

Элементы квадратного уравнения.

Для подготовки к ГИА.

Учитель математики Барсуков А. А.

МБОУ Краснодесантская СОШ

Предисловие.

В данном проекте автор специально не использовал теоретическое обоснование, а только выводы на их основе. Для более глубокого и полного изучения этой темы рекомендовано использовать пособия по математике для средней школы.

Общие сведения.

$$y = ax^2 + bx + c$$

-общий вид квадратной функции.

Квадратное уравнение выглядит так:
 $ax^2 + bx + c = 0$.

Где «а» коэффициент при x^2 , «в» - при x , «с» свободный член.

Коэффициент
 $c = 7$

Коэффициент
 $a = 6$

$$y = 6x^2 - 4x + 7$$

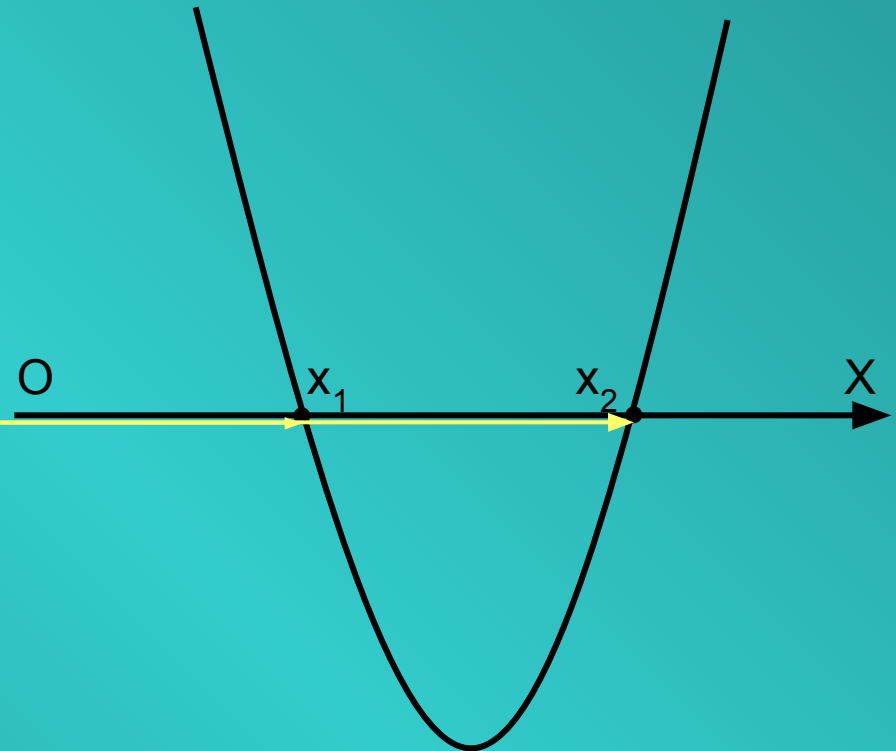
Коэффициент
 $b = -4$

Общие сведения.

Корнями квадратного уравнения будем считать точки пересечения параболы-графика квадратной функции с осью OX (абсцисс).

Обозначим эти точки

x_1 и x_2 .



Общие сведения.

Корень уравнения
будет один, если
парабола касается
оси Ox (абсцисс) в
одной точке.



O



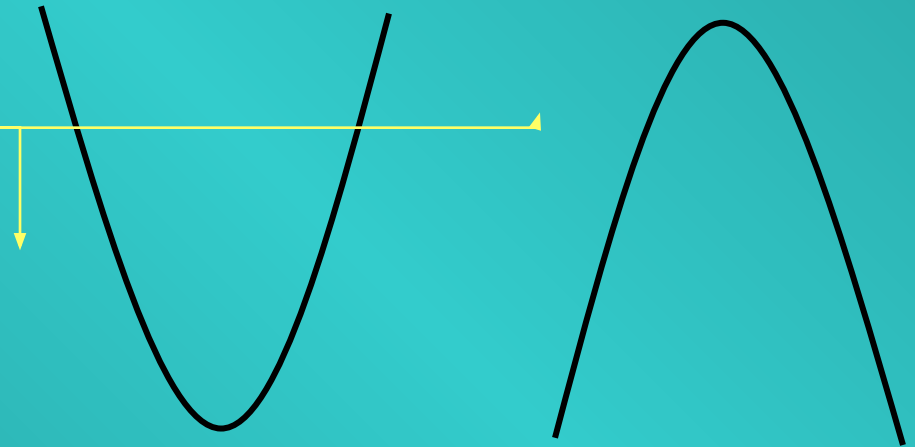
x

Коэффициент «а».

