Справочник планиметрии.

ОСНОВНЫЕ ФАКТЫ КУРСА ПЛАНИМЕТРИИ.

7-9 КЛАСС.

СОЗДАТЕЛЬ ПРЕЗЕНТАЦИИ УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ АНКИНА Т.С.

Г. ЕКАТЕРИНБУРГ

МАОУ-ГИМНАЗИЯ №13

Использованные ресурсы.

1.Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов и др. Геометрия, 7-9. М. :Просвещение, 2008.

2. Л.И. Звавич, А.Р. Рязановский Геометрия в таблицах, 7-11кл. : Справочное пособие/М. :Дрофа, 2002.

Как пользоваться справочником.

1. После прочтения инструкции перейдите на следующий слайд «Основные темы».
2. Выбрав тему, «кликните» по её названию.
3. Для продолжения просмотра выбранной темы «кликните» по стрелке «Далее».
4. Для возвращения к списку тем «кликните» по кнопке «Вернуться»

Основные темы.

Закрыть справочник.

1.Углы и параллельность.

2.Треугольник.

3.Параллелограммы.

4. Трапеции.

5. Окружность.

6. Площади.

7. Правильные многоугольники.

Углы и параллельные прямые.

Вернуться

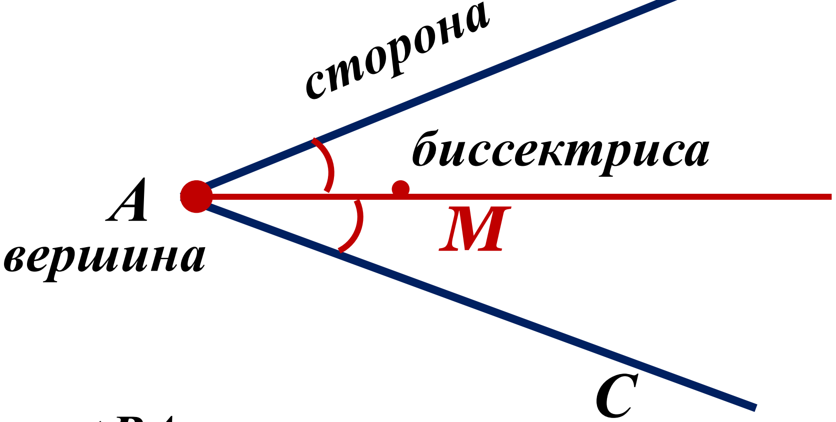
1.Углы и их виды.

2.Углы и параллельные прямые.

3. Аксиома параллельных. Свойства.

4.Теорема Фалеса.

1.Угол.

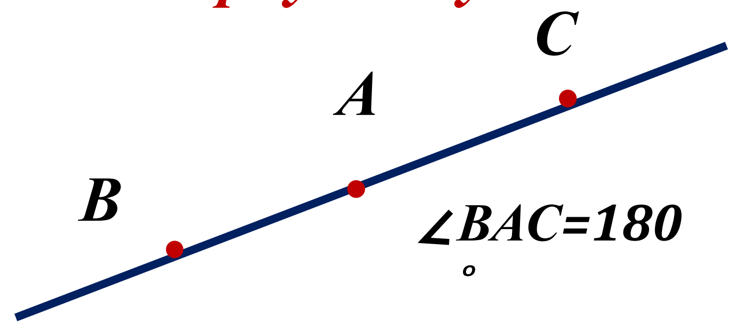


∠BAC

AM - биссектриса

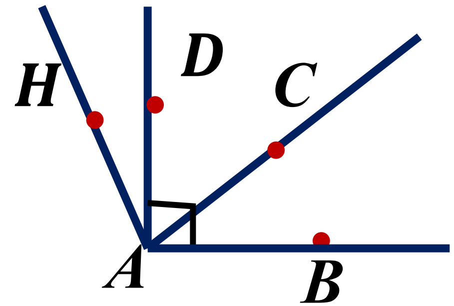
∠BAM=∠CAM

2.Развёрнутый угол.



∠BAC=180°

3.Виды углов.

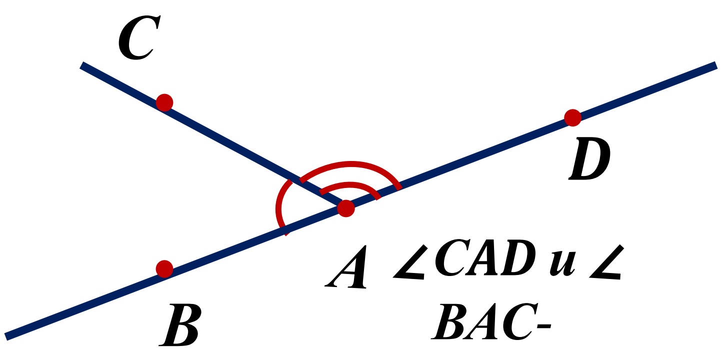


∠BAD=90°- прямой

∠CAB<90° - острый

∠HAB>90° - тупой

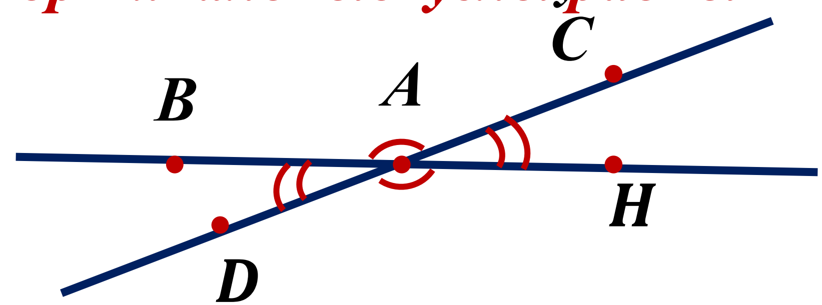
4. Смежные углы.



∠CAD и ∠BAC- смежные

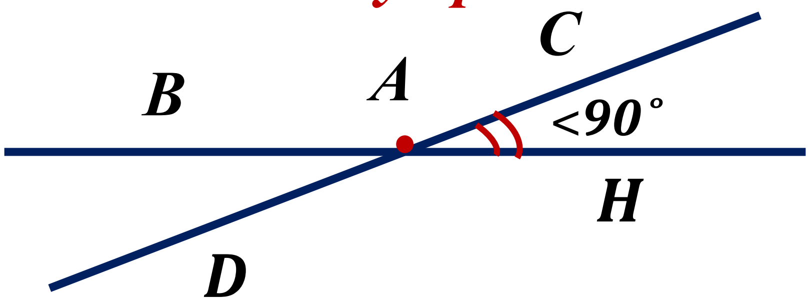
∠CAD +∠ BAC=180°

5. Вертикальные углы равны.

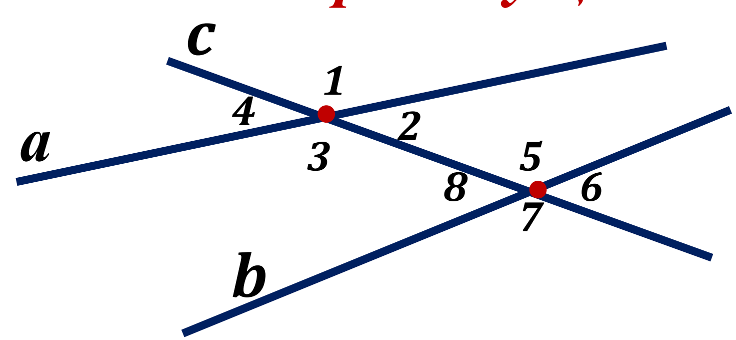


Вернуться

5.Угол между прямыми.



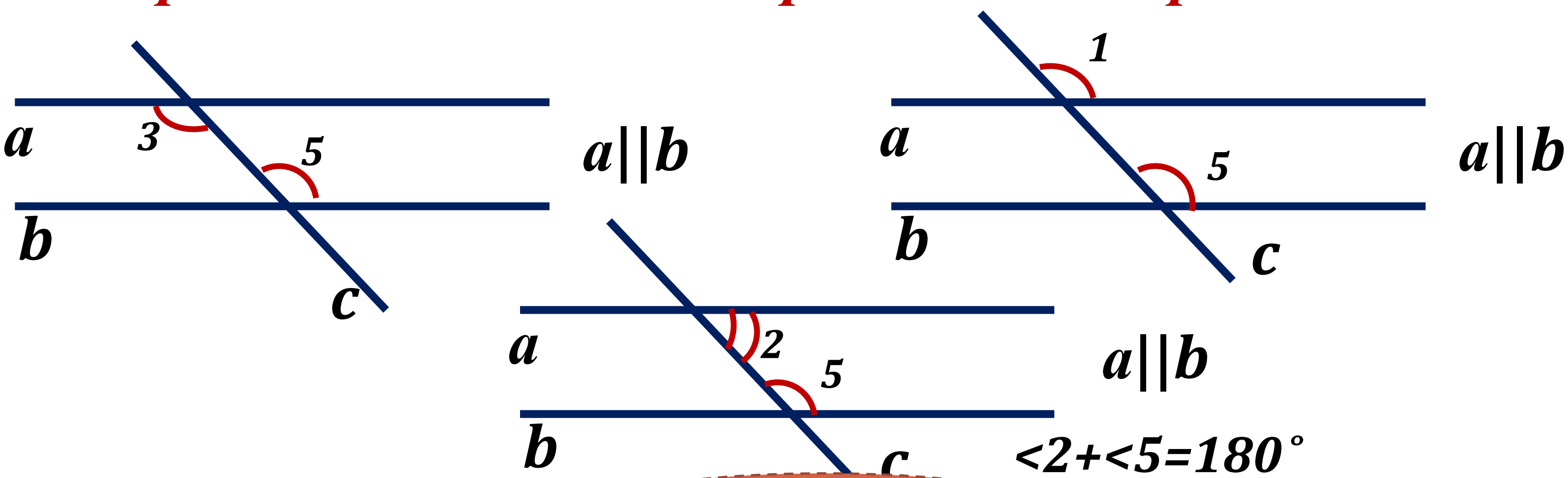
6.Углы при секущей.



Пары углов: (2;8); (3;5)-накрест лежащие, (1;5); (4;8); (3;7); (2;6)-соответственные, (3;8); (2;5)-односторонние.

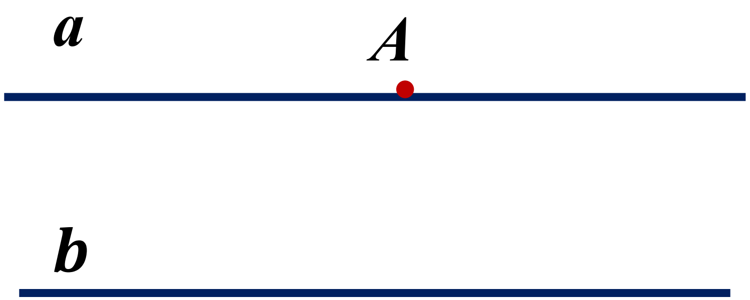
7.Параллельные прямые.

8.Признаки и свойства параллельных прямых.



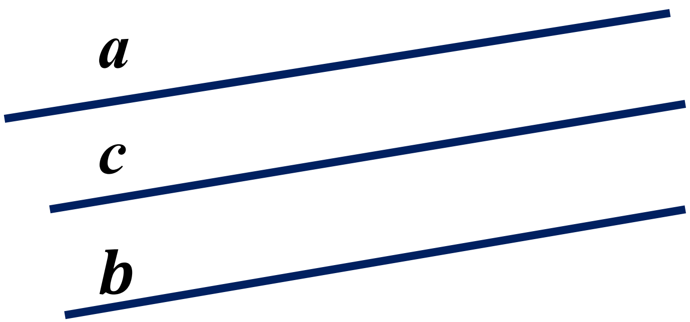
Вернуться

9.Аксиома параллельных прямых.



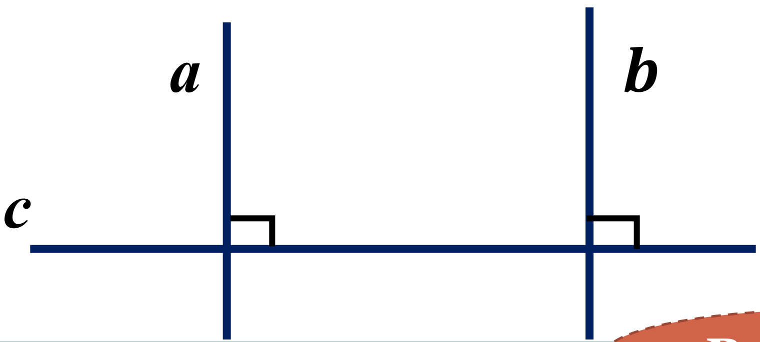
Через точку А, не лежащую на прямой b, в плоскости можно провести прямую а, параллельную данной прямой b, и притом только одну.

10.Транзитивность параллельных прямых.



Если две различные прямые параллельны третьей, то они параллельны между собой.

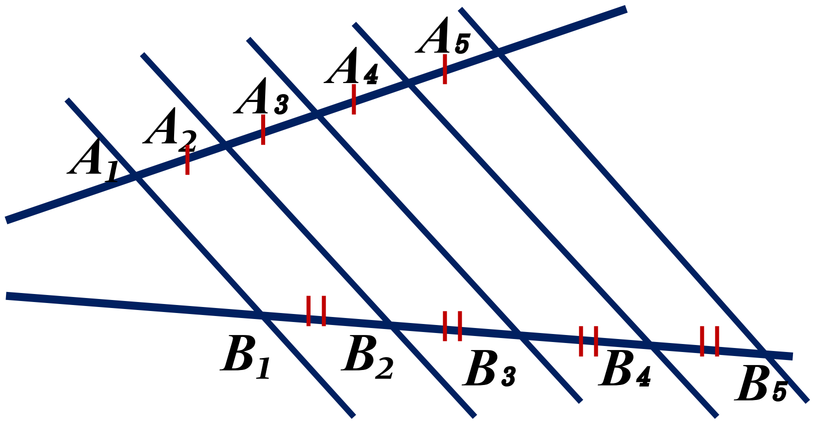
11.Связь перпендикулярности с параллельностью.



Если две различные прямые перпендикулярны третьей, то они параллельны между собой.

