Квадратичная функция. Её свойства и график.

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ:

УЧЕНИК 9-В КЛАССА

УВК 22 «Многопрофильный лицей»

г.Горловки Донецкой обл.

КРАПИВЦОВ ДЕНИС

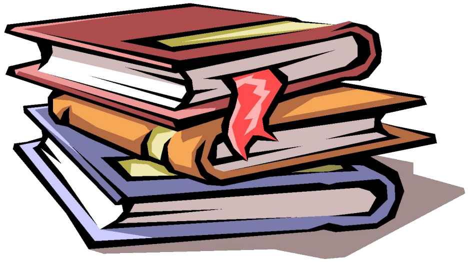
В математике есть своя красота, как в живописи и поэзии.

(*Н.Е. Жуковский*)

Определение квадратичной функции

Квадратичной функцией называется функция , которую можно задать формулой вида:

$$y = ax^2 + bx + c$$



где: a,b,c – числа

X – независимая переменная

$$a \neq 0$$

• А ТЕПЕРЬ НЕБОЛЬШОЙ ТЕСТ

1. Определить, какие из данных функций являются квадратичными:

$y = 5x^2 + 3x$

$y = x^2 – 1$

$y = 5x + 2$

$y = 6x^3 – 5x^2 + 7$

$y = - (x + 3)^2 + 2$

$y = 6x^4 + 5x^2 + 7$

$y = 7x^2 + 2x -1$

$y = x^2 – 5x + 6$

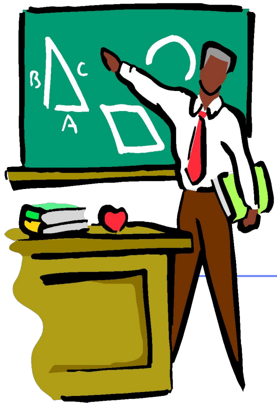
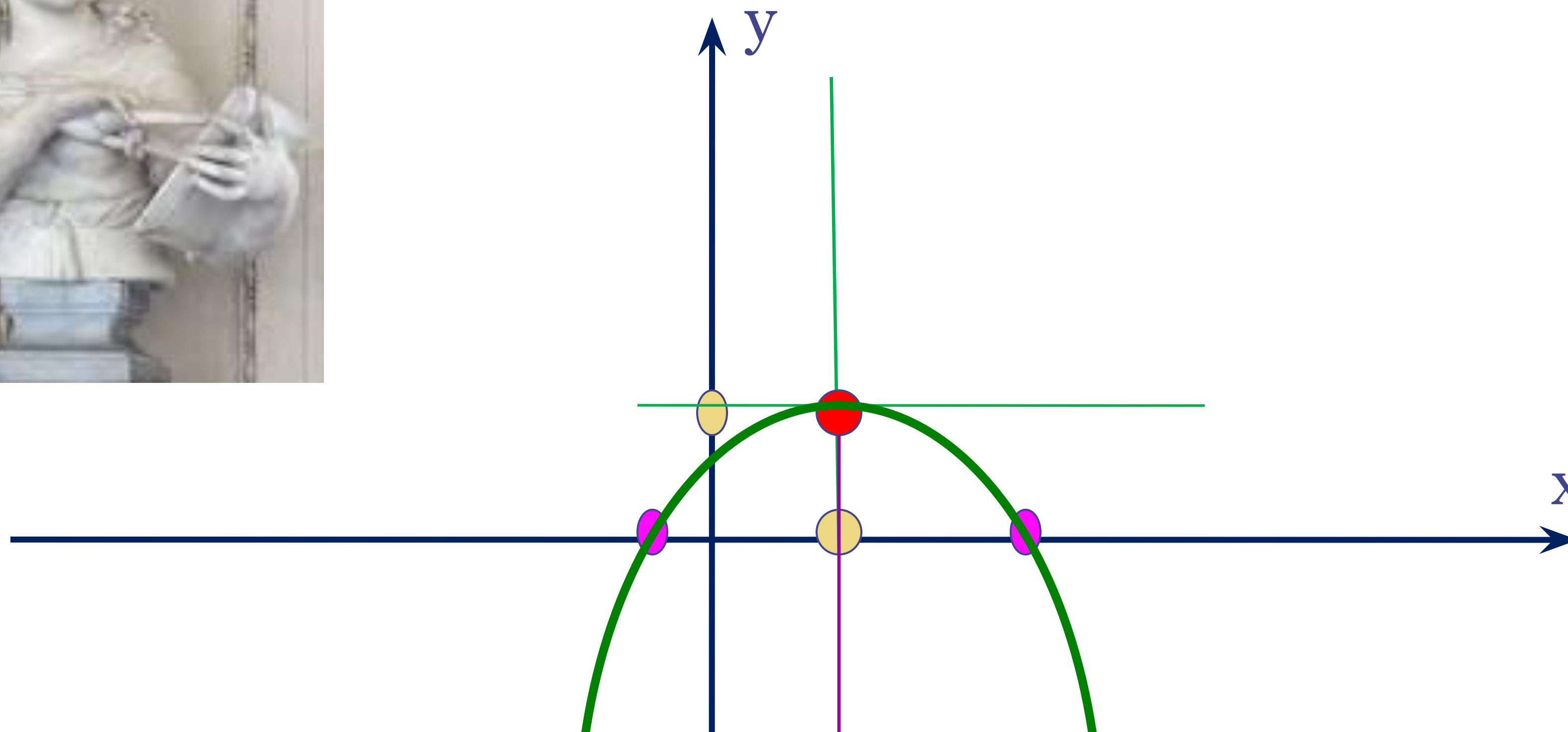