Коэффициент a – это коэффициент x в квадрате. От него зависит направление ветвей параболы (вверх или вниз).

$$3x^2 + 5x - 9 = 0$$

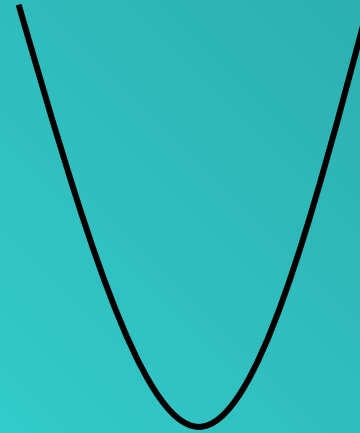
коэффициент $a = 3$



Коэффициент «а».

Если $a > 0$

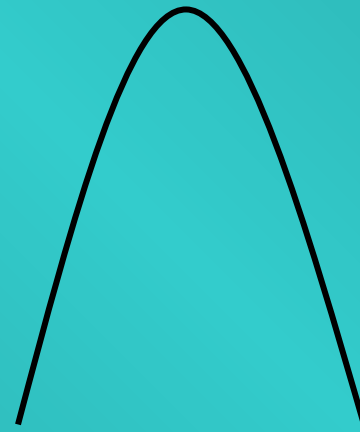
(a - положительный),
ветви параболы
направлены вверх.



$y = 3x^2$
 $a = 3$
ветви
вверх

Если $a < 0$

(a - отрицательный),
ветви направлены
вниз.



$y = -4x^2$
 $a = -4$
ветви
вниз

Коэффициент «а».

Для более удобных рассуждений и работы с коэффициентами «в» и «с» надо обратить внимание на знак коэффициента «а».

Он должен быть больше нуля. Если «а» отрицательный, то меняем все знаки в квадратном уравнении умножив его на минус один.

Пример.

$$\begin{aligned} -2x^2 + 4x - 7 = 0 & \quad | \cdot (-1), \\ 2x^2 - 4x + 7 = 0 \end{aligned}$$

– все знаки поменяли на противоположные, коэффициент «а» теперь положительный, начинаем работу с коэффициентами «в» и «с».

Коэффициент «с».

Коэффициент c - это свободный член (число без x).

При помощи коэффициента « c » можно сделать вывод о знаках корней уравнения (x_1 и x_2).

