство Евклида

Дано: $\triangle ABC$ -прямоугольный, a, b -катеты, c -гипотенуза,
 $ABHF, AGKC, BCED$ -квадраты

Доказать: $c^2 = a^2 + b^2$

Доказательство:

1. $\triangle ABD = \triangle FBC$ (по 2-м сторонам и углу м/у ними)

$$BC = BD$$

$$FB = AB$$

$$\angle DBA = 90^\circ + \angle ABC = \angle FBC$$

2. $S_{\triangle ABD} = 1/2 S_{BYLD}$

BD - общее основание,

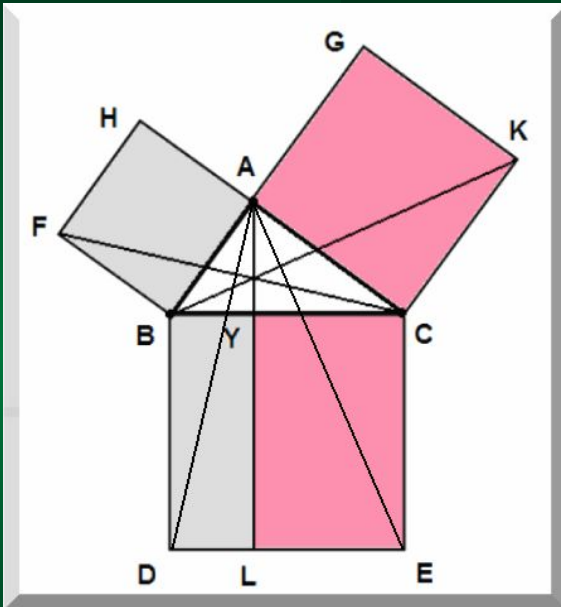
LD - общая высота

3. $S_{\triangle FBC} = 1/2 S_{ABFY}$ (аналогично 2)

4. $S_{\triangle ABFH} = S_{BYLD}$, т.к. $\triangle ABD = \triangle FBC$

5. $S_{\triangle ACKG} = S_{YCEL}$, т.к. $\triangle BCK = \triangle ACE$ (аналогично 1-4)

6. $b^2 + a^2 = c^2 \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$.





Доказательство теоремы Пифагора

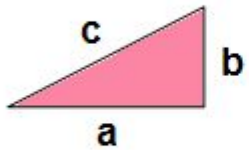


рис.1

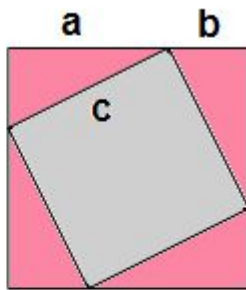


рис.2

Дано: треугольник ABC -
прямоугольный
a, b - катеты
c-гипотенуза

Доказать: $c^2 = a^2 + b^2$

Доказательство:

1. $(a + b)^2 = 4(1/2ab) + c^2$
2. $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$
3. $a^2 + b^2 = c^2$

Еще одно алгебраическое доказательство

Дано: $\triangle ABC$ – прямоугольный, $\angle C = 90^\circ$

Доказать: $AC^2 + CB^2 = AB^2$

Доказательство:

1. CD -высота.

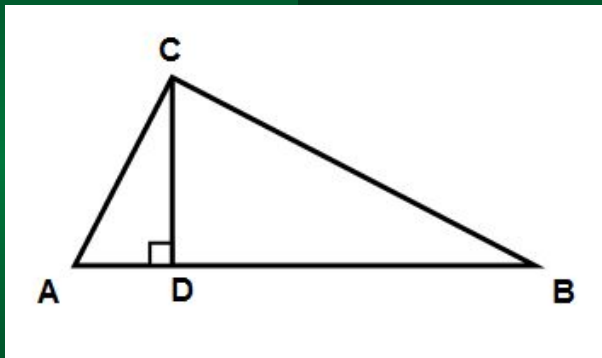
$$2. \cos A = AD/AC = AC/AB \Rightarrow AD \cdot AB = AC^2$$

$$3. \cos B = BD/BC = BC/AB \Rightarrow AB \cdot BD = BC^2$$

$$4. \text{Получим : } AD \cdot AB + AB \cdot BD = AC^2 + BC^2$$

$$AB(AD + BD) = AC^2 + BC^2$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$





Пифагоровы треугольники

Прямоугольные треугольники, у которых длины сторон выражаются целыми числами, называются *пифагоровыми треугольниками*:

3, 4 и 5

5, 12 и 13

8, 15 и 17

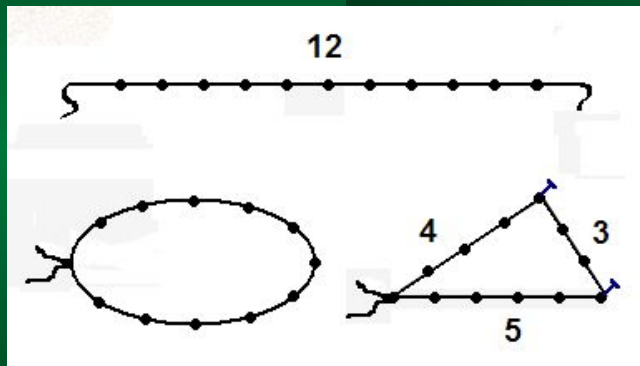
7, 24 и 25





Египетский треугольник

Землемеры Древнего Египта для построения прямого угла пользовались следующим приемом.



Бечевку узлами делили на 12 равных частей и концы связывали. Затем бечевку растягивали на земле так, чтобы получался треугольник со сторонами 3, 4 и 5 делений.

Угол треугольника, противолежащий стороне с 5 делениями, был прямой ($3^2 + 4^2 = 5^2$).



Заключение

В заключении еще раз хочется сказать о важности теоремы. Значение ее состоит прежде всего в том, что из нее или с ее помощью можно вывести большинство теорем геометрии. К сожалению, невозможно здесь привести все или даже самые красивые доказательства теоремы, однако хочется надеется, что приведенные примеры убедительно свидетельствуют об огромном интересе сегодня, да и вчера, проявляемом по отношению к ней.

Автор



**Шевцова Наталья Александровна,
учитель математики высшей категории**



Интернет ресурсы и другие источники

- <http://images.astronet.ru/pubd/2003/03/15/0001187674/file0013.gif> Пифагор
- <http://www.peoples.ru/science/mathematics/pifagor> Введение
- <http://th-pif.narod.ru/biograph.htm> Биография Пифагора
- Геометрия 7-9 Атанасян Л.С. Доказательство теорем
- Геометрия 7-11 Погорелов А.В. Доказательство теорем
- Геометрические рисунки Нарисованы при использовании МО2007 и Paint