График любой квадратичной функции – парабола.

Алгоритм построения параболы $y = ax^2 + bx + c$:

1. Найти координаты вершины параболы, построить на координатной плоскости соответствующую точку, провести ось симмертрии.
2. Определить направление ветвей параболы.
3. Найти координаты еще нескольких точек , принадлежащих искомому графику (в частности, координаты точки пересечения параболы с осью ***у*** и нули функции, если они существуют).
4. Отметить на координатной плоскости найденные точки и соединить их плавной линией.

Построение графика функции



Мы уже строили графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$, выделяя квадрат двучлена. *Используем этот прием в общем виде:*

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c =$$

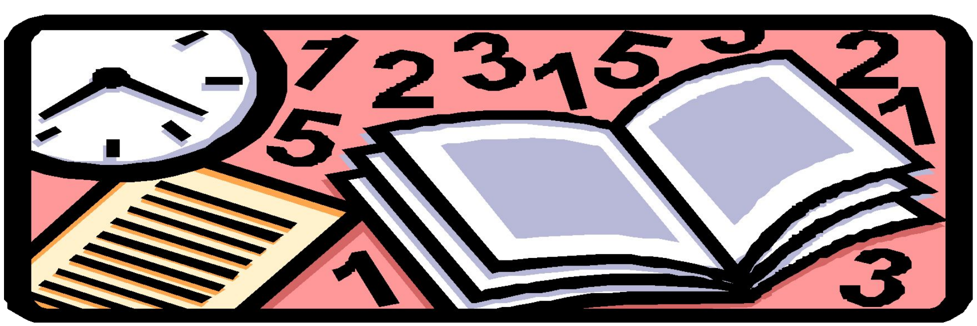
$$= a\left[\left(x^2 + 2\cdot\frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{4a^2}\right] + c =$$

$$= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2}\right] + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Нам удалось преобразовать квадратный трехчлен к приведенному виду $y = a(x - x_0)^2 + y_0$,