$$3x^2 + 5x - 9 = 0$$

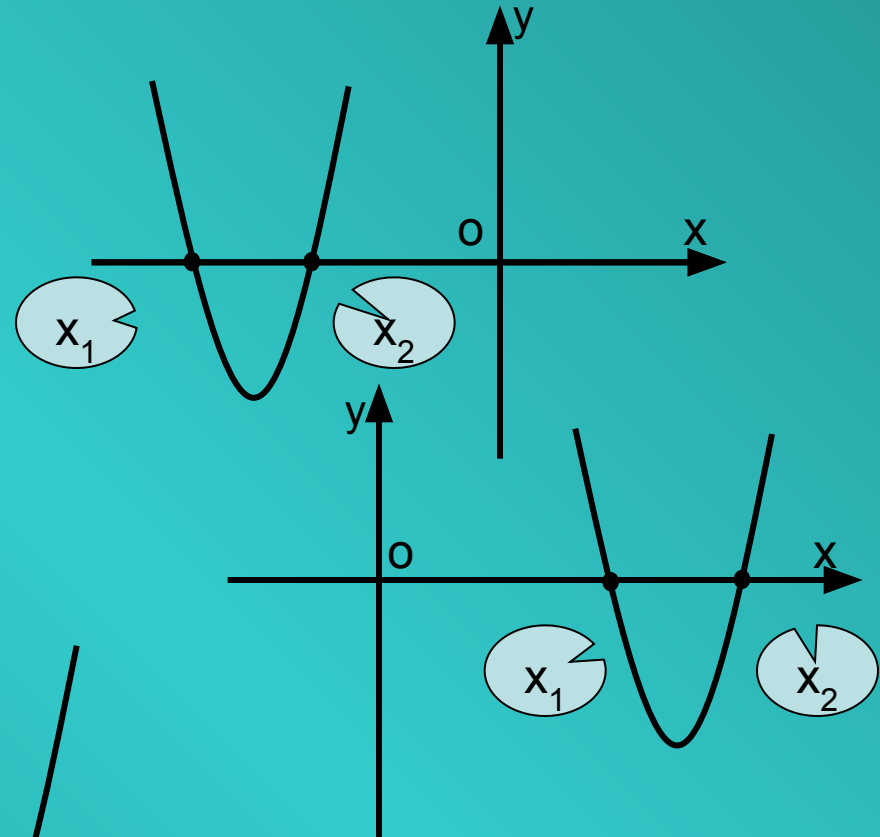
коэффициент $c = -9$

коэффициент $c = 12$

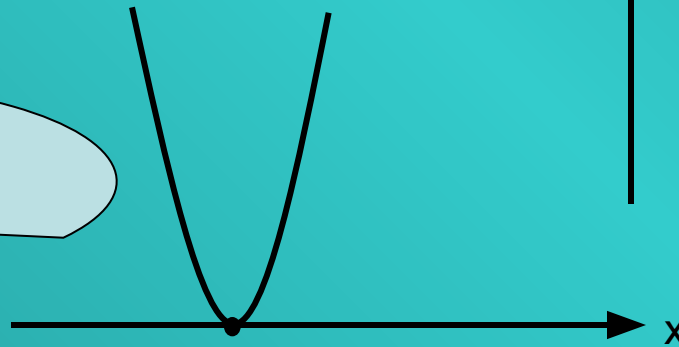
$$12 + 3x^2 - 5x = 0$$

Коэффициент «с».

Если коэффициент «с» положительный и $a > 0$, то корни уравнения имеют одинаковые знаки (x_1 и x_2 лежат с одной стороны от нуля на оси Ox - абсцисс), или уравнение имеет один корень.

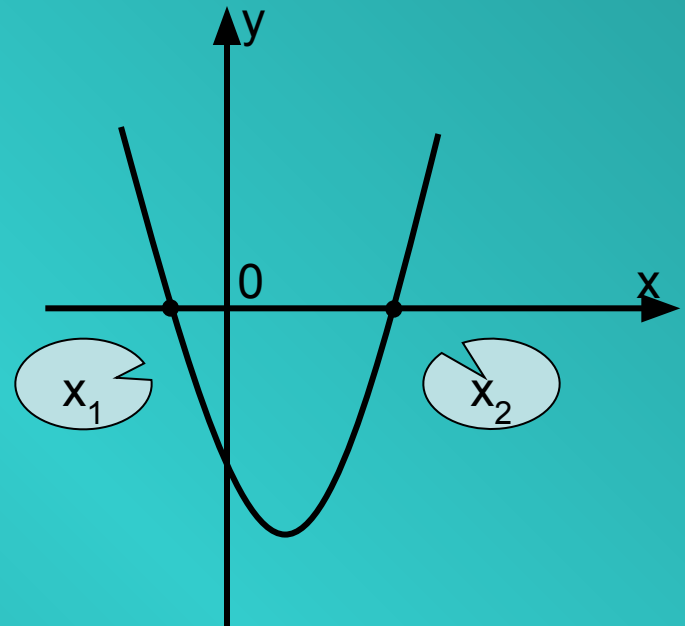


Один корень уравнения



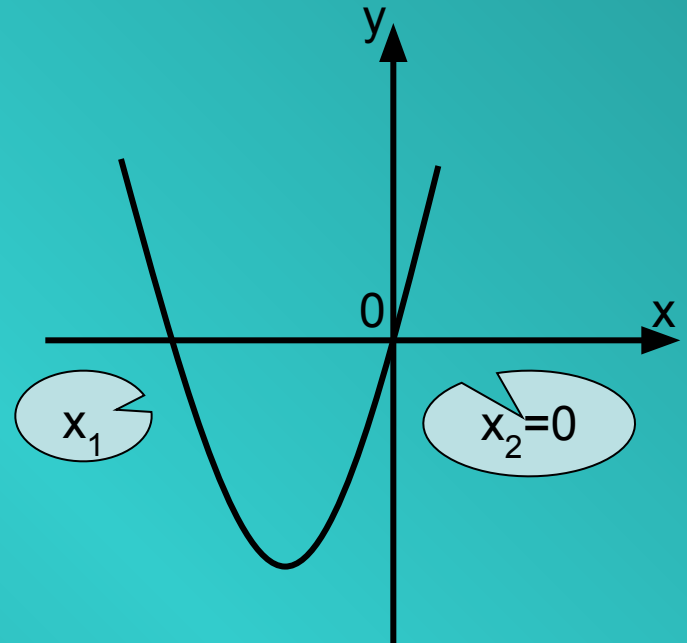
Коэффициент «с».

Если коэффициент «с» отрицательный и $a > 0$, то корни уравнения имеют разные знаки (x_1 и x_2 лежат с разной стороны от нуля на оси Ox - абсцисс).