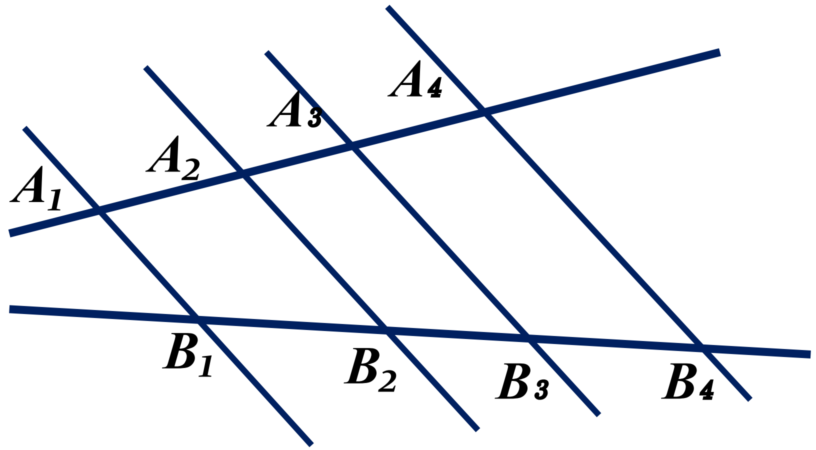
Вернуться

12. Теорема Фалеса.



Если на одной из двух прямых отложить несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые до пересечения с другой прямой, то и на ней отложатся равные отрезки .

13. Расширенная теорема Фалеса.



Если на одной из двух прямых отложить несколько отрезков и через их концы провести параллельные прямые до пересечения с другой прямой, то и на ней отложатся отрезки, пропорциональные данным .

$A_1A_2 : A_2A_3 : A_3A_4 = B_1B_2 : B_2B_3 : B_3B_4$

Вернуться

Треугольники.

Вернуться

1.Треугольник, его элементы.

2.Признаки равенства.

3.Подобие.

4. Линейные элементы.

5. Площадь.

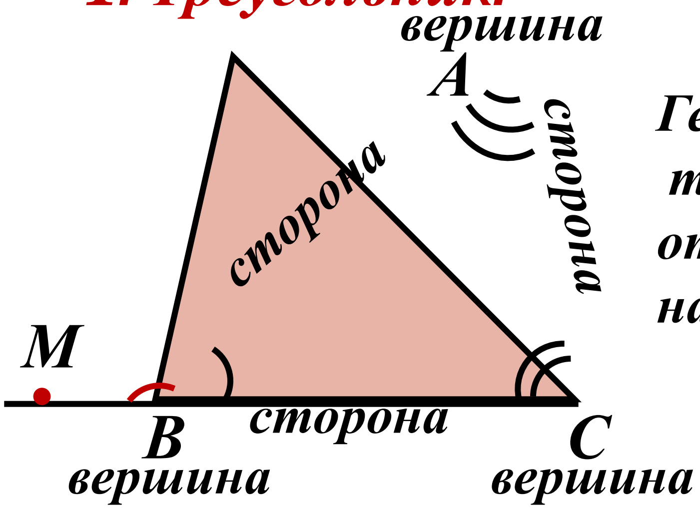
6. Теоремы синусов и косинусов.

7. Вписанная и описанная окружности.

8. Виды.

1. Треугольник.

Вернуться



Геометрическая фигура, состоящая из трёх точек, не лежащих на одной прямой, и трёх отрезков, попарно их соединяющих, называется треугольником.

2. Неравенство треугольника.

В любом треугольнике каждая сторона меньше суммы двух других сторон и больше их разности. В противном случае треугольник не существует: $BC-AC<AB<BC+AC$…

3. Внешний угол треугольника и его свойство.

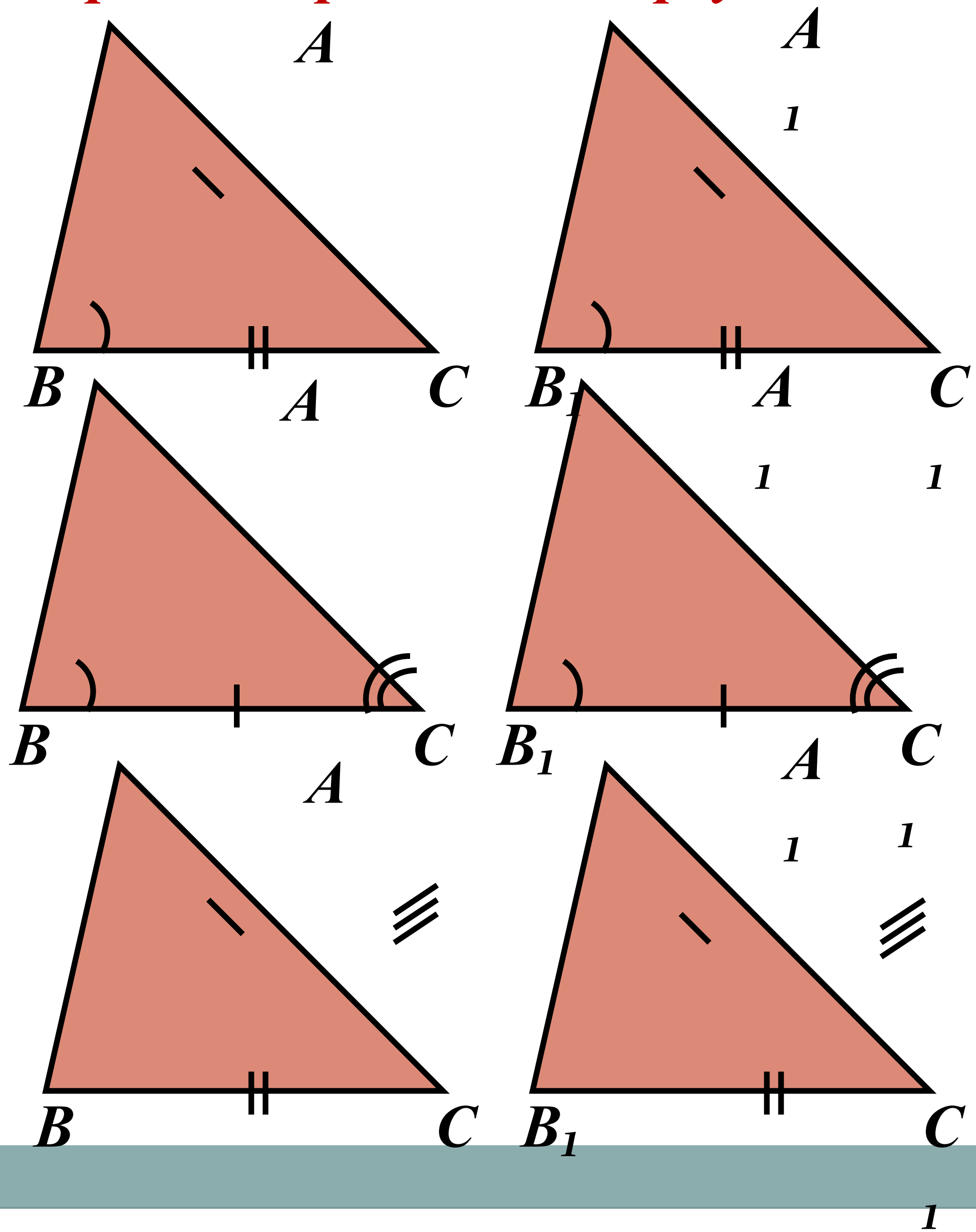
Угол ABM, смежный с углом ABC треугольника, называется внешним углом треугольника.

Внешний угол треугольника равен сумме углов треугольника, не смежных с ним: $\angle ABM = \angle C + \angle A$

4.Сумма углов треугольника.

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

5.Признаки равенства треугольников.



По двум сторонам и углу между ними.

По стороне и двум углам, прилежащим к ней.

По трём сторонам.

Вернуться

Подобие треугольников.

Вернуться

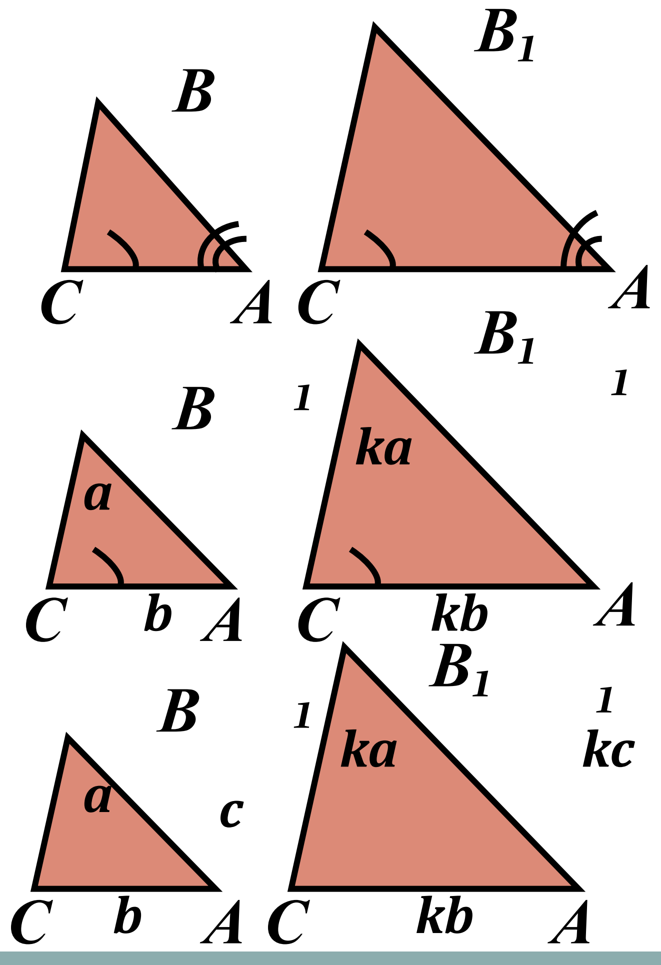
1.Признаки подобия.

2.Примеры и свойства.

6.Признаки подобия треугольников.

Два треугольника называются подобными, если углы одного из них соответственно равны углам другого, а сходственные стороны пропорциональны:

$\angle A = \angle A_1$; $\angle B = \angle B_1$; $\angle C = \angle C_1$; $AB : A_1B_1 = AC : A_1C_1 = BC : B_1C_1 = k$.



По двум углам .

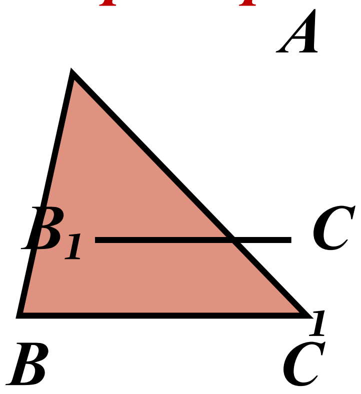
По двум сторонам и углу между ними.

По трём сторонам.

Вернуться

1 1

7. Примеры и свойства подобных треугольников.



Прямая, параллельная стороне треугольника, отсекает от него треугольник, подобный данному.

Сходственные биссектрисы, медианы и высоты треугольников пропорциональны сходственным сторонам.

Отношение периметров подобных треугольников равно отношению сходственных сторон (коэффициенту подобия k) .

$$\frac{P_{ABC}}{P_{A_1B_1C_1}} = k$$

Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату отношения сходственных сторон (квадрату коэффициента подобия k^2) .

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$$

Вернуться

Линейные элементы.

Вернуться

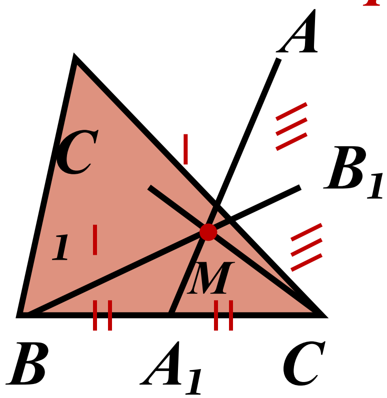
1.Медиана.

2.Высота.

3.Биссектриса.

4.Средняя линия.

8. Медиана треугольника.



Медианой треугольника называется отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

Медианы треугольника пересекаются в одной точке (центре тяжести треугольника) и делятся ею в отношении **2:1**, считая от вершины: $AM:MA_1=BM:MB_1=CM:MC_1=2:1$.

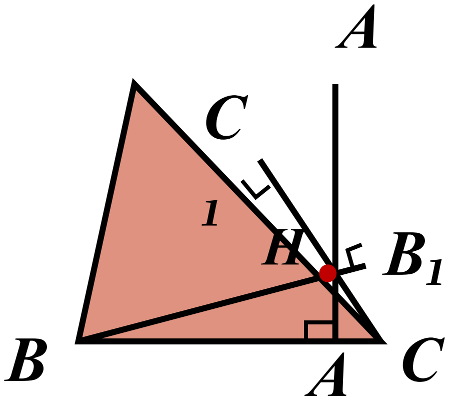
Медиана треугольника делит его на два равновеликих (с равными площадями) треугольника.

Все медианы треугольника делят его на 6 равновеликих треугольников.

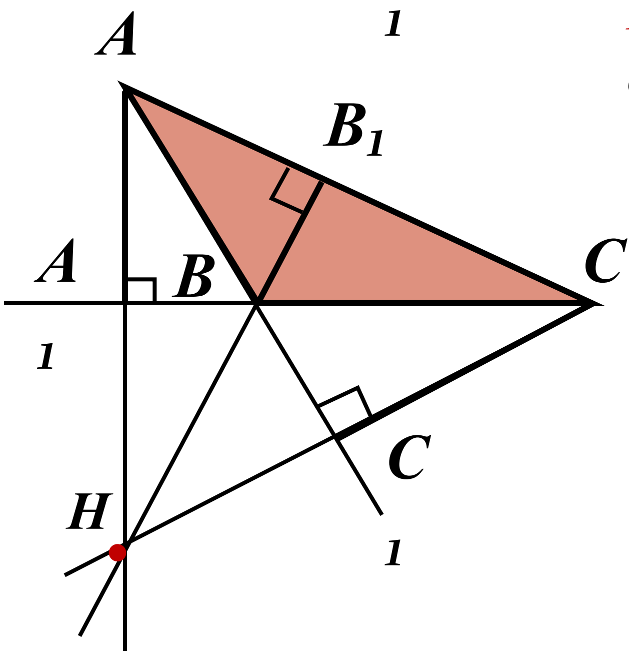
$$AA_1^{\ 2} = m_a^{\ 2} = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}$$

Вернуться

9. Высота треугольника.



Высотой треугольника называется перпендикуляр, опущенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противолежащую сторону .



Все высоты треугольника или прямые, их содержащие, пересекаются в одной точке – ортоцентре треугольника.

$$AA_1 = h_a; BB_1 = h_b; CC_1 = h_c$$

$$H - ортоцентр$$

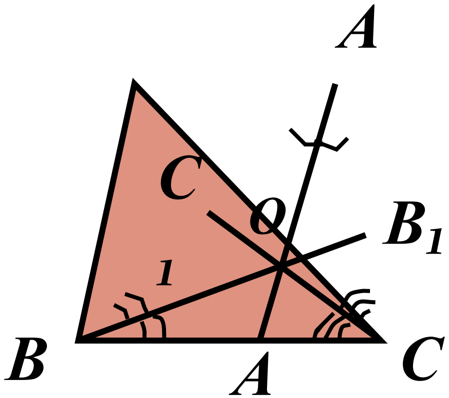
$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$$

r- радиус вписанной окружности.