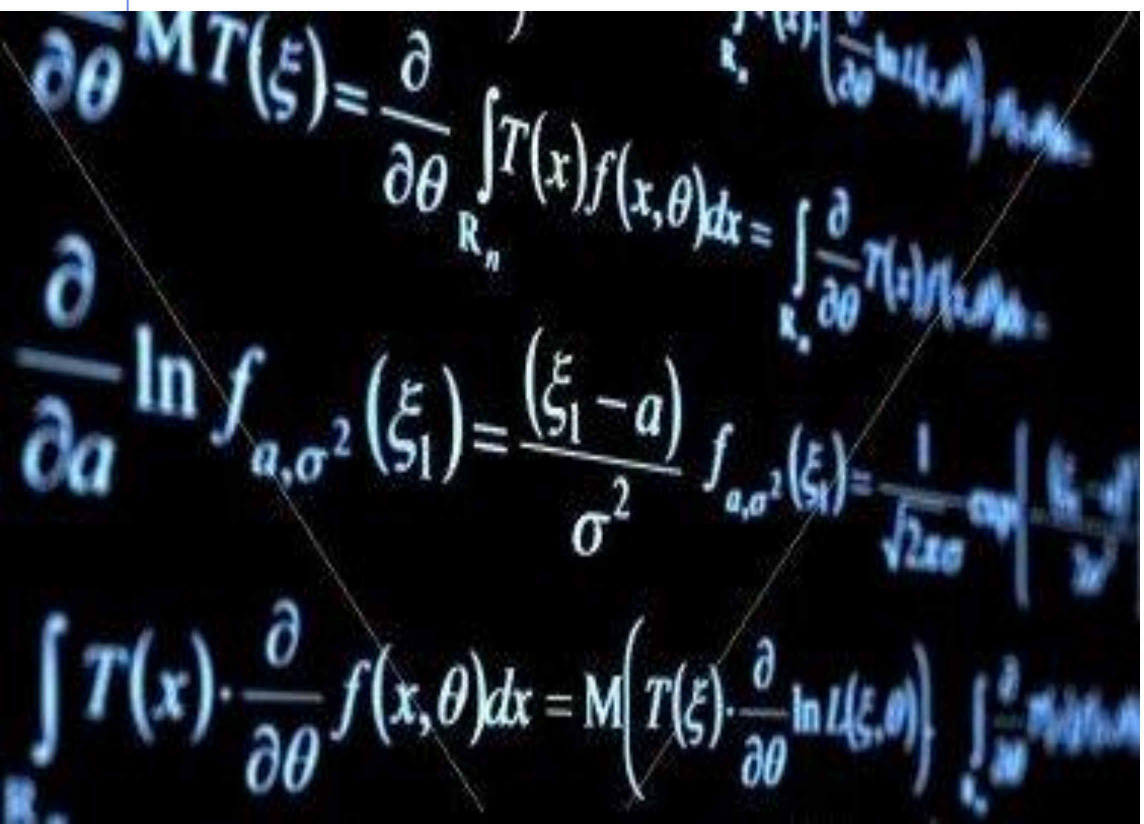
Теперь если $x_0 = -\frac{b}{2a}$, $y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a}$, то получаем ,

чтобы построить график функции $y = ax^2 + bx + c$, надо выполнить параллельный перенос параболы $y = ax^2$, чтобы вершина оказалась в точке $(x_0;\ y_0)$



Таким образом, мы доказали теорему:

Графиком квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ является парабола, которая получается из параболы $y = ax^2$ параллельным переносом.

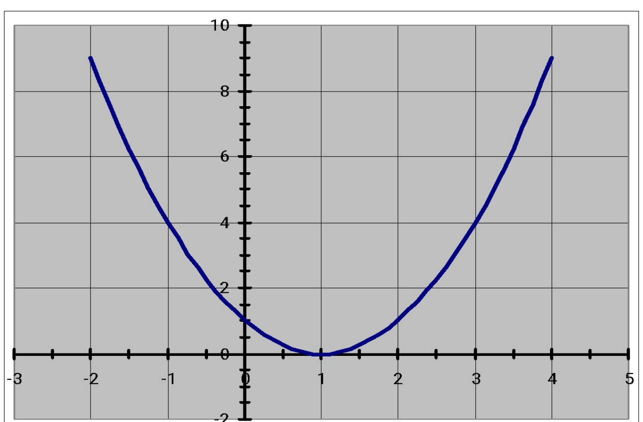


Свойства квадратичной функции

Функция непрерывна

Множество значений при a>0 - $E(f) = [-\frac{D}{4a}; +\infty)$

Множество значений при a<0 - $E(f) = (-\infty; -\frac{D}{4a}]$



- Многие свойства квадратичной функции зависят от значения **дискриминанта**.