Коэффициент «с».

Если коэффициент $c=0$, то один корень равен нулю (график параболы проходит через начало системы координат точку 0).



$$\begin{aligned}x^2 + 5x &= 0, \\ c &= 0, \\ x_1 &= -5, x_2 = 0.\end{aligned}$$

Коэффициент «В».

Коэффициент в - это коэффициент икса (число перед x).

При помощи коэффициента «в» можно сделать вывод о знаке корня квадратного уравнения с большим модулем (x_1 или x_2).

$$3x^2 + 5x - 9 = 0$$

коэффициент в = 5

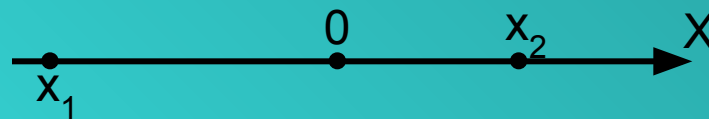
коэффициент в = -5

$$-5x + 12 + 3x^2 = 0$$

Коэффициент «В».

Корень квадратного уравнения находящийся дальше от нуля имеет больший модуль.

С большим модулем x_1 находится дальше от 0



С меньшим модулем x_2 находится ближе к 0

Коэффициент «В».

Коэффициент «В»
всегда имеет знак
противоположный
корню с большим
модулем при
сохранении условия
 $a > 0$.

«В» - положительный,
корень с большим модулем
отрицательный

Пример.
 $3x^2 + 5x - 9 = 0$,
коэффициент $b = 5$,
следовательно корень
уравнения с большим
модулем будет
с минусом.

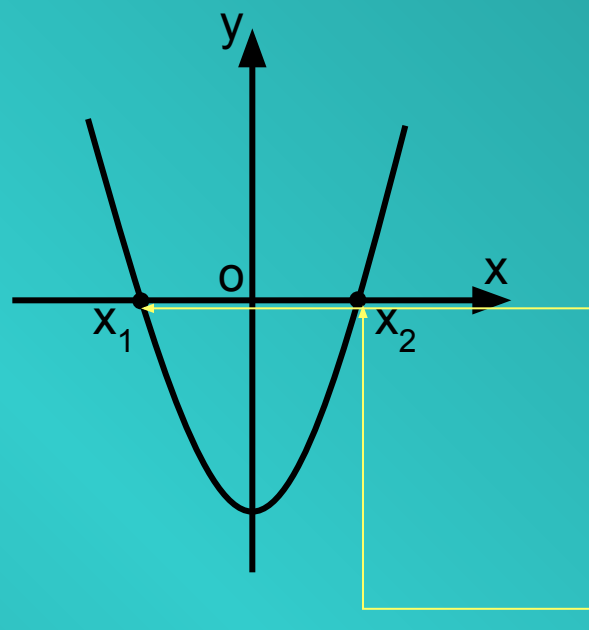


корень
с меньшим
модулем
может быть
и
положительным,
и отрицательным

Коэффициент «В».

Если коэффициент $b=0$, то корни квадратного уравнения будут с одинаковыми модулями и разными знаками

(x_1 и x_2 расположены с разных сторон на одинаковом расстоянии от 0 на оси абсцисс).



$x^2 - 9 = 0$,
 $b = 0$,
 x_1 и x_2
на одинаковом
расстоянии
от 0.

Дискриминант.

При помощи дискриминанта можно установить количество корней квадратного уравнения или их отсутствие.

Дискриминант вычисляется по формуле $D=b^2 - 4ac$.

Пример.

$$3x^2 + 5x - 9 = 0,$$

$$a = 3, b = 5, c = -9,$$

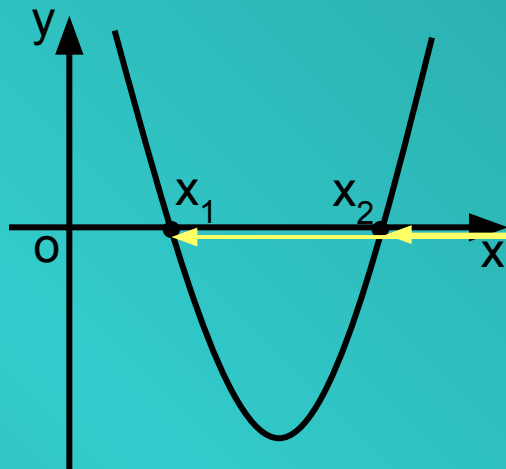
$$D = b^2 - 4ac,$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-9) = 25 + 108 = 133.$$