Вернуться

10. Биссектриса треугольника.

Вернуться



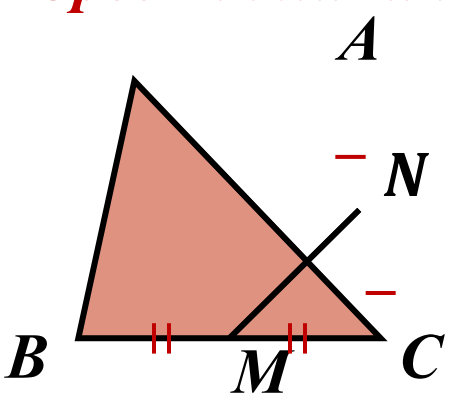
Биссектрисой ***треугольника называется отрезок биссектрисы угла треугольника, расположенный внутри него.***

Все биссектрисы ***треугольника пересекаются в одной точке – центре вписанной окружности.***

Биссектриса ***треугольника делит противолежащую сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам .***

$$\frac{BA_1}{BA} = \frac{CA_1}{CA} \qquad \frac{BC_1}{BC} = \frac{AC_1}{AC} \qquad \frac{AB_1}{AB} = \frac{CB_1}{CB}$$

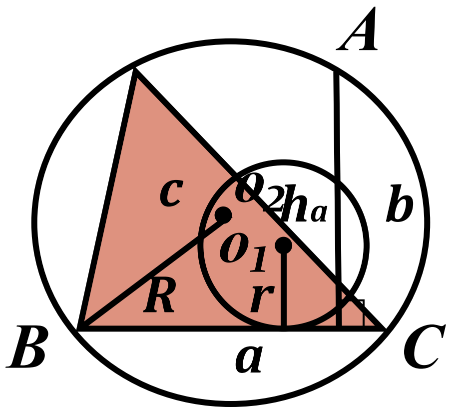
11. Средняя линия треугольника.



Средней линией ***треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника.***

Средняя линия ***треугольника параллельна третьей стороне и равна её половине.***

12. Площадь треугольника.



r- радиус вписанной окружности.

R- радиус описанной окружности.

$h_a; h_b; h_c -$ *высоты*

$$S_\Delta = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

$$S_\Delta = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ac\sin B$$

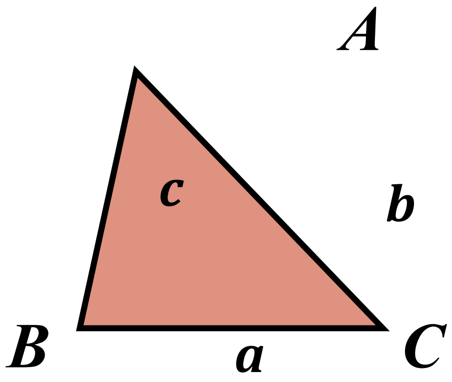
$$S_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$ ***- формула Герона .***

$$S_\Delta = rp, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S_\Delta = \frac{abc}{4R}$$

Вернуться

13. Теорема синусов.



Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов с коэффициентом пропорциональности, равным диаметру описанной окружности.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

14. Теорема косинусов.

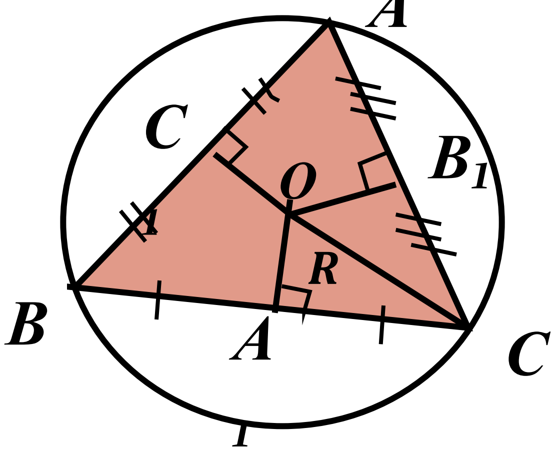
Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

Вернуться

15. Описанная окружность.

Вернуться

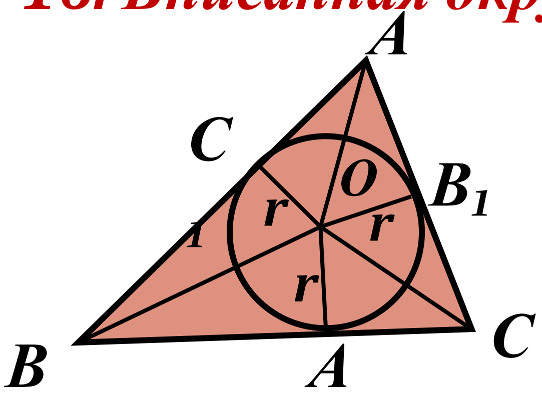


Около каждого треугольника можно описать окружность и притом только одну.

Центром описанной окружности является точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника .

$$R = \frac{a}{2\sin A} = \frac{b}{2\sin B} = \frac{c}{2\sin C}; \quad R = \frac{abc}{4S_{\Delta}}$$

16. Вписанная окружность.



В каждый треугольник можно вписать окружность и притом только одну.

Центром вписанной окружности является точка пересечения биссектрис треугольника.

$$r = \frac{S_{\Delta}}{p}; \quad r = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}; \; p - полупериметр$$

Виды треугольников.

Вернуться

1.Прямоугольный.

2.Равнобедренный.

3.Равностороний (правильный).

Прямоугольный треугольник.

Вернуться

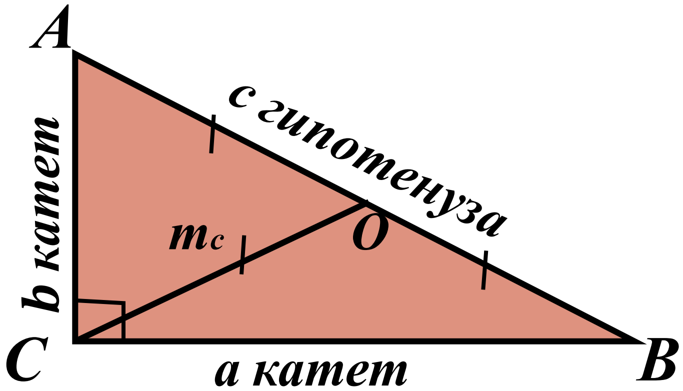
1.Определение и свойства.

2.Соотношения.

3.Вписанная и описанная окружности.

4.Площадь.

17. Прямоугольный треугольник.



Треугольник называется прямоугольным, если у него есть прямой угол.

Теорема Пифагора.

Квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Теорема, обратная теореме Пифагора.

Если квадрат одной стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то этот треугольник прямоугольный.

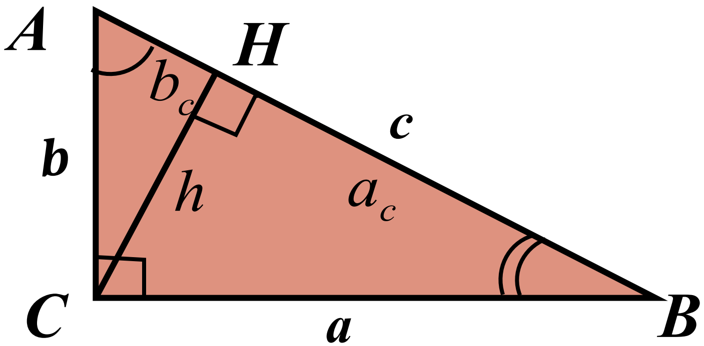
Медиана, проведённая к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна её половине: $m_c = c:2$.

Если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то этот треугольник прямоугольный, и эта сторона является гипотенузой.

Центр описанной окружности около прямоугольного треугольника совпадает с серединой гипотенузы.

Вернуться

18. Тригонометрические функции острых углов в прямоугольном треугольнике.



$$\angle A = 90^\circ - \angle B$$

$$\sin A = \frac{a}{c}; \cos A = \frac{b}{c}; tgA = \frac{a}{b}$$

$$\sin B = \frac{b}{c}; \cos B = \frac{a}{c}; tgB = \frac{b}{a}$$

19. Средние пропорциональные отрезки.

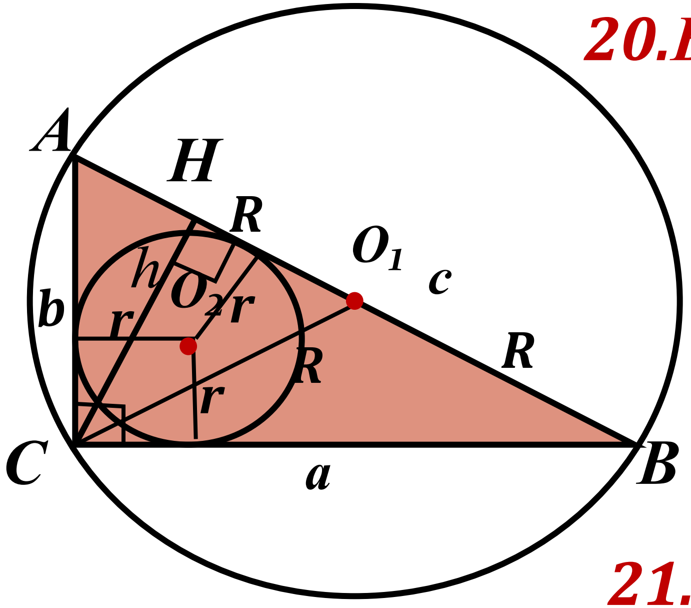
***Катет** прямоугольного треугольника является средним пропорциональным отрезком гипотенузы и проекции этого катета на гипотенузу.*

$$b = \sqrt{c \cdot b_c}; a = \sqrt{c \cdot a_c}$$

***Высота** прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла является средним пропорциональным отрезком проекций катетов на гипотенузу:*

$$h = \sqrt{a_c \cdot b_c}$$

Вернуться



20.Вписанная и описанная окружности.

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{c}{2} \qquad r = \frac{a+b-c}{2}$$

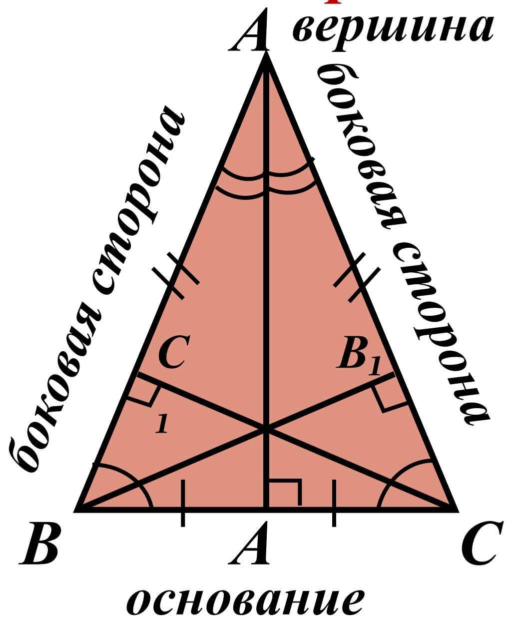
21.Площадь.

$$S = \frac{1}{2}ab \qquad S = \frac{1}{2}ch$$

Вернуться

22.Равнобедренный треугольник.

Вернуться



Равнобедренным называется треугольник, у которого две стороны равны.

Углы при основании равны.

Высота, проведённая из вершины, является биссектрисой и медианой.

Высоты (биссектрисы, медианы), проведённые к боковым сторонам равны .

23.Признаки равнобедренного треугольника.

1.Если в треугольнике два угла равны, то он равнобедренный.

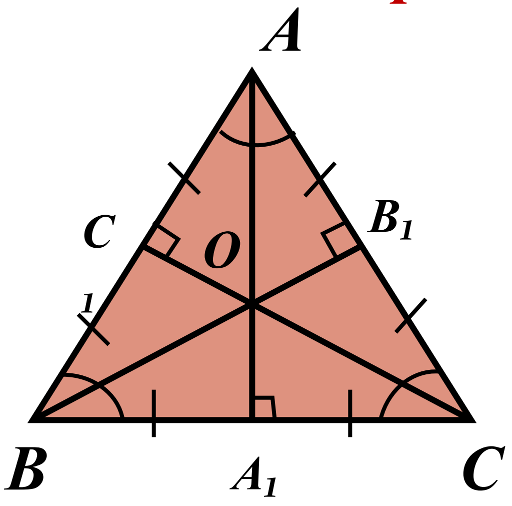
2.Если в треугольнике высота является биссектрисой или медианой, то этот треугольник равнобедренный.

3.Если в треугольнике медиана является биссектрисой или высотой, то этот треугольник равнобедренный.

4.Если в треугольнике биссектриса является медианой или высотой, то этот треугольник равнобедренный.

5.Если в треугольнике 2 высоты (биссектрисы, медианы) равны, то этот треугольник равнобедренный. .

24.Равносторонний (правильный) треугольник.



Правильным (равносторонним) называется треугольник, у которого все стороны равны.

25. Свойства.

1.Все углы равны 60˚.

2. Точки пересечения медиан, биссектрис, высот, серединных перпендикуляров совпадают. Эта точка называется центром треугольника и является центром вписанной и описанной окружностей.

3. Центр правильного треугольника делит его высоты в отношении 2:1, считая от вершины .

4. Формулы. $a = R\sqrt{3}; \quad R = 2r; \quad h = \frac{3}{2}R = 3r$

5. Площадь. $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Вернуться

Параллелограммы.

Вернуться

1.Параллелограмм.

2.Ромб.

3. Прямоугольник.

4.Квадрат.

Параллелограмм.

Вернуться

1.Определение и свойства.

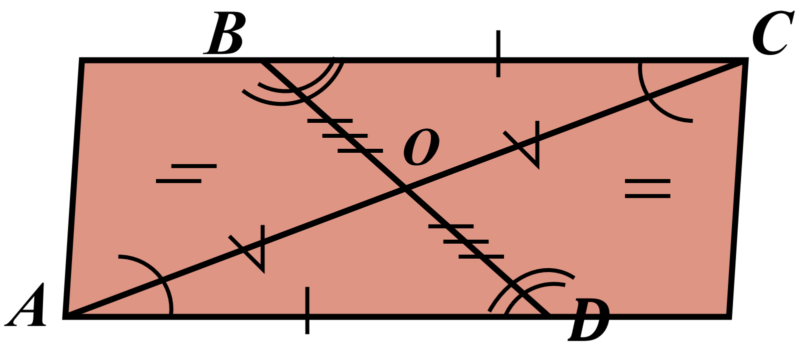
2.Признаки.