Вспоминаем :

Дискриминантом квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ называется выражение

$$b^2 – 4ac$$

Его обозначают буквой D, т.е. $D = b^2 – 4ac$.

Возможны три случая:

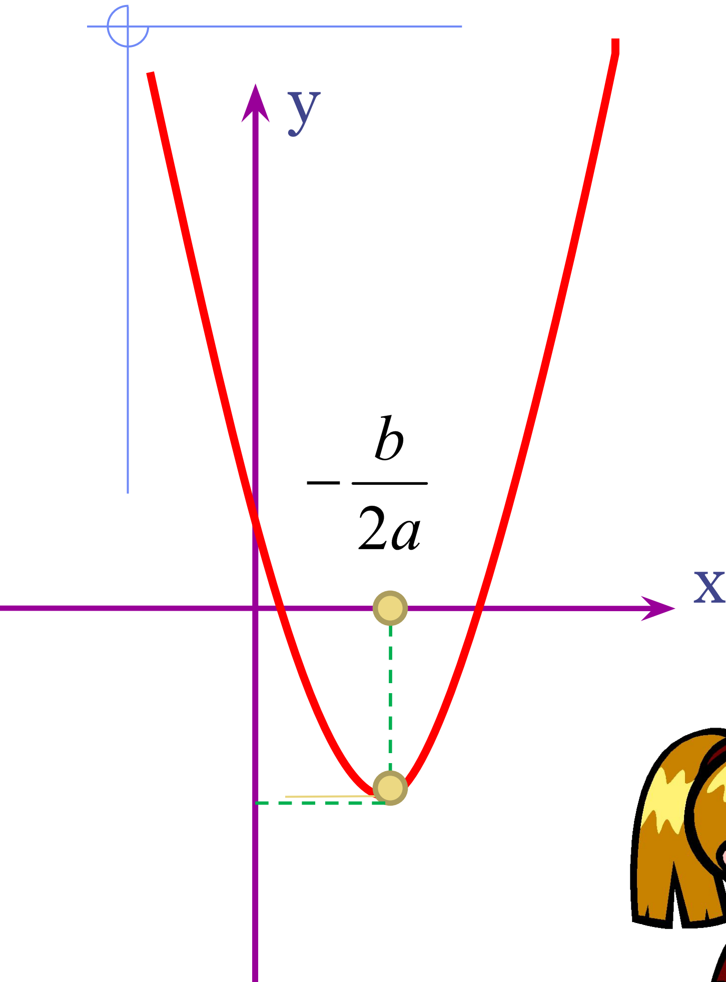
- $D > 0$
- $D = 0$
- $D < 0$

- если дискриминант больше нуля, то парабола пересекает ось абсцисс в двух точках,
- если дискриминант равен нулю, то парабола касается оси абсцисс,
- если дискриминант меньше нуля, то парабола не пересекает ось абсцисс,
- если старший коэффициент квадратного трёхчлена (**а**) равен нулю, то графиком функции является не парабола, а прямая; (и соответствующее уравнение надо решать не как квадратное, а как линейное),
- абсцисса вершины параболы равна $-\frac{B}{2A}$