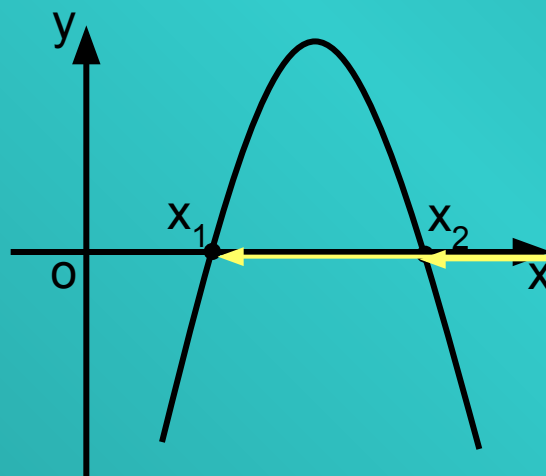
Дискриминант $D=133$

Дискриминант.

Если дискриминант больше нуля, то у квадратного уравнения два корня (две точки пересечения параболы с осью абсцисс).



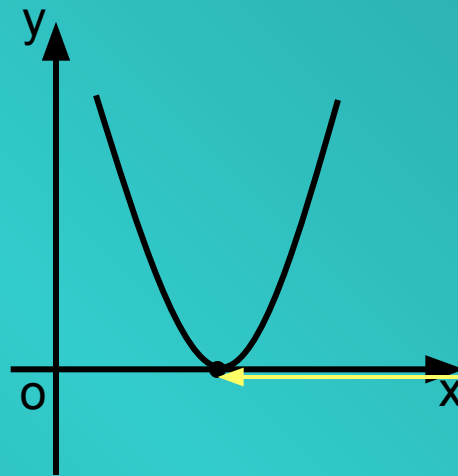
$a > 0$,
ветви вверх,
 $D > 0$,
два корня
уравнения,
две точки
пересечения.



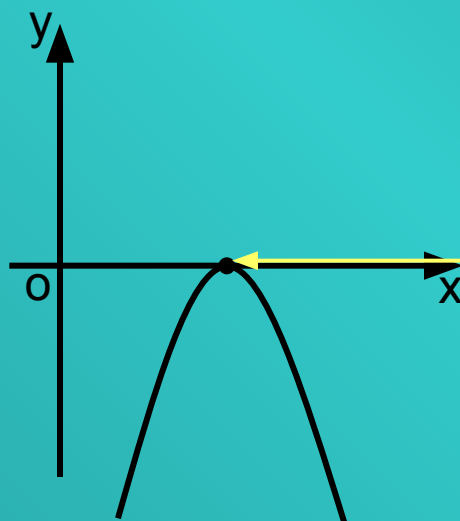
$a < 0$,
ветви вниз,
 $D > 0$,
два корня
уравнения,
две точки
пересечения.

Дискриминант.

Если дискриминант равен нулю, то у квадратного уравнения один корень (одна общая точка параболы с осью абсцисс).



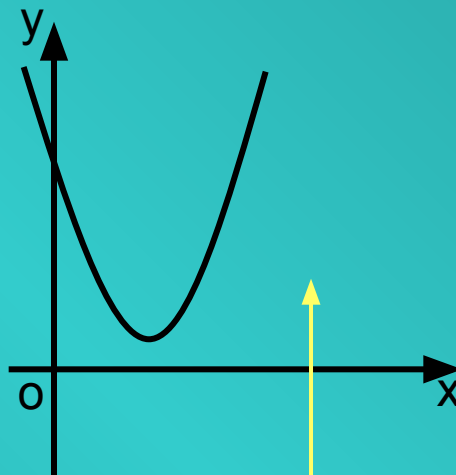
$a > 0$,
ветви вверх,
 $D = 0$,
один корень
уравнения,
одна общая
точка.



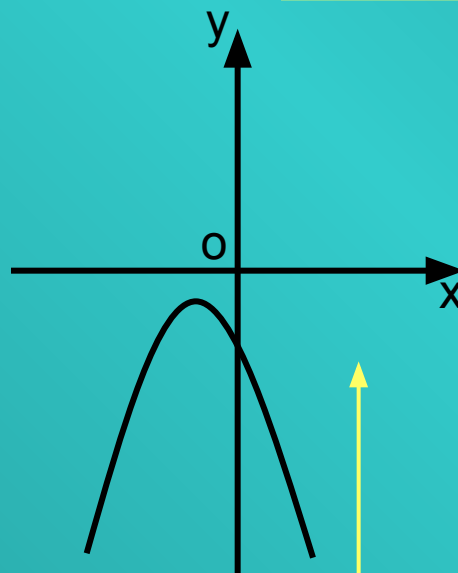
$a < 0$,
ветви вниз,
 $D = 0$,
один корень
уравнения,
одна общая
точка.