3.Свойства биссектрис и высот.

4. Метрические соотношения. Площадь.

26. Определение.

Вернуться



Параллелограммом называется четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

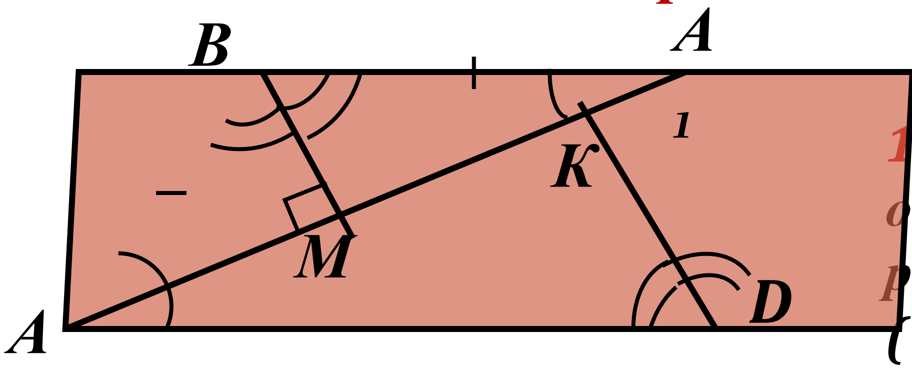
27. Свойства.

1. **Противоположные углы** равны.
2. **Односторонние углы** в сумме составляют 180°.
3. **Противоположные стороны** равны.
4. **Диагонали параллелограмма** точкой пересечения делятся пополам .

28. Признаки.

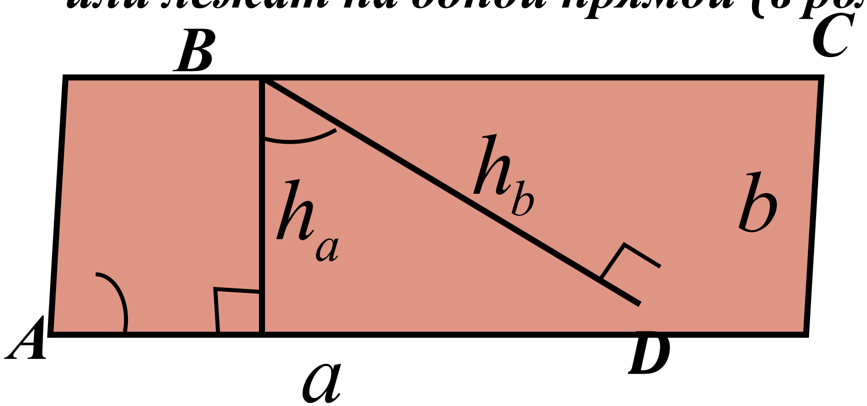
1. Если в четырёхугольнике две противоположные стороны равны и параллельны, то этот четырёхугольник является параллелограммом
2. Если в четырёхугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырёхугольник является параллелограммом.
3. Если в четырёхугольнике диагонали точкой пересечения делятся пополам, то этот четырёхугольник -параллелограмм.

29. Свойства биссектрис и высот.



1.Биссектриса ***угла (AA_1)отсекает от параллелограмма равнобедренный треугольник ($AB=BA_1$).***

2.Биссектрисы ***односторонних углов перпендикулярны (AA_1 и BM), а биссектрисы противоположных углов параллельны (BM и DK) или лежат на одной прямой (в ромбе)***



3. Высоты ***параллелограмма обратно пропорциональны соответственным сторонам:***

$$a : b = h_b : h_a$$

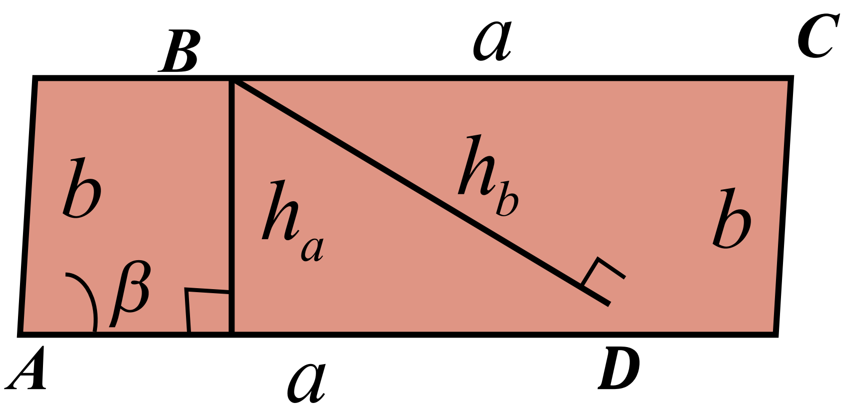
4.Высоты***, опущенные из одной вершины, образуют угол, равный углу при соседней вершине:***

$$\angle(h_a; h_b) = \angle A$$

Вернуться

30. Периметр. Площадь.

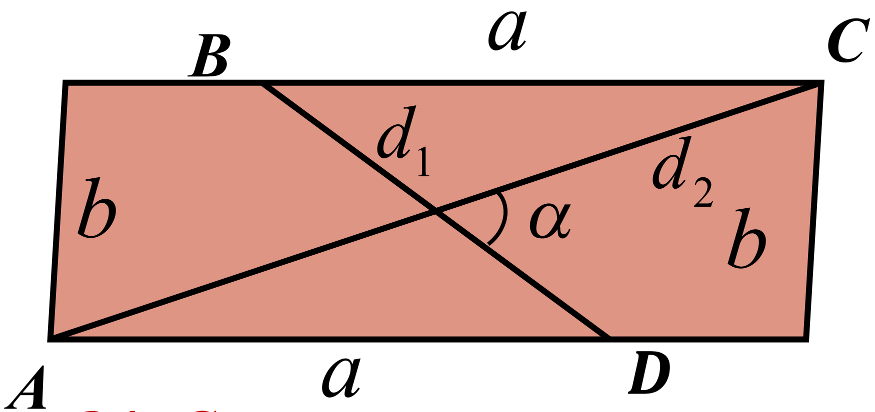
Вернуться



$$P = 2a + 2b$$

$$S = ah_a = bh_b$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \beta$$



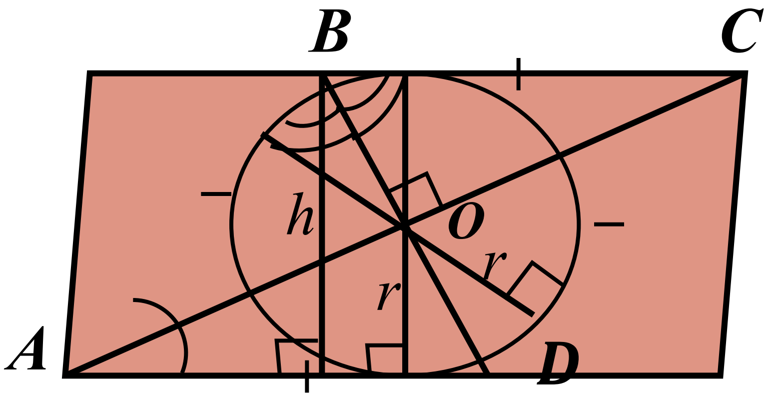
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

31. Соотношения.

***Сумма квадратов диагоналей* параллелограмма равна сумме квадратов четырёх его сторон:**

$$d_1^{\,2} + d_2^{\,2} = 2a^2 + 2b^2$$

32. Ромб.



Ромбом называется параллелограмм, у которого все стороны равны.

1.Диагонали ромба перпендикулярны и делят углы его пополам.

2.Высоты ромба равны.

3. В ромб можно вписать окружность с центром в точке пересечения диагоналей и радиусом, равным половине высоты.

4. Ромб обладает всеми свойствами параллелограмма.

33. Признаки ромба.

5.Если в параллелограмме диагонали перпендикулярны, то это ромб.

6.Если в параллелограмме диагонали делят углы пополам, то это ромб.

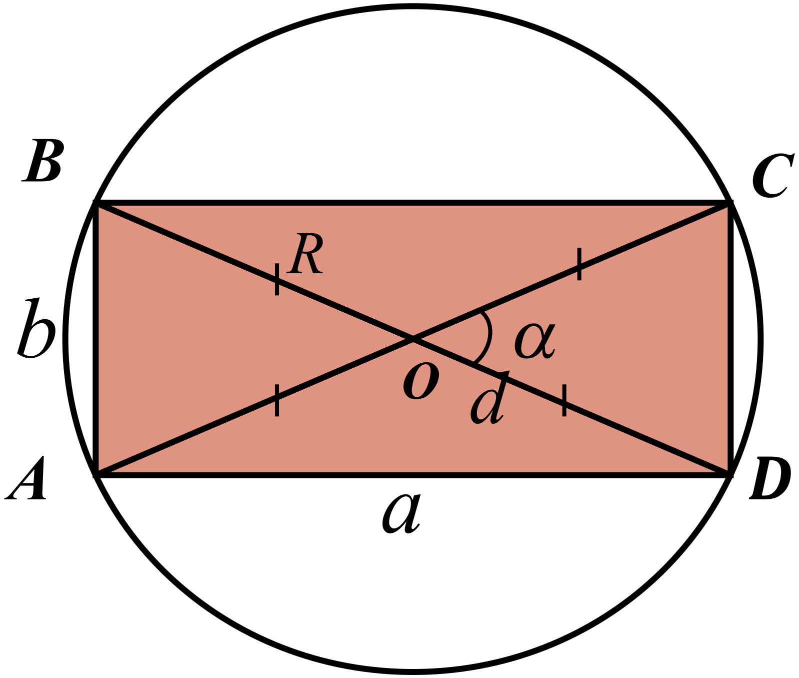
7.Если в четырёхугольнике все стороны равны, то это ромб.

34. Площадь ромба.

$$S = ah = a^2 \sin A = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Вернуться

35. Прямоугольник.



Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые.

1.Диагонали прямоугольника равны.

2.Около прямоугольника можно описать окружность с центром в точке пересечения диагоналей и радиусом, равным половине диагонали.

3. Прямоугольник обладает всеми свойствами параллелограмма.

36. Признаки прямоугольника.

1. Если в параллелограмме диагонали равны, то это прямоугольник.

2. Если в параллелограмме один угол прямой, то это прямоугольник.

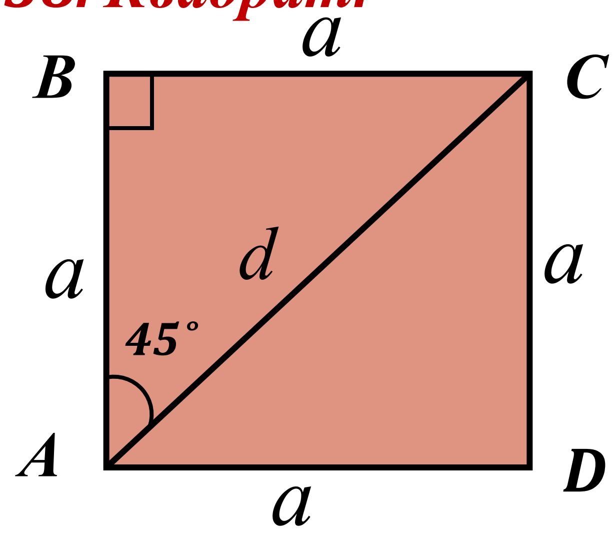
3. Если в четырёхугольнике есть три прямых угла, то это прямоугольник.

37. Периметр и площадь прямоугольника.

$$S = ab = \frac{1}{2} d^2 \sin\alpha$$

Вернуться

38. Квадрат.



Квадратом называется прямоугольник, у которого все стороны равны.

Квадратом называется ромб, у которого все углы прямые.

Квадрат обладает всеми свойствами ромба, прямоугольника и параллелограмма.

Квадрат является правильным четырёхугольником.

$$d = a\sqrt{2}; r = \frac{1}{2}a$$

$$R = \frac{1}{2}d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$S = a^2 = \frac{1}{2}d^2$$

d-диагональ,
R-радиус описанной окружности
r- радиус вписанной окружности
a- сторона

Вернуться

Трапеции.

Вернуться

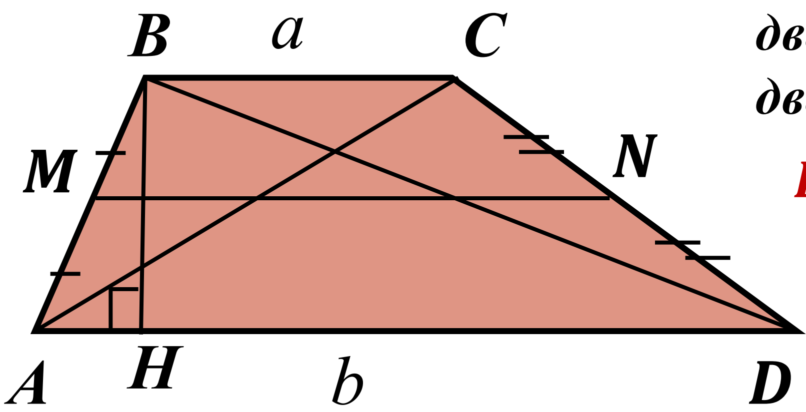
1.Трапеция.

2.Свойства трапеции.

3. Вписанная окружность.

4.Равнобедренная и прямоугольная трапеции.

39. Трапеция.



Трапецией называется четырёхугольник, две стороны которого параллельны, а две другие нет.

BC и AD - верхнее и нижнее основания.

AB и CD –боковые стороны.

AC и BD –диагонали.

MN – средняя линия. $MN \parallel AD \parallel BC, \quad MN = \frac{1}{2}(BC + AD)$

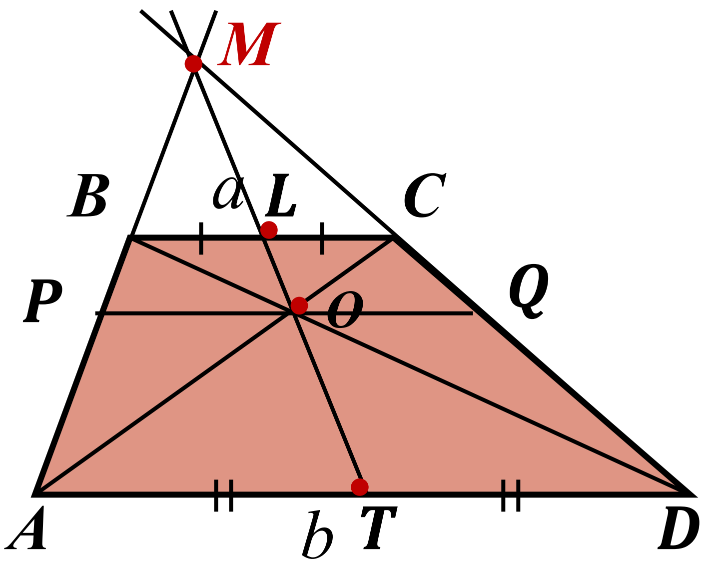
BH – высота трапеции, расстояние между основаниями.