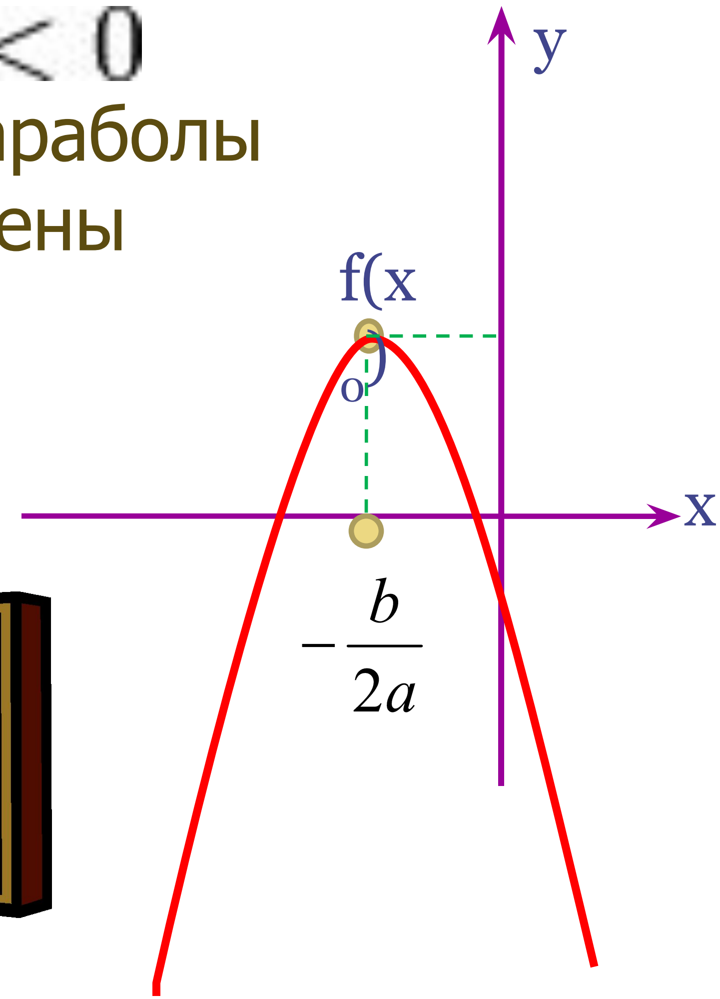
Свойство функции при **a > 0**	Дискриминант		
	D > 0	D = 0	D < 0
Положительные значения			
Отрицательные значения			
Промежуток возрастания			
Промежуток убывания			
Минимальное значение			

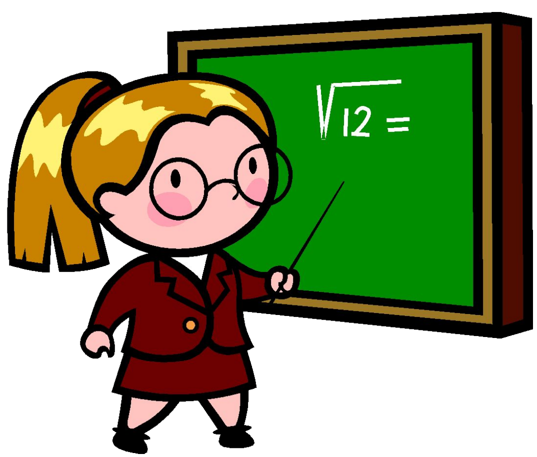
Свойство функции при $a < 0$	Дискриминант		
	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
Отрицательные значения			
Положительные значения			
Промежуток возрастания			
Промежуток убывания			
Максимальное значение			

При $a > 0$ ветви параболы направлены вверх,

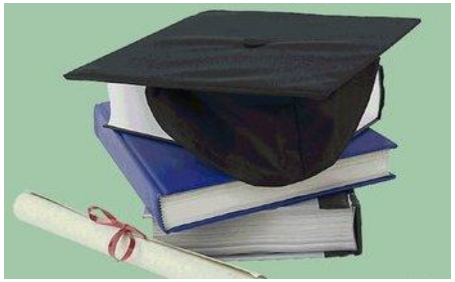


При $a < 0$ ветви параболы направлены вниз





Назовите те параболы, ветви которых будут направлены вниз



$f(x) = (x + 2)^2 - 3$

$f(x) = -3x^2 + 1$

$f(x) = 7x^2 + 2x - 1$

$f(x) = -2(x - 3)^2 + 4$

$f(x) = 0{,}5x^2 - 6x + 5$

$f(x) = (x + 2)^2 - 3$

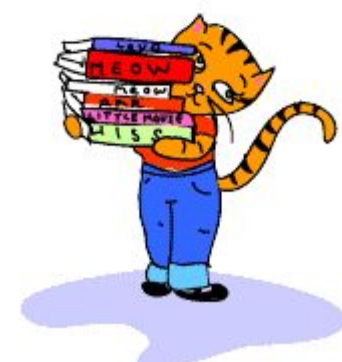
$f(x) = x^2 + (a + 1)x + 3$

$f(x) = 6x^3 - 5x^2 + 7$

Для закрепления теоретических знаний решим задачу.