Дискриминант.

Если дискриминант меньше нуля, то у квадратного уравнения нет корней (общих точек параболы с осью абсцисс нет).



$a > 0$,
ветви вверх,
 $D < 0$,
нет корней уравнения,
нет общих точек с ОХ.



$a < 0$,
ветви вниз,
 $D < 0$,
нет корней уравнения,
нет общих точек с ОХ.

Пример.

Какое из уравнений соответствует данному рисунку?

а) $5x^2 + 2x + 4 = 0$

б) $-2x^2 - 6x - 3 = 0$

в) $2x^2 + 6x - 4 = 0$

г) $2x^2 - 6x + 2 = 0$

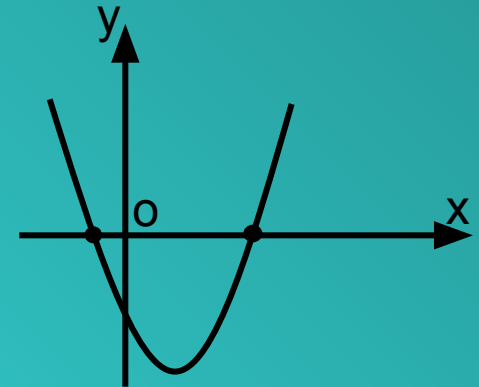
д) $2x^2 - 6x - 2 = 0$

$D = -76, D < 0,$
нет корней,
нет пересечения
с ОХ.

$a = -2, a < 0,$ ветви
направлены вниз.

$b = 6,$ корень
с большим модулем
отрицательный.

$c = 2, c > 0,$ корни с одинаковыми
знаками, точки пересечения с
одной стороны от 0.



Это уравнение соответствует рисунку.

Пример.

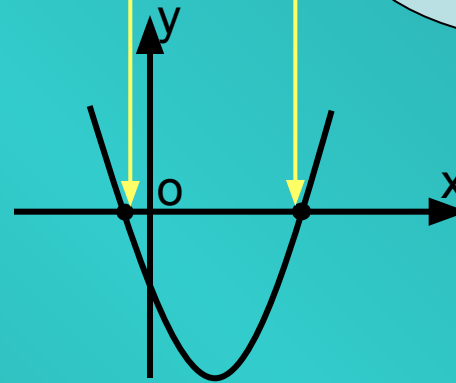
$2x^2 - 6x - 2 = 0$ - это уравнение соответствует рисунку,

так как:

- $D=44$, $D>0$, два корня уравнения, две точки пересечения;
- $a=2$, $a>0$, ветви направлены вверх;
- $b = -6$, корень уравнения с большим модулем положительный.
- $c = -2$, $c<0$, корни уравнения с разными знаками, x_1 и x_2 стоят с разных сторон от 0;

два корня уравнения с разных сторон от 0.

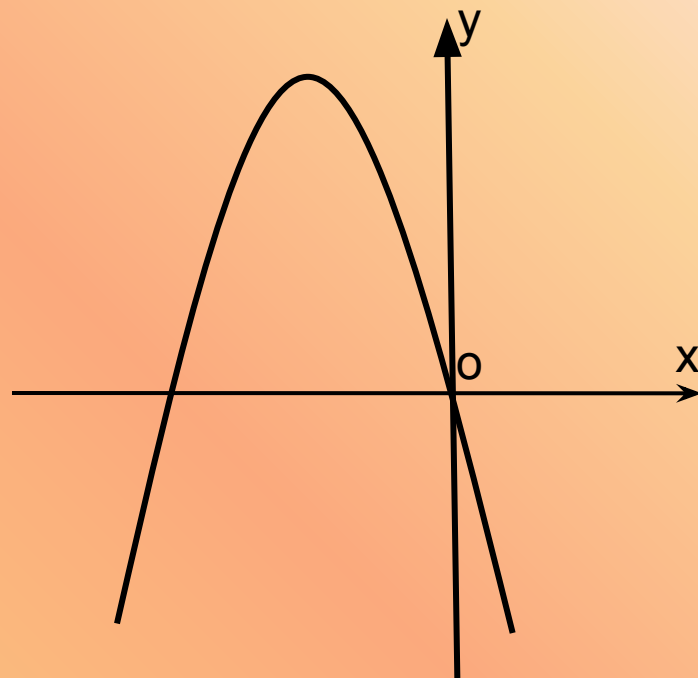
ветви направлены вверх



корень с большим модулем положительный

Проверь себя! (1)

По рисунку
определите,
верно ли
утверждение
 $x_1 < 0$ и $x_2 > 0$?