Площадь трапеции:

$$S = h \cdot MN = \frac{1}{2}h(BC + AD) = \frac{1}{2}AC \cdot BD \sin\angle(AC;BD)$$

Вернуться

40. Свойства трапеции.



1.Середины оснований , точка пересечения диагоналей и точка пересечения продолжений боковых сторон трапеции лежат на одной прямой.

2. Треугольники , образованные основаниями трапеции и отрезками диагоналей, подобны.

$$\Delta BOC \sim \Delta AOD$$

3. Треугольники , образованные боковыми сторонами и отрезками диагоналей, равновелики.

$$S_{AOB} = S_{COD}$$

4. Отрезок , параллельный основаниям, проходящий через точку пересечения диагоналей, делится ею пополам и

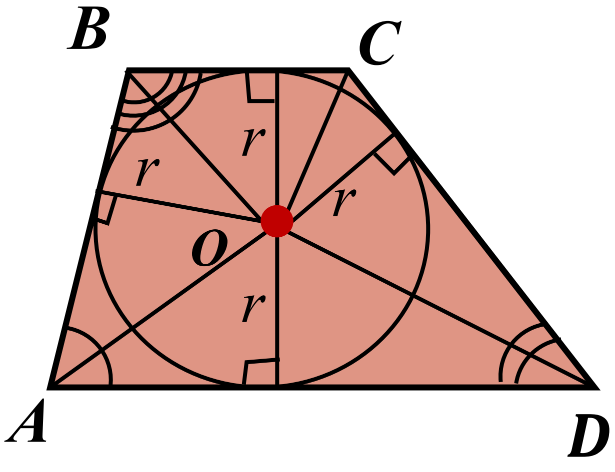
$$OQ = OP = \frac{ab}{a+b}; PQ = \frac{2ab}{a+b}$$

Вернуться

41. Вписанная окружность.

***В трапецию можно вписать** окружность тогда и только тогда, когда сумма оснований равна сумме боковых сторон.*

BC+AD=AB+CD.



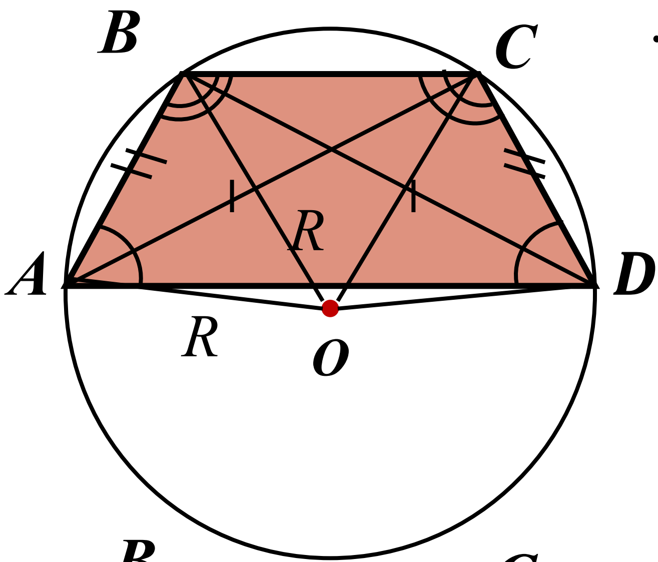
***Центром** вписанной окружности является точка пересечения биссектрис углов трапеции и радиус этой окружности*

$$r = \frac{1}{2} h$$

Вернуться

42. Равнобедренная трапеция.

Вернуться

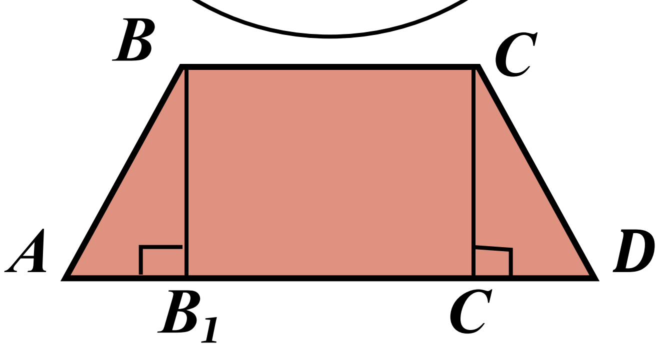


Равнобедренной называется трапеция, у которой боковые стороны равны.

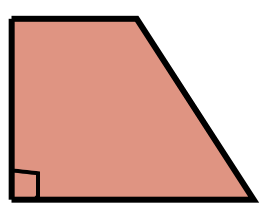
1.Углы, прилежащие к одному основанию, равны.

2.Диагонали, равнобедренной трапеции равны.

3.Около равнобедренной трапеции можно описать окружность, центр которой, является точкой пересечения серединных перпендикуляров сторон.



4. Высоты трапеции, проведённые из вершин верхнего основания, отсекают от неё равные прямоугольные треугольники.



1

Прямоугольной называется трапеция, у которой одна боковая сторона перпендикулярна основанию.

Окружность.

Вернуться

1.Отрезки и дуги.

2.Прямая и окружность.

3. Углы в окружности.

4.Две окружности.

5.Вписанная окружность.

6.Описанная окружность.

7.Общие касательные двух окружностей.

8. Круг и его части.

Отрезки и дуги.

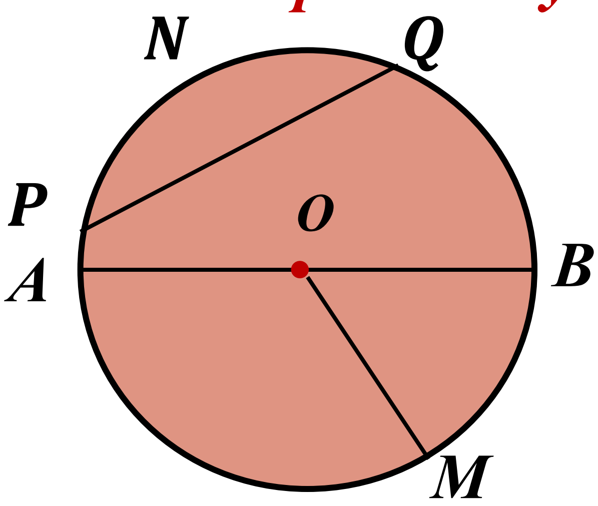
Вернуться

1.Отрезки и дуги.

2.Свойства отрезков и дуг.

43. Отрезки и дуги.

Вернуться



Окружностью называется множество точек плоскости, находящихся на одинаковом расстоянии от данной точки O (**центра** окружности).

Радиусом называется отрезок (OM), соединяющий точку окружности с центром.

Хордой называется отрезок, соединяющий две точки окружности (PQ и AB).

Диаметром называется хорда, проходящая через центр (AB).

Дугой называется часть окружности, заключённая между двумя её точками.

Две точки на окружности образуют на ней две дуги: PNQ и PMQ

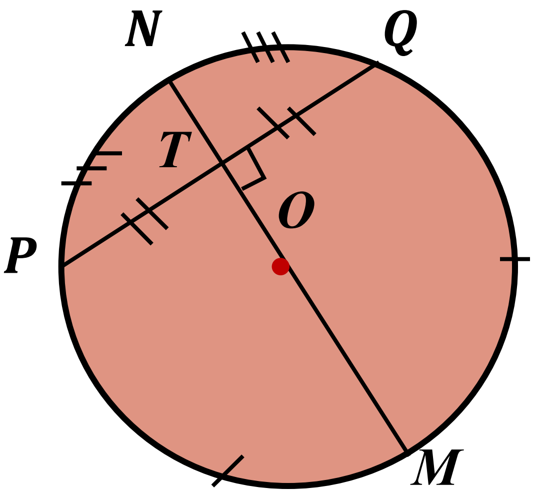
Любую из них стягивает хорда PQ .

Длина окружности $C=2\pi R$.

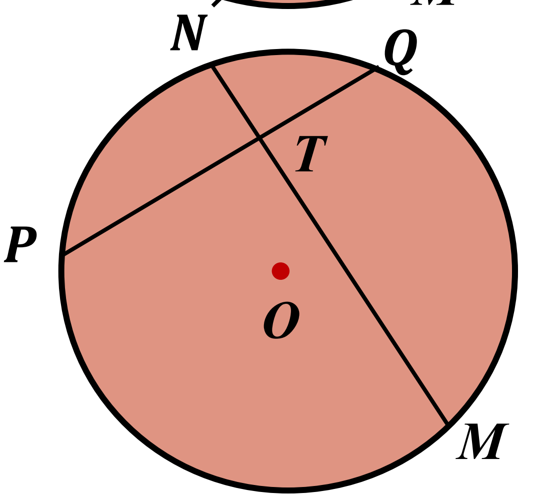
Длина дуги окружности $l=\pi R\alpha/180$. α-градусная мера дуги

$l=R\alpha$, α- радианная мера дуги.

44. Свойства отрезков и дуг.



Диаметр делит хорду, не являющуюся диаметром, пополам тогда и только тогда, когда он перпендикулярен к этой хорде.



Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды:
MT·TN=PT·TQ

Вернуться

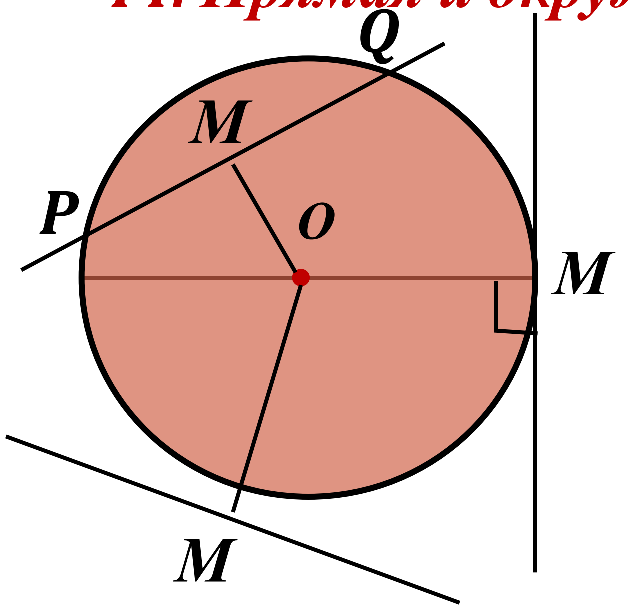
Прямая и окружность.

Вернуться

1.Прямая и окружность.

2. Окружность и две прямые.

44. Прямая и окружность.



ОМ- расстояние от центра окружности до прямой.

Если ОМ<R, то окружность и прямая имеют две общие точки: Р и Q. И прямая называется секущей окружности.

Если ОМ=R, то окружность и прямая имеют одну общую точку: М. И прямая называется касательной к окружности, а точка М – точкой касания.

Если ОМ>R, то окружность и прямая не имеют общих точек, не пересекаются.

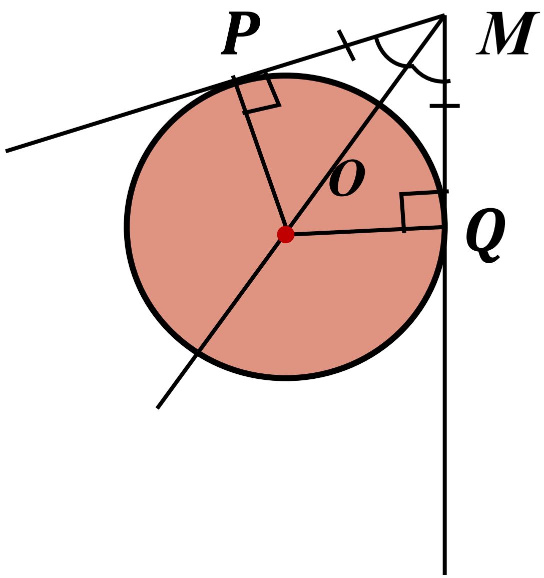
45. Признак касательной.

Прямая является касательной к окружности, тогда и только тогда, когда радиус, проведённый в их общую точку, перпендикулярен прямой

Вернуться

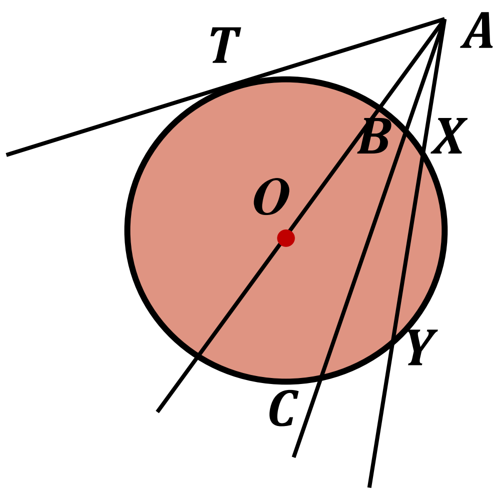
46. Две прямые и окружность.

Вернуться



Если окружность касается сторон угла, то:
1)центр окружности лежит на биссектрисе этого угла; MO-биссектриса,
2)отрезки касательных, заключённых между вершиной угла и точками касания, равны;
MP=MQ

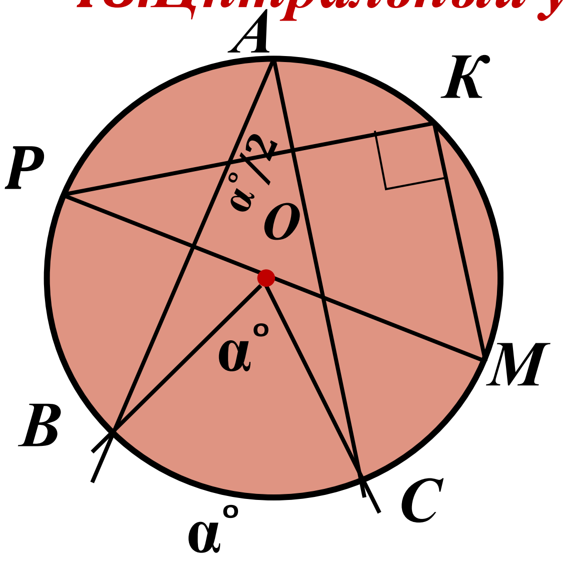
47. Касательные и секущие из одной точки.



Если из точки вне окружности к ней проведены касательная и секущая, то квадрат длины отрезка касательной равен произведению всего отрезка секущей на его внешнюю часть:
$AT^2=AB\cdot AC=AX\cdot AY$.
Произведения длин отрезков секущих, проведённых из одной точки, равны.