__Задание:__ Построить график функции :

$$y = \frac{x^3 - 6x^2 + 8x}{x}$$



Решение :

$$y = \frac{x^3 - 6x^2 + 8x}{x}$$

$x \neq 0$ $\qquad y = X^2 - 6x + 8$

$$y = (x^2 - 2 \times 3 \times x + 9) - 1 =$$

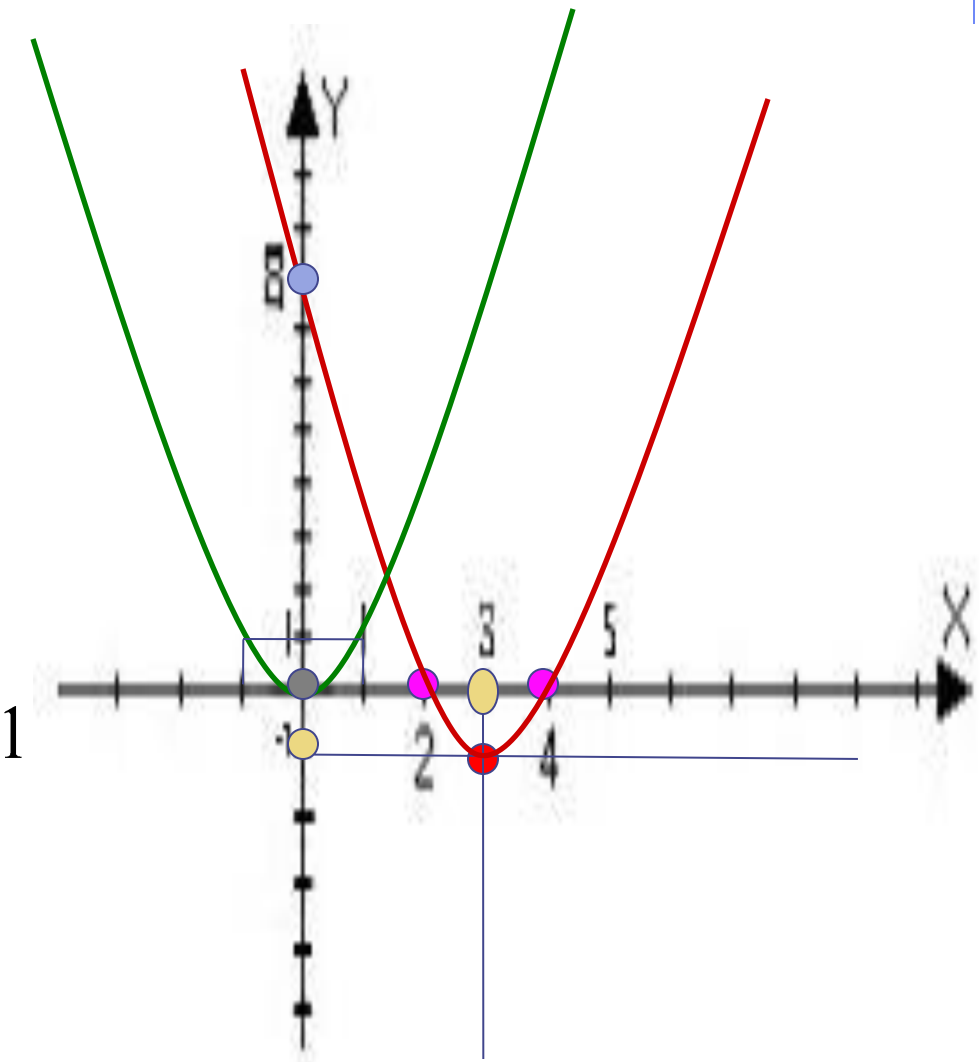
$$= (x - 3)^2 - 1$$

График функции можно построить двумя способами:

Построение графика функции по 1 способу:

Построим график
$y = x^2$,
затем произведем параллельный его перенос на 3 единицы *вправо* и на 1 единицу *вниз.*

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = 3, \; y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a} = -1$$



Построение графика функции по 2 способу:

