

Муниципальное общеобразовательное
учреждение
«Гимназия №53»



Приёмы устного решения
квадратного уравнения

Бойко Т.А.
учитель математики



Цель:

устные

приёмы эффективного

решения квадратных уравнений.

$$1999 \sin^2 x - 1997 \sin x - 2 = 0;$$

$$319x^2 + 1988x + 1669 = 0$$

$$3 \sin^2 6x - 4 \sin 6x + 1 = 0$$

$$(5 - 4x)^2 = (9 - 21x)(4x - 5)$$

$$D = 19881$$

$$3 \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} - 4 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 = 0$$

$$5 \cdot 25^x - 3 \cdot 10^x = 2 \cdot 4^x$$

$$\begin{cases} \log_{0,9}(2y - 3x + 1) = 0 \\ 0,5 \log_2(3y - x - 1,5) + \log_4(8x) = 0 \end{cases}$$

Алгоритм

Извлечения квадратного корня
Из натурального числа

$$\sqrt{9216} = 96$$

$$\begin{array}{r} 92 * 16 = 96 \\ \cdot \quad 81 \\ 186 \overline{) 1116} \\ \underline{6 \quad 1116} \end{array}$$

$$\sqrt{324} = 18$$

$$\begin{array}{r} 3 * 24 = 18 \\ 1 \\ 28 \overline{) 224} \\ \underline{8 \quad 224} \end{array}$$

$$\sqrt{19881} = 141$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Приём «Коэффициентов»:

1) Если $a+b+c=0$, то $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$.

2) Если $b = a + c$, то $x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a}$.

3) Если $a \nmid b+c \neq 0$, то приём «Переброски»

Используя приёмы 1) -3) можно придумывать уравнения с рациональными корнями.

4) $ax^2 + (a^2 + 1) \cdot x + a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -a \\ x_2 = -\frac{1}{a} \end{cases}, \begin{matrix} x_1 = -6 \\ x_2 = -\frac{1}{6} \end{matrix}$

Например: $6x^2 + 37x + 6 = 0,$

5) $ax^2 - (a^2 + 1) \cdot x + a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = \frac{1}{a} \end{cases}$

Например:

$15x^2 - 226 \cdot x + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 15 \\ x_2 = \frac{1}{15} \end{cases}$

6)

$$ax^2 + (a^2 - 1) \cdot x - a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -a \\ x_2 = \frac{1}{a} \end{cases}$$

Например:

$$17x^2 + 288x - 17 = 0, \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -17 \\ x_2 = \frac{1}{17} \end{cases}$$

• 7)

$$ax^2 - (a^2 - 1) \cdot x - a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = -\frac{1}{a} \end{cases}$$

Например:

$$10x^2 - 99 \cdot x - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = -\frac{1}{10} \end{cases}$$

Урок - презентация

МОУ «Гимназия №53»

Учитель Бойко Т.А.

Квадратные уравнения

8 класс

Приобретать знания - храбрость

Приумножать их - мудрость

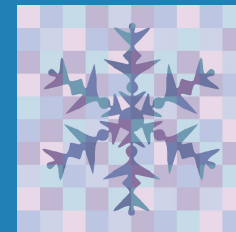
А умело применять великое искусство

- Квадратные уравнения – это фундамент, на котором покоится величественное здание алгебры. Квадратные уравнения находят широкое применение при решении тригонометрических,
- показательных, иррациональных уравнений и неравенств.
- В школьном курсе математики изучаются формулы корней квадратных уравнений, с помощью которых можно решать любые квадратные уравнения.
- Однако имеются и другие приёмы решения квадратных уравнений, которые позволяют очень быстро и рационально решать квадратные уравнения.

Приёмы устного решения квадратного уравнения

- 1) приём «коэффициентов»
- 2) приём «коэффициентов»
- 3) приём «переброски»

Цели урока:



- *Обобщить и систематизировать изученный материал по теме: «Квадратные уравнения».*
- *Научить учащихся приёмам устного решения квадратных уравнений.*
- *Развивать внимание и логическое мышление.*
- *Воспитывать культуру поведения .*

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a \neq 0$$

| b=0 c=0 | b=0 c≠0 | b≠0 c=0 |
|--------------------------|---|--|
| $ax^2 = 0$ | $ax^2 + c = 0$ | $ax^2 + bx = 0$ |
| 1 корень: $x = 0$ | 2 корня, если: а и с имеют разные знаки Нет корней, если: а и с имеют одинаковые знаки | 2 корня $x(ax + b) = 0,$ $x_1 = 0$ $x_2 = \frac{-b}{a}$ |



$$a = 1$$
$$b \neq 0, c \neq 0$$
$$x^2 + px + g = 0$$

$$D > 0$$

2 корня

$$D = 0$$

1 корень

$$D < 0$$

Нет корней

Формулы корней:

1

$$x_{1,2} = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - g};$$

2

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

3

при $b=2k$;

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

Теоремы

Виета

Дано

x_1, x_2 — корни

уравнения

$$x^2 + px + g = 0$$

Доказать

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = g$$

Обратная

Дано

Для чисел

x_1, x_2, p, g

имеем :