48.Цнтральный угол.

Вернуться



Если вершина угла находится в центре окружности, а стороны его пересекают окружность, **то этот угол называется центральным (BOC).**

Градусная мера дуги (BC), **заключённой внутри центрального угла,** *равна* **градусной мере этого центрального угла.**

49.Вписанный угол.

Если вершина угла находится на окружности, а стороны его пересекают окружность, **то этот угол называется вписанным в окружность (BAC).**

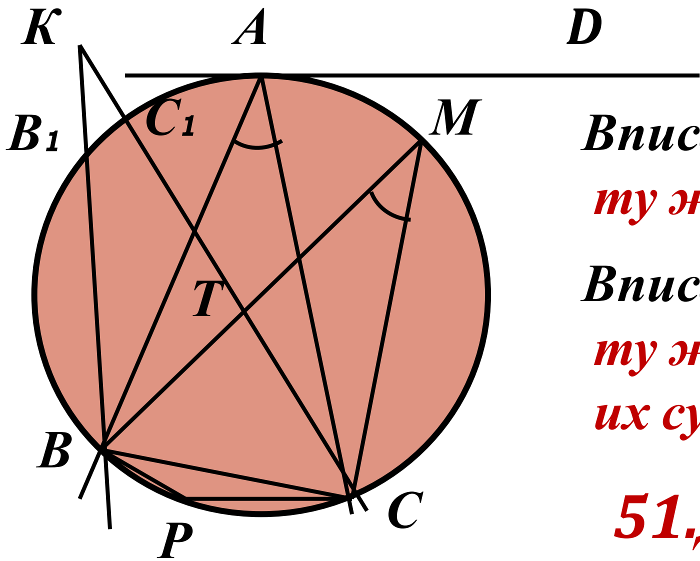
Вписанный угол равен половине **градусной меры дуги, заключённой внутри его (на которую он опирается).**

Вписанный угол (PKM), *опирающийся на полуокружность (диаметр) равен 90° (прямой)*.

Далее

50.Свойства вписанных углов.

Вернуться



Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу равны.

Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же хорду или равны (ВАС и ВМС), или их сумма равна 180° (ВРС и ВМС).

51.Другие углы.

Градусная мера угла (ВКС), стороны которого пересекают окружность, а вершина находится вне её, равна полу разности градусных мер дуг, заключённых внутри этого угла (B_1C_1 и ВРС).

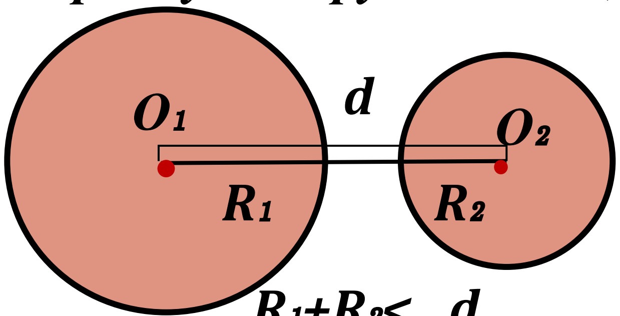
Градусная мера угла (CAD), между хордой и касательной равна половине дуги, заключённой внутри этого угла (дуги АМС).

Градусная мера угла (ВТС), вершина которого лежит внутри окружности , а стороны пересекают её равна полу сумме градусных мер дуг, заключённых внутри этого угла и внутри вертикального ему угла (дуг ВРС и C_1АМ).

52. Две окружности.

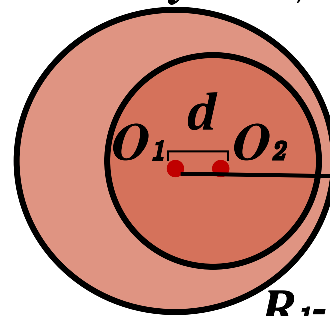
Вернуться

R_1и R_2-радиусы окружностей, d- расстояние между их центрами.

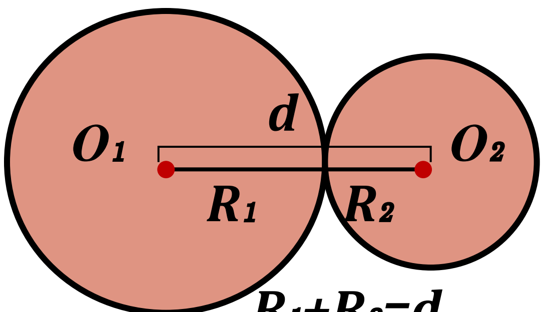


$R_1+R_2< d$

Нет общих точек.

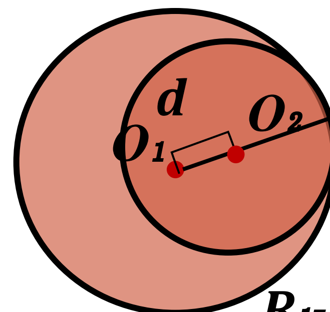


$R_1-R_2> d$

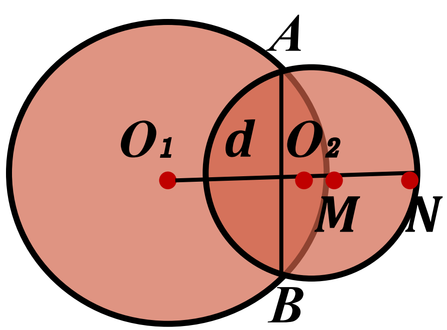


$R_1+R_2=d$

Касаются

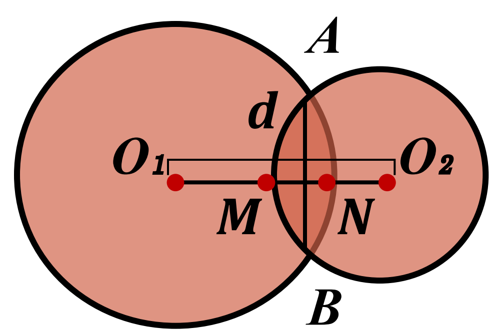


$R_1-R_2=d$



$MN=R_2-R_1+d$

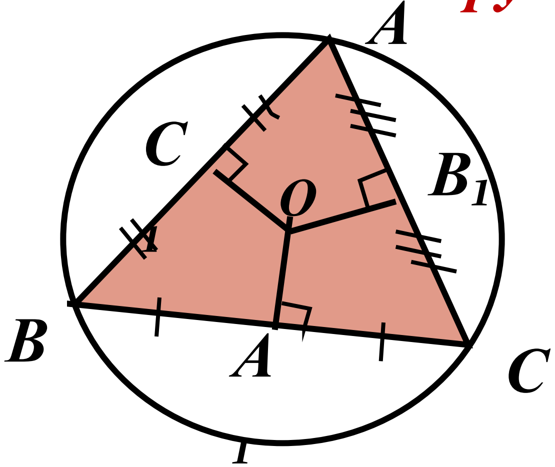
Пересекаются



$MN=R_2+R_1-d$

53. Описанная окружность.

Вернуться

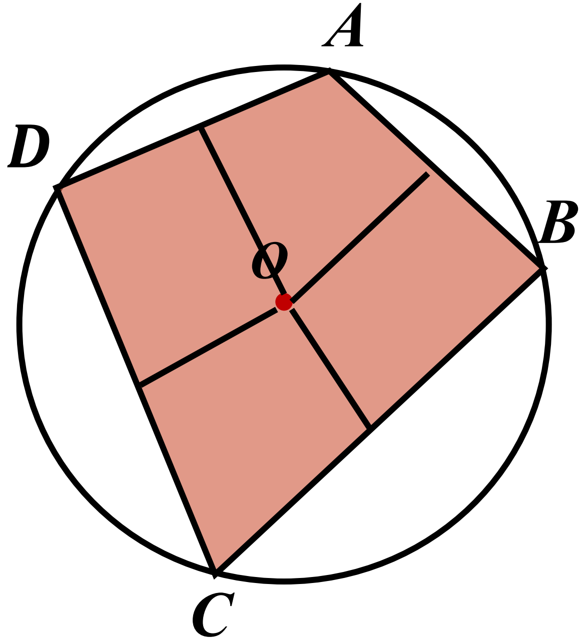


Около каждого треугольника можно описать окружность и притом только одну.

$$R = \frac{a}{2\sin A} = \frac{b}{2\sin B} = \frac{c}{2\sin C}; \quad R = \frac{abc}{4S_\Delta}$$

Около четырёхугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда суммы противоположных углов этого четырёхугольника равны 180°.

$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$$

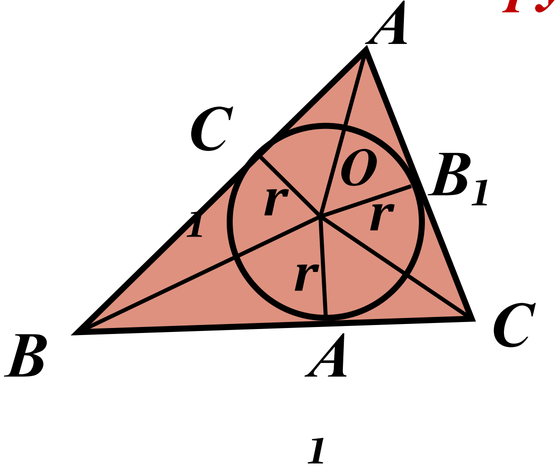


Около прямоугольника (квадрата)всегда можно описать окружность, центр которой лежит в точке пересечения его диагоналей.

Центром описанной окружности является точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам многоугольника.

54. Вписанная окружность.

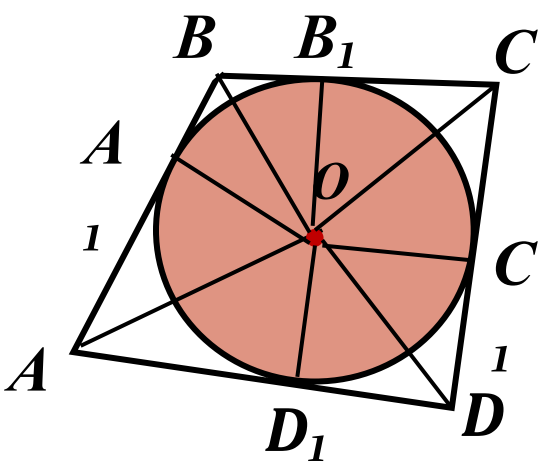
Вернуться



В каждый треугольник можно вписать окружность и притом только одну.

$$r = \frac{S_{\Delta}}{p};$$

$$r = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}};\ p - полупериметр$$

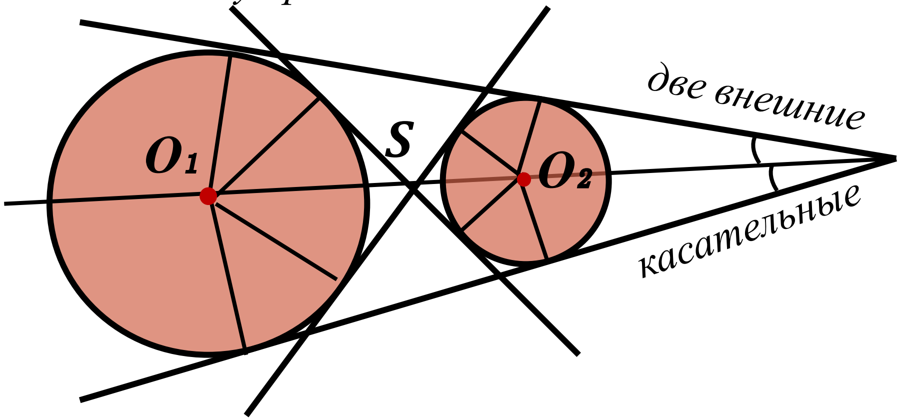


В четырёхугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы противоположных сторон этого четырёхугольника равны.

AB+CD=DC+AD.

Центром вписанной окружности является точка пересечения биссектрис многоугольника.

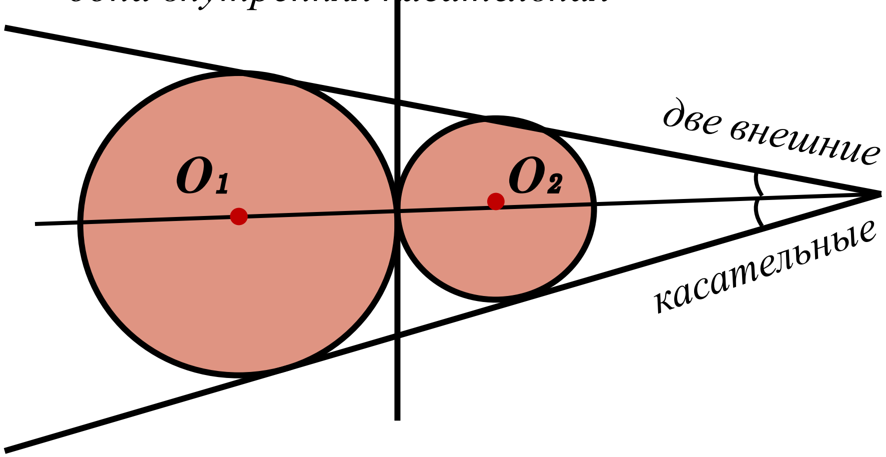
55.Общие касательные двух окружностей.