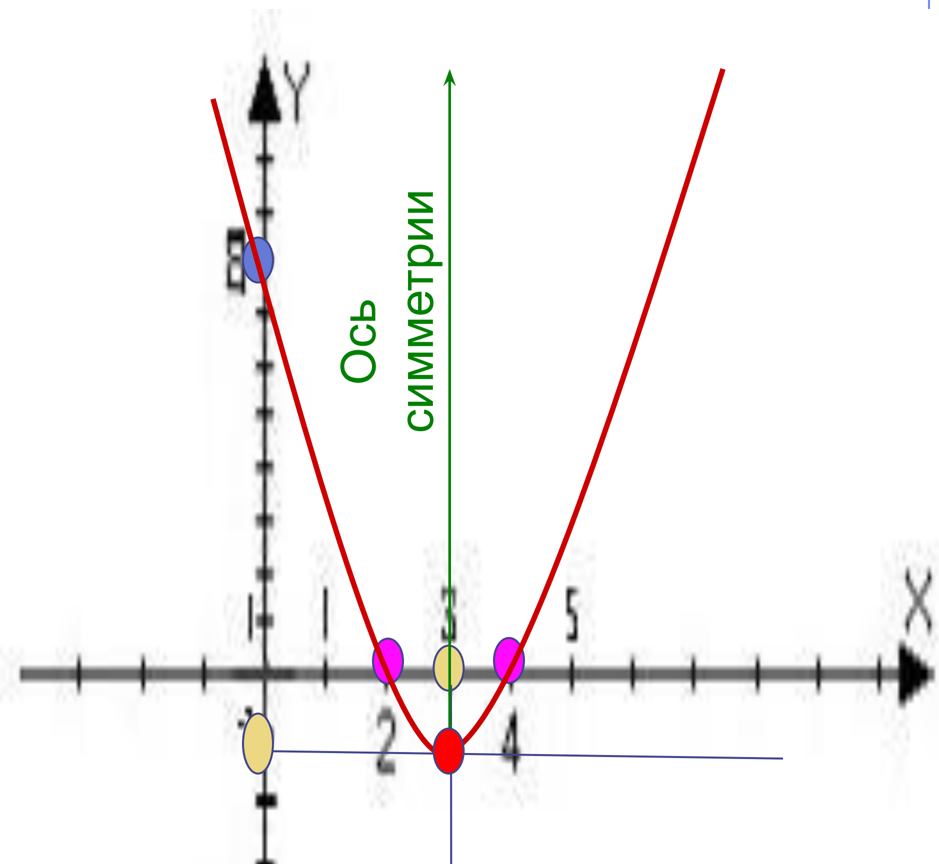
Построим график , используя свойства квадратичной функции $y = x^2 - 6x + 8$:

(3; -1)- вершина параболы (т.к. $x = -(b/2a)$; $y=(4ac - b^2) / 4a$)

Решив квадратное уравнение $\mathbf{x^2 - 6x + 8 = 0}$ определяем **нули функции $X = 2$ и $X = 4$**

$a > 0$ (Ветви параболы направлены вверх)

Точка пересечения с осью ординат (0 ; 8)