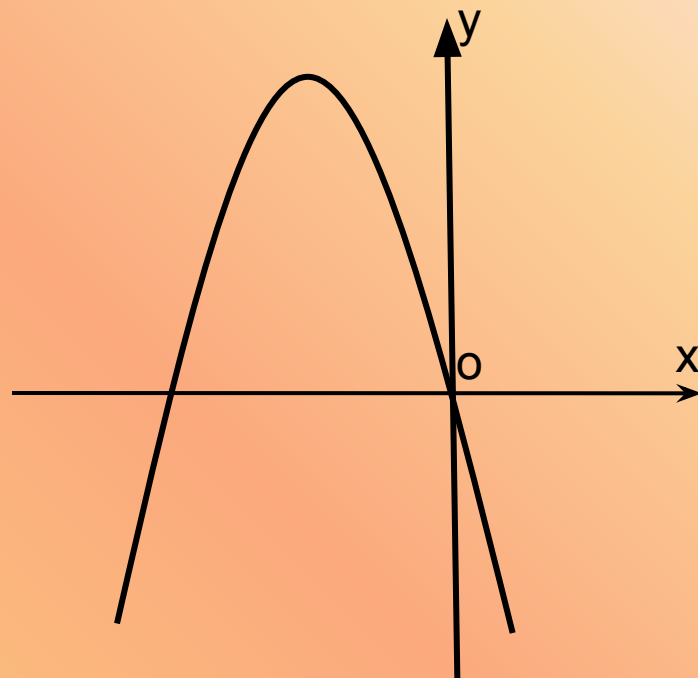


Да

Нет

Проверь себя! (2)

По рисунку
определите,
верно ли
утверждение
 $D=0$?

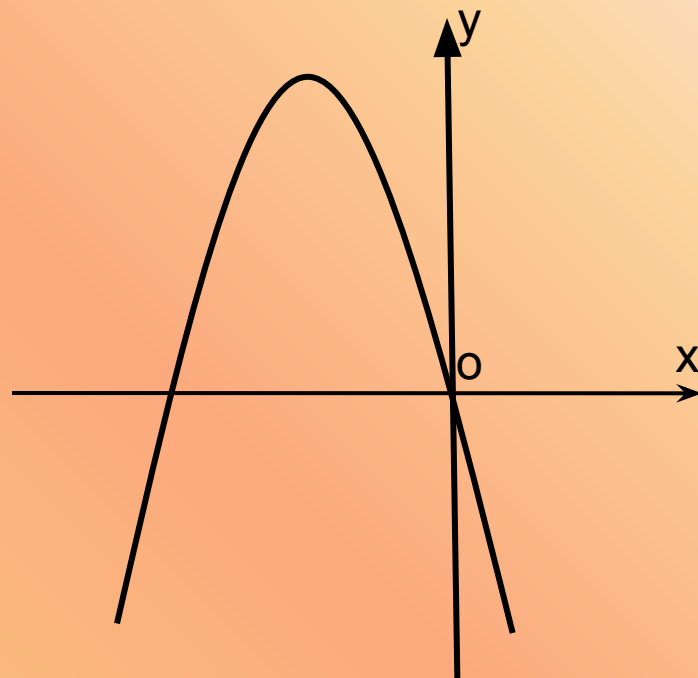


Да

Нет

Проверь себя! (3)

По рисунку
определите,
верно ли
утверждения
 $c=0$?

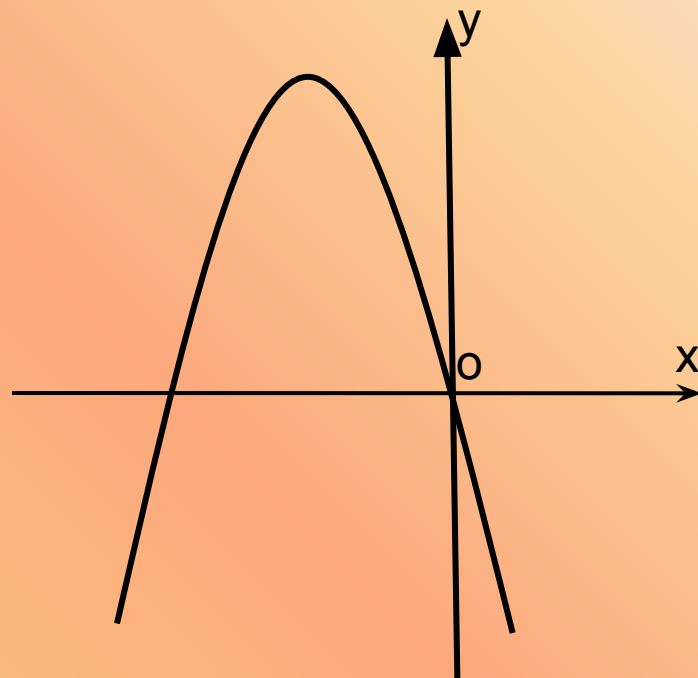


Да

Нет

Проверь себя! (4)

По рисунку
определите,
верно ли
утверждение
один корень
уравнения=0?