Если одна окружность лежит вне другой, то у них **4 общих касательных.**

$d = O_1O_2 > R_1 + R_2$

$$SO_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} d \qquad SO_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} d$$



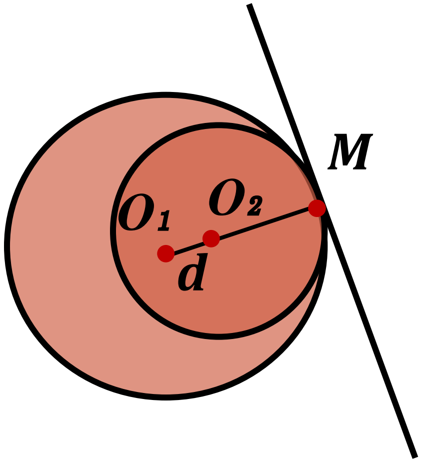
Если две окружности касаются внешним образом, то у них **3 общих касательных.**

$d = O_1O_2 = R_1 + R_2$

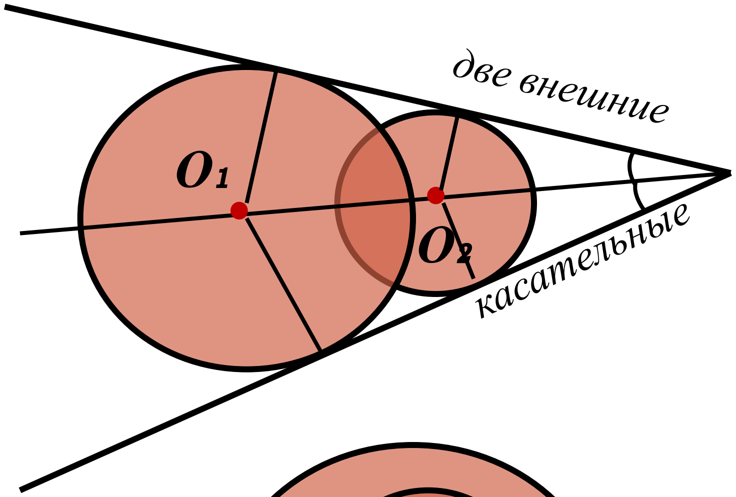
Вернуться

Далее

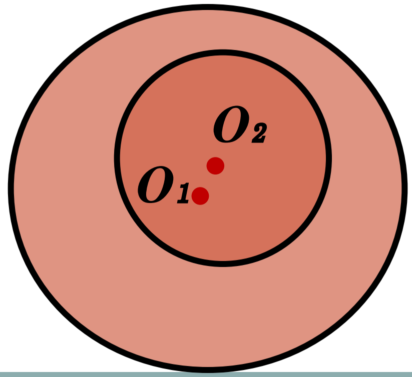
Вернуться



Если две окружности касаются внутренним образом, то у них ***одна общая касательная.***



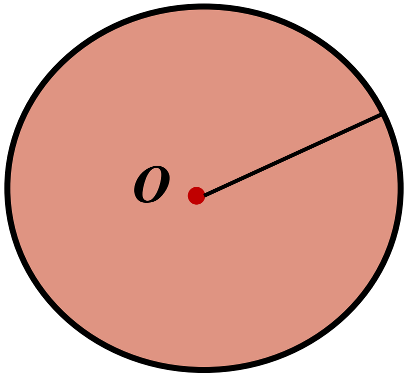
Если две окружности пересекаются, то у них есть две общие касательные.



Если одна окружность лежит внутри другой, то общих касательных нет.

56. Круг и его части.

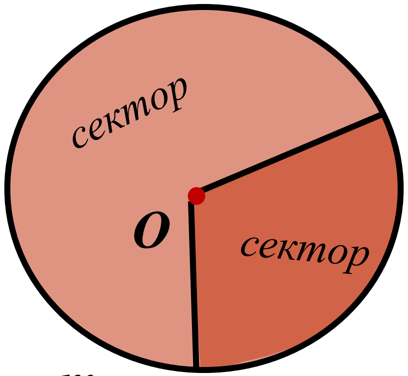
Вернуться



$$S = \pi R^2 = \frac{\pi}{4} D^2 = \frac{1}{2} RC$$

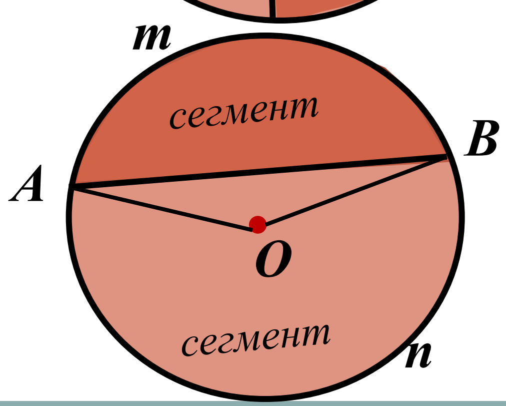
C - длина окружности,

D=2R - диаметр



$$S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$$

α –градусная мера дуги сектора



$$S_{сегм.AmB} = S_{сект.AmB} - S_{\Delta AOB}$$

$$S_{сегм.AnB} = S_{сект.AnB} + S_{\Delta AOB}$$

Площади.

Вернуться

1.Площадь треугольника.

2.Отношения площадей.

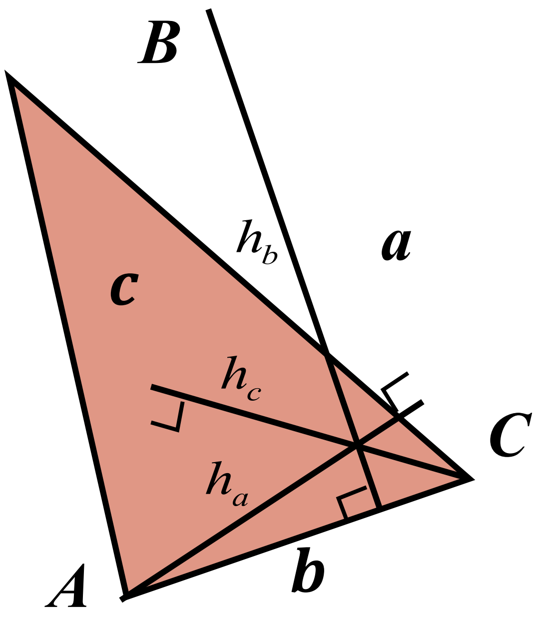
3.Площадь четырёхугольника.

4.Площадь круга и его частей.

5.Площади правильных многоугольников.

57.Площадь треугольника.

Вернуться



$$S=\frac{1}{2}ah_a=\frac{1}{2}bh_b=\frac{1}{2}ch_c$$

Далее

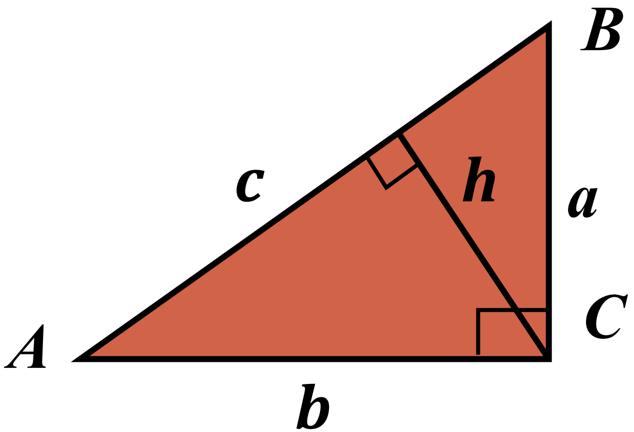
$$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B$$

$S=rp$ *r - радиус вписанной окружности,*
p - полупериметр

$S=\dfrac{abc}{4R}$ *R - радиус описанной окружности*

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},\ p-\text{полупериметр}.$$

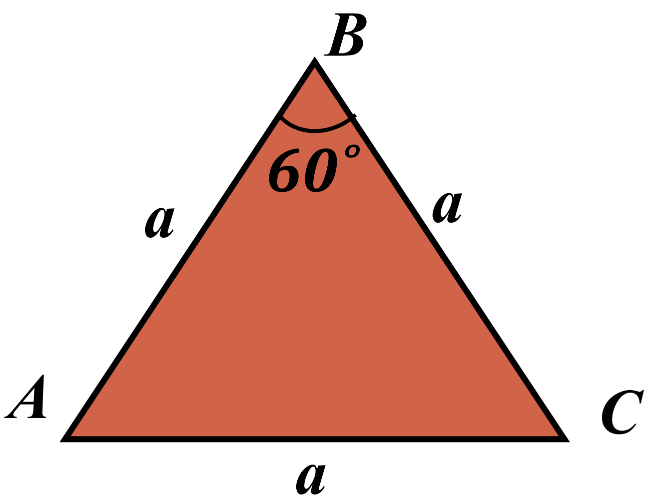
58. Площадь прямоугольного треугольника.



$$S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch$$

$$h = \frac{ab}{c}$$

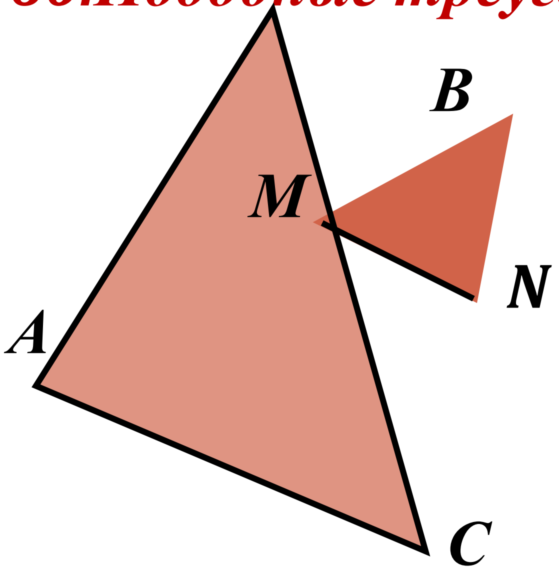
59. Площадь правильного треугольника.



$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Вернуться

60.Подобные треугольники.

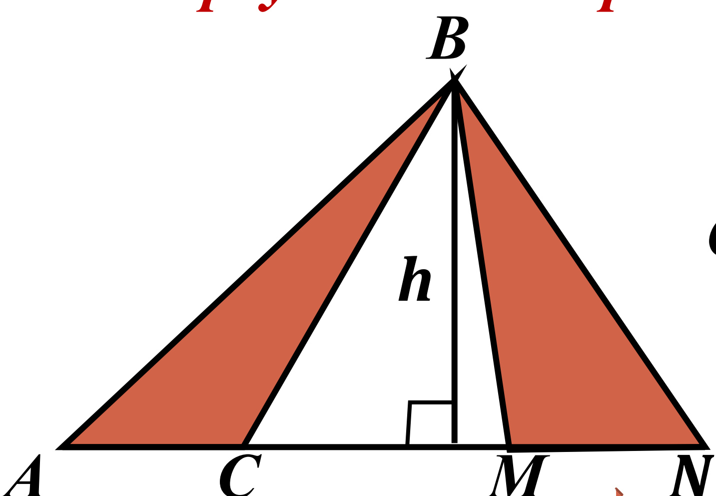


$$\Delta ABC \sim \Delta MBN$$

$$\frac{S_{MBN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{MN}{AC}\right)^2 = \left(\frac{AB}{MB}\right)^2 = \left(\frac{BC}{BN}\right)^2 = k^2$$

Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

61. Треугольники с равными высотами.



$$\frac{S_{MBN}}{S_{ABC}} = \frac{MN}{AC}$$

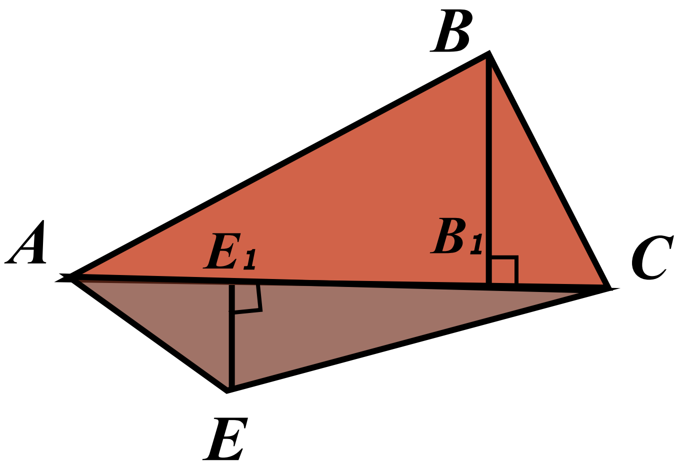
Отношение площадей треугольников с равными высотами (общей высотой) равно отношению сторон, соответственных этим высотам

Вернуться

Далее

62. Треугольники с равными сторонами.

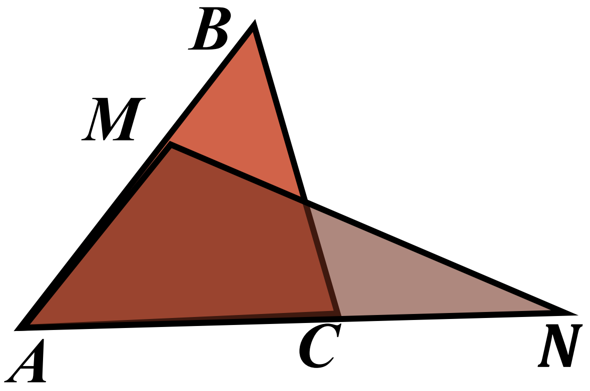
Вернуться



$$\frac{S_{AEC}}{S_{ABC}} = \frac{EE_1}{BB_1}$$

Отношение площадей треугольников с равными сторонами (с общей стороной) равно отношению высот, проведённых к этим сторонам.

63. Треугольники с равными углами.

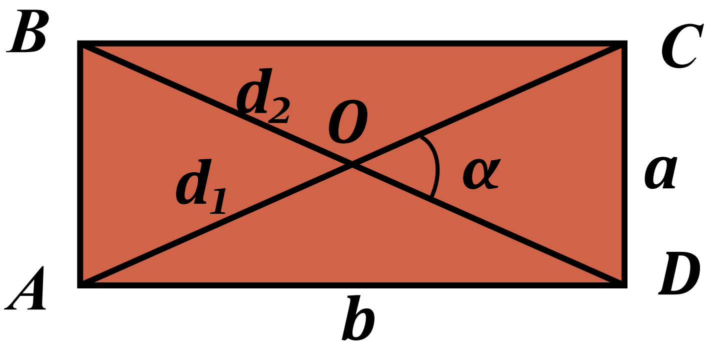


$$\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{AM \cdot AN}{AB \cdot AC}$$

Отношение площадей треугольников с равными углами(с общим углом) равно отношению произведений сторон, заключающих эти углы.

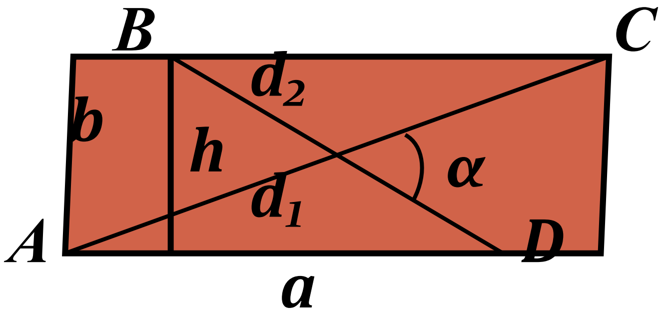
64.Площадь прямоугольника.