Область значений функции –
$E(f) = [-1; +\infty)$

Функция возрастает в промежутке $[+3; +\infty)$

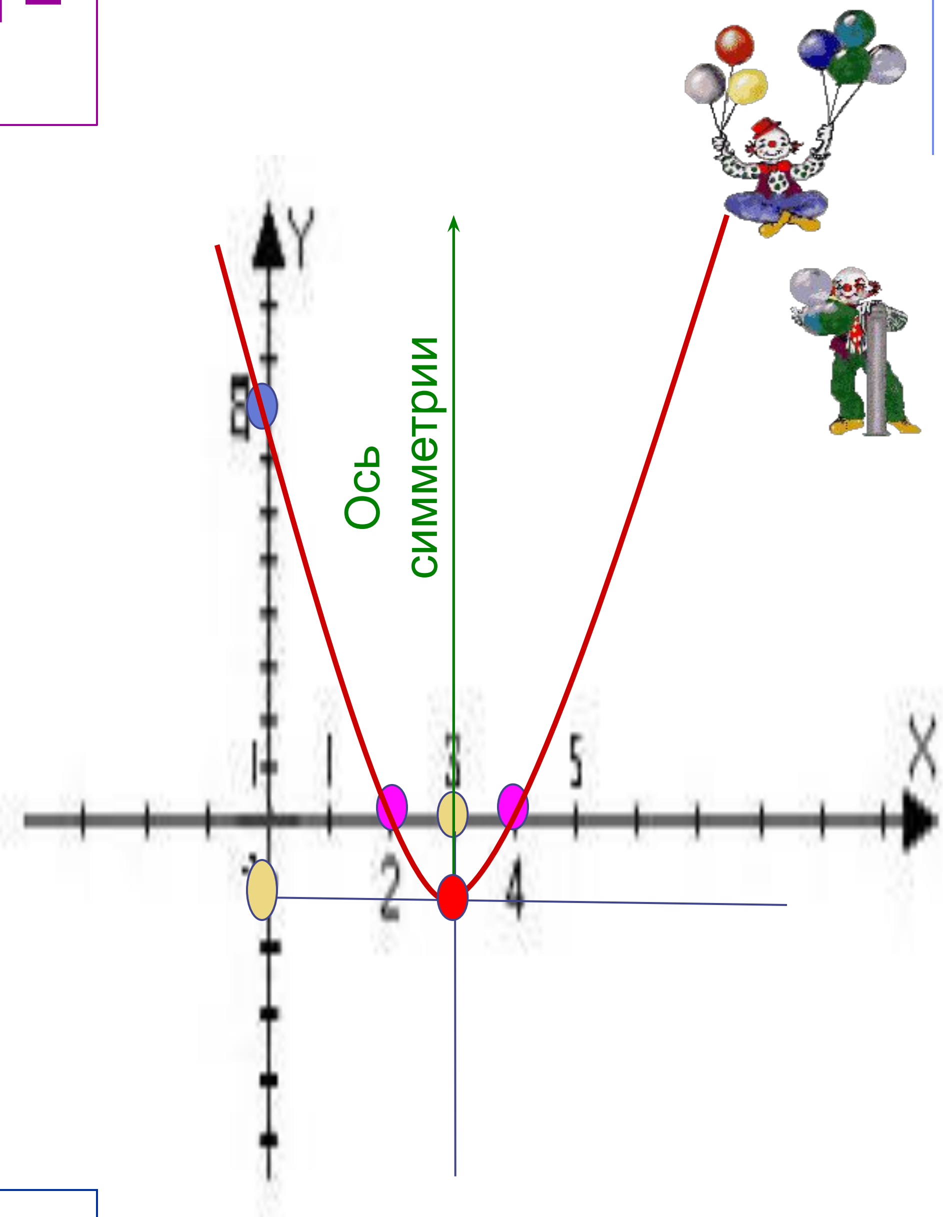
Функция убывает в промежутке $(-\infty; +3]$

Наименьшее значение функции равно -1

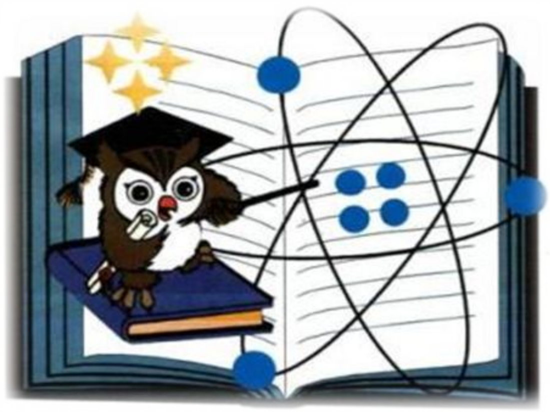
Наибольшего значения функции не существует

$f(x) > 0$ при $x < 2$, или $x > 4$

$f(x) < 0$ при $2 < x < 4$



Литература



1. Методическая разработка урока «Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график».УМК «Алгебра, 8 класс» А.Г. Мордкович.Гл. 2 «Квадратичная функция».

2. Мерзляк А.Г.Полонский В.Б. Якир М.С. Алгебра:Учебник для 9 кл. общеобразовательных учебных заведений.- Х. Гимназия, 2009

Спасибо за внимание!

Подумай еще

Молодец!!!