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = g$$

Доказать

x_1, x_2 — корни

уравнения

$$x^2 + px + g = 0$$

У Р А В Н Е Н И Е

К какому типу относится уравнение

$$2x^2 + x - 3 = 0$$

Решите его

Ответ: $1; -\frac{3}{2}$

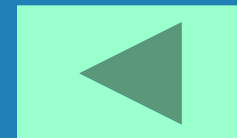
ЗАДАЧА

Найти наиболее рациональным способом
корни уравнения

$$1978x^2 - 1984x + 6 = 0$$

$$x_1 = 1;$$

$$x_2 = \frac{6}{1978}$$



Свойства коэффициентов квадратного уравнения

- Пусть дано квадратное уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad \text{где } a \neq 0$$

1. Если $a + b + c = 0$ (т.е. сумма коэффициентов равна нулю), то

$$x_1 = 1, \quad x_2 = \frac{c}{a}.$$

Доказательство. Разделим обе части уравнения на $a \neq 0$ получим приведённое квадратное уравнение

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$$

По теореме Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

По условию $a + b + c = 0$, откуда $b = -a - c$. Значит,

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{-a-c}{a} = 1 + \frac{c}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = 1 \cdot \frac{c}{a} \end{cases}$$

Получаем $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$, что и требовалось доказать.

Приёмы устного решения квадратных уравнений

Приём №1

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Если $a + b + c = 0$, то $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$

Например:

$$4x^2 - 13x + 9 = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{9}{4}$$

$$1999x^2 + 2000x + 1 = 0$$

Приём №2

$$ax^2 + bx + c = 0$$

• Если $b = a + c$, то

$$x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a}$$

приём №2

Например:

$$4x^2 + 11x + 7 = 0$$

$$x_1 = -1, x_2 = \frac{-7}{4}$$

Решить уравнение

$$319x^2 + 1988x + 1669 = 0$$

$$x_1 = -1;$$

$$x_2 = -\frac{1669}{319}.$$

Квадратные уравнения с большими коэффициентами

1. $313x^2 + 326x + 13 = 0$

$$-1; \frac{-13}{313}$$

2. $839x^2 - 448x - 391 = 0$

$$1; -\frac{391}{839}$$

3. $345x^2 - 137x - 208 = 0$

$$1; -\frac{208}{345}$$

4. $939x^2 + 978x + 39 = 0$

$$-1; \frac{-39}{939}$$

$$a \boxtimes b + c \neq 0$$

Приём №3


$$2x^2 - 11x + 5 = 0$$

Решаем устно $x^2 - 11x + 10 = 0$

Его корни 10 и 1, и делим на 2.

Ответ: 5; $\frac{1}{2}$

Приём "переброски"


$$6x^2 - 7x - 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x - 18 = 0$$

Корни 9 и (-2).

Делим числа 9 и (-2) на 6:

$$x_1 = \frac{9}{6}, x_2 = -\frac{2}{6}$$

Ответ: $\frac{3}{2}; -\frac{1}{3}$

Уравнения с рациональными корнями

Используя приёмы решения 1) – 3), вы можете придумывать уравнения с рациональными корнями. Например, возьмём уравнение $x^2 - 5x + 6 = 0$

(Корни 2 и 3), 6 делится на 1, 2, 3, 6

$$6 = 1 \cdot 6$$

$$6 = 6 \cdot 1$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$6 = 3 \cdot 2$ Отсюда уравнения:

Одно уравнение дало ещё 7 уравнений с рациональными корнями.

1) $6x^2 - 5x + 1 = 0$

2) $2x^2 - 5x + 3 = 0$

3) $3x^2 - 5x + 2 = 0$

4) $x^2 + 5x + 6 = 0$

5) $6x^2 + 5x + 1 = 0$

6) $2x^2 + 5x + 3 = 0$

7) $3x^2 + 5x + 2 = 0$

1) $\frac{1}{3}; \frac{1}{2}$

2) $1; \frac{3}{2}$

3) $1; \frac{2}{3}$

4) $-2; -3$

5) $\frac{-1}{3}; \frac{-1}{2}$

6) $-1; \frac{-3}{2}$

7) $-1; \frac{-2}{3}$

ЭТО ИНТЕРЕСНО

Когда уравнение
решаешь дружок,
Ты должен найти у
него корешок.
Значение буквы
проверить несложно.
Поставь в уравнение
его осторожно.
Коль верное равенство
выйдет у вас,
То корнем значенье
зовите тотчас.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

По праву достойна в
стихах быть воспета
свойства корней
теорема Виета.

Что лучше, скажи,
постоянства такого:

Умножишь ты корни – и
дробь уж готова?

В числителе **c**, в
знаменателе **a**.

А сумма корней тоже
дроби равна.

Хоть с минусом дробь,
что за беда.

В числителе **b**, в
знаменателе **a**.

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

Задание

Найти №№ 505 – 573

квадратные уравнения, которые
можно решить устно, используя
изученные приёмы.

Выводы:

- данные приёмы решения заслуживают внимания, поскольку они не отражены в школьных учебниках математики;
- овладение данными приёмами поможет учащимся экономить время и эффективно решать уравнения;
- потребность в быстром решении обусловлена применением тестовой системы вступительных экзаменов;
- владение алгоритмом извлечения квадратного корня из натурального числа.