Вернуться



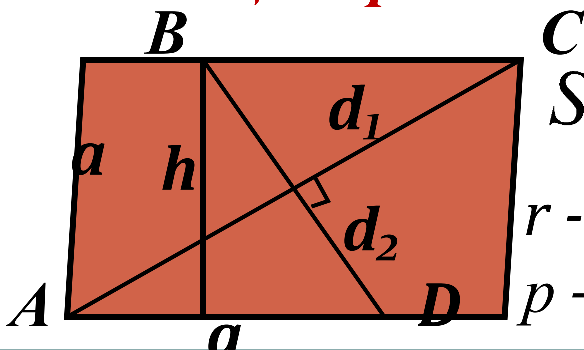
$$S = ab = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\alpha$$

65.Площадь параллелограмма.



$$S = ah = ab\sin A = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\alpha$$

66.Площадь ромба.



$$S = ah = a^2 \sin A = \frac{1}{2} d_1 d_2 = rp = 2ra$$

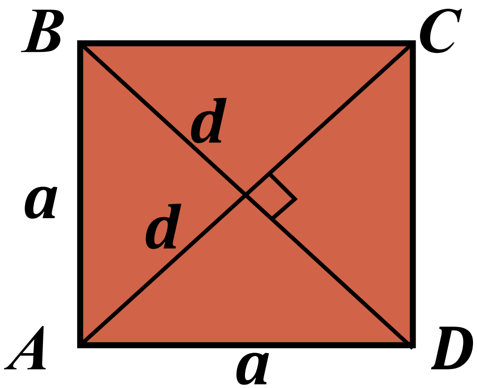
r - радиус вписанной окружности,

p – полупериметр ромба.

Далее

67. Площадь квадрата.

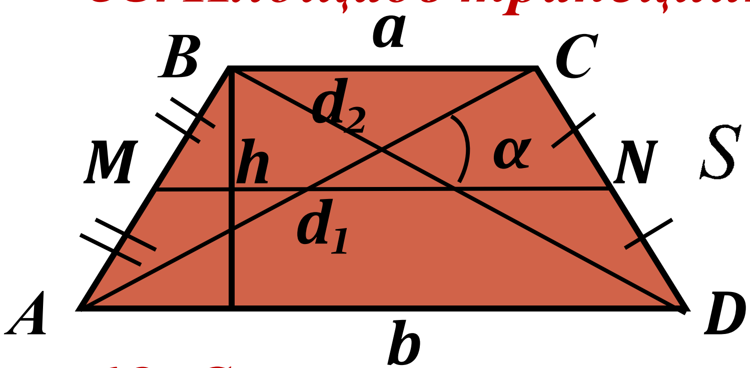
Вернуться



$$S = a^2 = \frac{1}{2}d^2$$

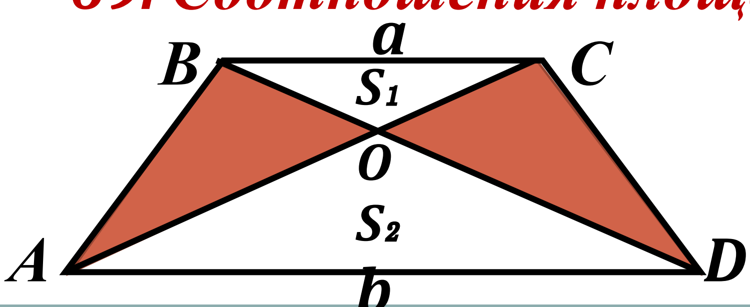
Далее

68. Площадь трапеции.



$$S = \frac{a+b}{2}h = MN \cdot h = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin\alpha$$

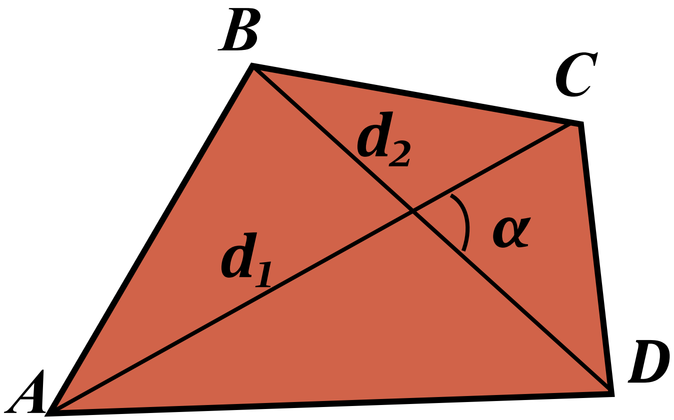
69. Соотношения площадей в трапеции .



$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$$

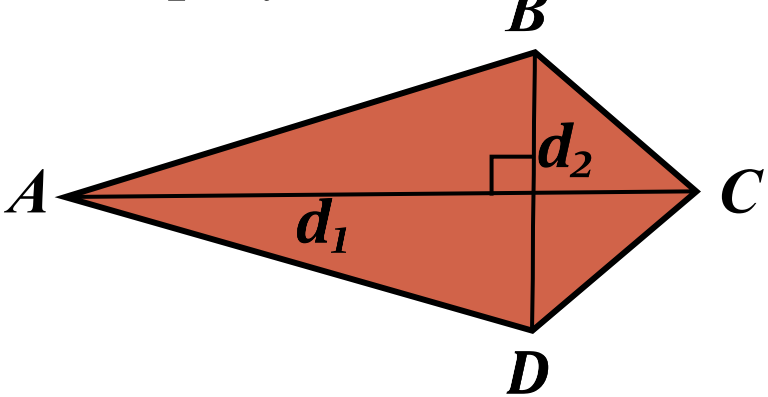
$$S_{AOB} = S_{COD} = \sqrt{S_1 \cdot S_2} = \frac{b}{a}S_1 = \frac{a}{b}S_2$$

70. Площадь произвольного четырёхугольника.



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\alpha$$

71. Площадь ромбоида. Ромбоидом называется четырёхугольник, диагонали которого перпендикулярны

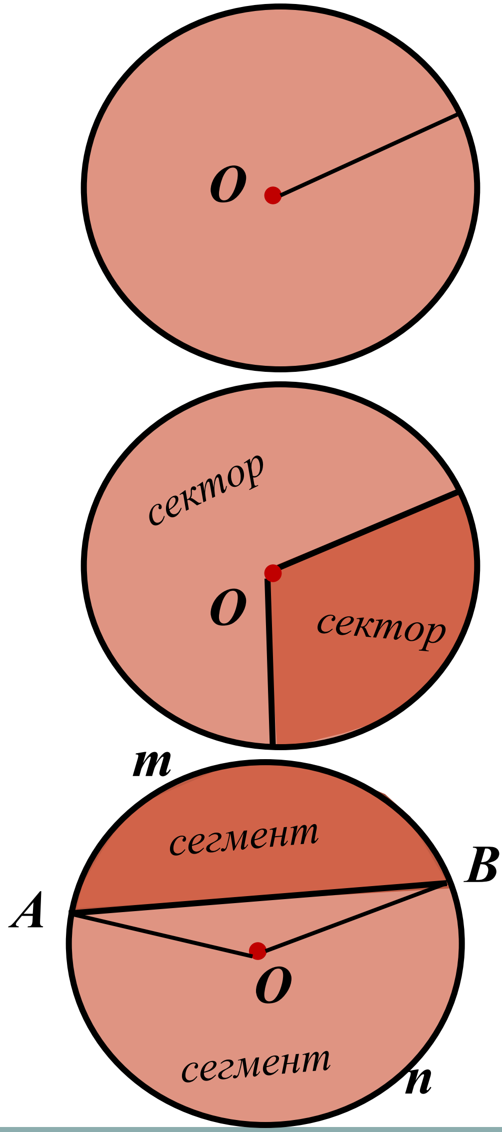


$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Вернуться

72. Круг и его части.

Вернуться



$$S = \pi R^2 = \frac{\pi}{4} D^2 = \frac{1}{2} RC$$

C - длина окружности,
D=2R - диаметр

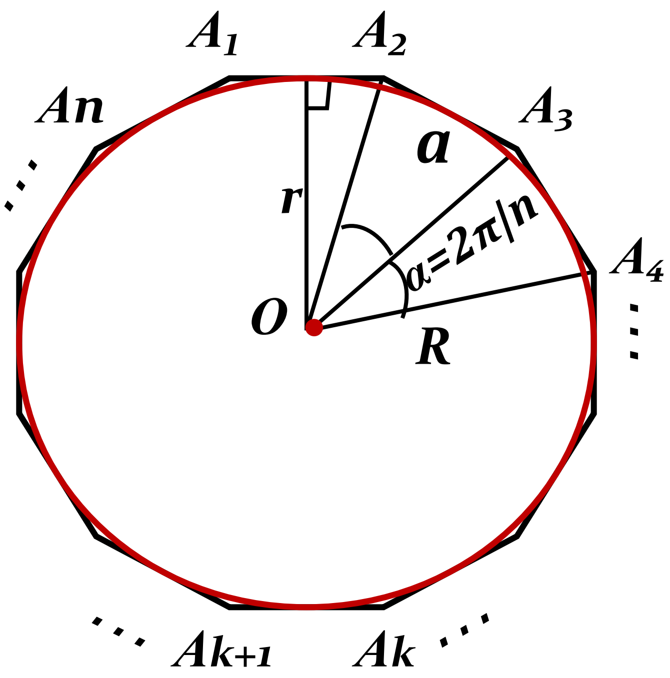
$$S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$$

α –градусная мера дуги сектора

$$S_{сегм.AmB} = S_{сект.AmB} - S_{\Delta AOB}$$

$$S_{сегм.AnB} = S_{сект.AnB} + S_{\Delta AOB}$$

73. Площадь правильного n-угольника через радиус вписанной окружности.



$$S=\frac{1}{2}rP$$

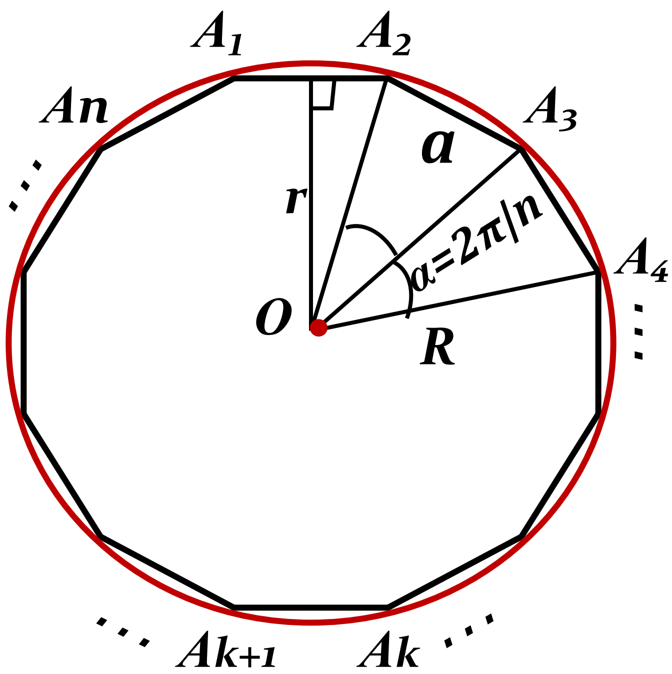
$$S=\frac{nr^2}{2}tg\frac{\pi}{n}$$

r - радиус вписанной окружности,
P – периметр.

Далее

Вернуться

74. Площадь правильного n-угольника через радиус описанной окружности.



$$S = \frac{nR^2}{2} \cdot \sin \frac{2\pi}{n}$$

$$S_6 = \frac{3\sqrt{3}R^2}{2}$$

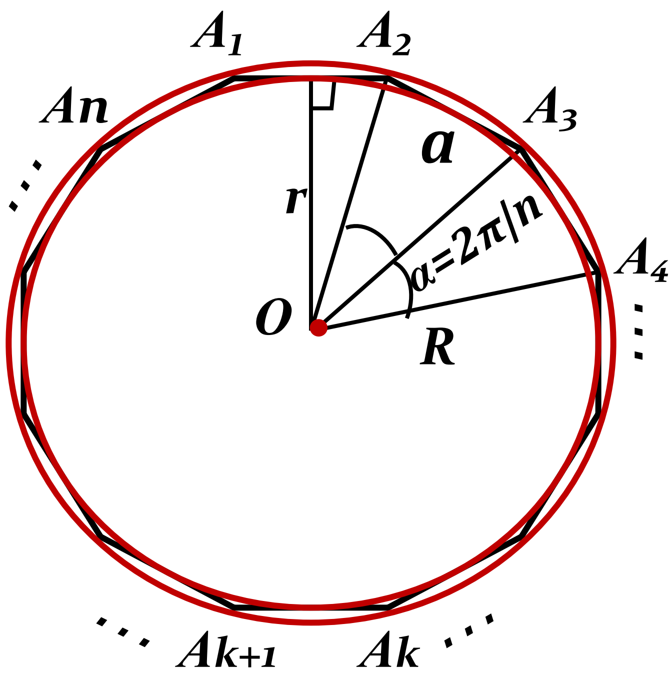
$$S_8 = 2R^2\sqrt{2}$$

$$S_{12} = 3R^2$$

R - радиус описанной окружности.

Вернуться

75. Правильный n-угольник.



Правильным называется n-угольник, стороны и углы которого равны .

В правильный n-угольник можно вписать и около него можно описать окружность с центром в точке пересечения биссектрис его углов.

$$a = 2R\sin\frac{180^\circ}{n}$$

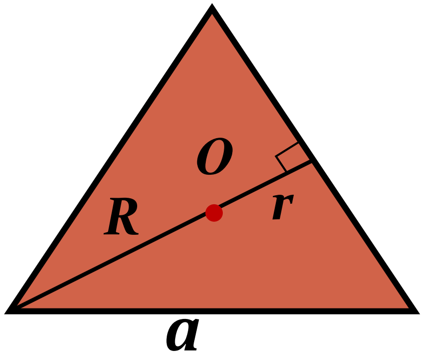
$$r = R\cos\frac{180^\circ}{n}$$

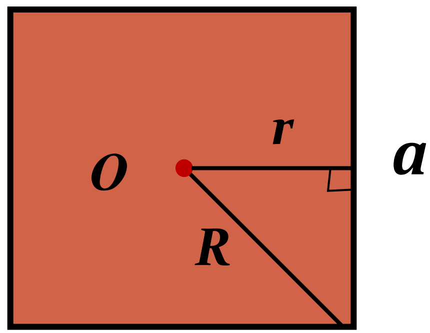
R - радиус описанной окружности, r-радиус вписанной окружности, a-сторона.

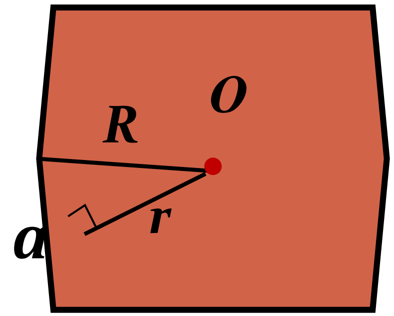
Далее

Вернуться

76. Частные случаи правильных n-угольников.







$$\angle\alpha = 60^\circ$$

$$a = R\sqrt{3}$$

$$R = 2r$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\angle\alpha = 90^\circ$$

$$a = R\sqrt{2}$$

$$a = 2r$$

$$S = a^2 = 2R^2$$

$$\angle\alpha = 120^\circ$$

$$a = R$$

$$r = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$$

Вернуться

Закрыть