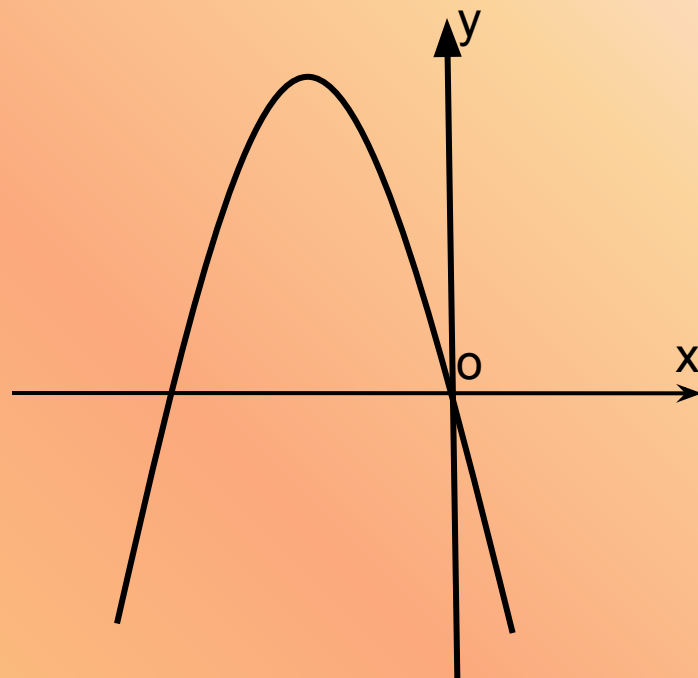


Да

Нет

Проверь себя! (5)

По рисунку
определите,
верно ли
утверждение
 $D > 0$?

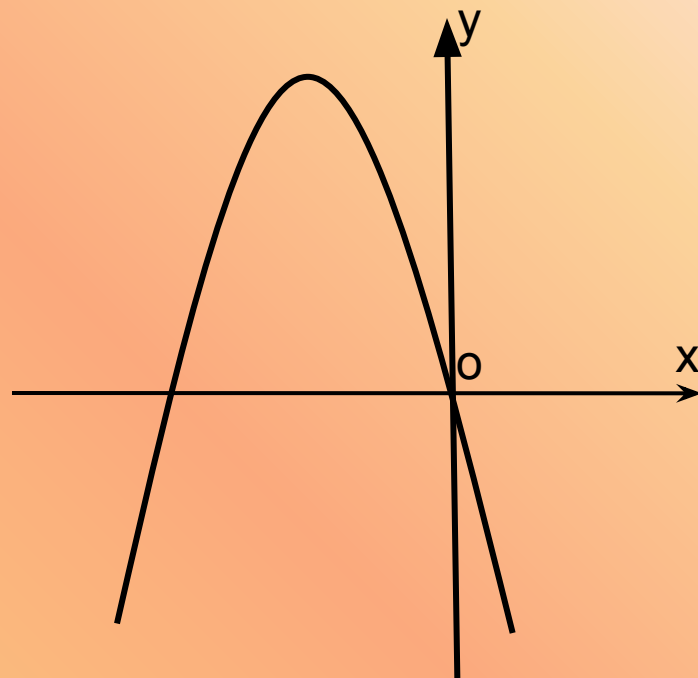


Да

Нет

Проверь себя! (6)

По рисунку
определите,
верно ли
утверждение
 $a > 0$?



Да

Нет

Конец.

Литература: учебники алгебры для
средней школы авторских групп А. Г.
Мордковича, Г. К. Муравина,
Ш. А. Алимova.

Экспертиза: учителей 1 категории
МОУ Краснодесантской СОШ
В. Н. Маличенко,
С. В. Шувалов.

Примечание.

Свои замечания и предложения высылайте на адрес 2010aab@gmail.com.
Свои замечания и предложения высылайте на адрес 2010aab@gmail.com.

Используйте пожалуйста.

Редактируйте по своему усмотрению.

Неправильно.

