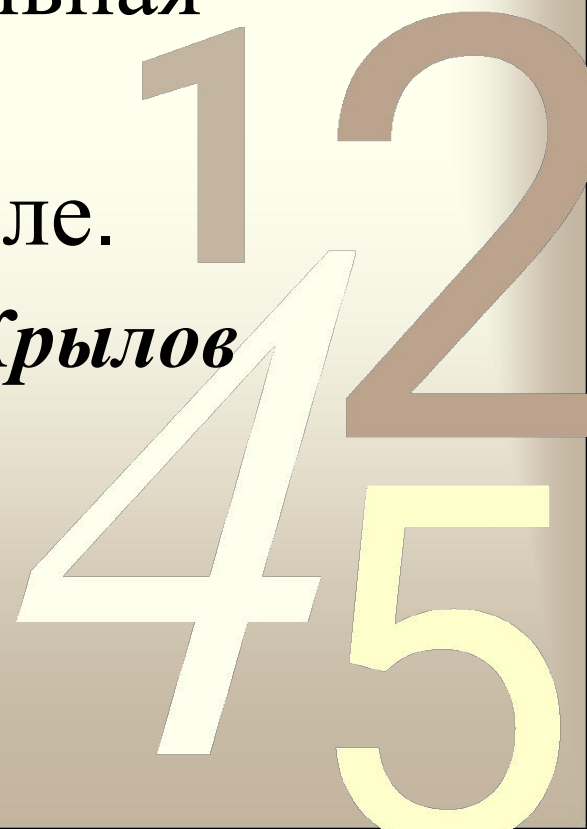


Возрастание и убывание функции.

Рано или поздно всякая правильная математическая идея находит применение в том или ином деле.

А.Н. Крылов



Числовые промежутки

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

- $[\alpha; b]$ – отрезок
- $(\alpha; b)$ – интервал
- $(\alpha; b]$ – полуинтервал
- $[\alpha; b)$ – полуинтервал

1 2
4 5

Функция $f(x)$ называется *возрастающей* на некотором промежутке, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции.

$$x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

Функция $f(x)$ называется *убывающей* на некотором промежутке, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

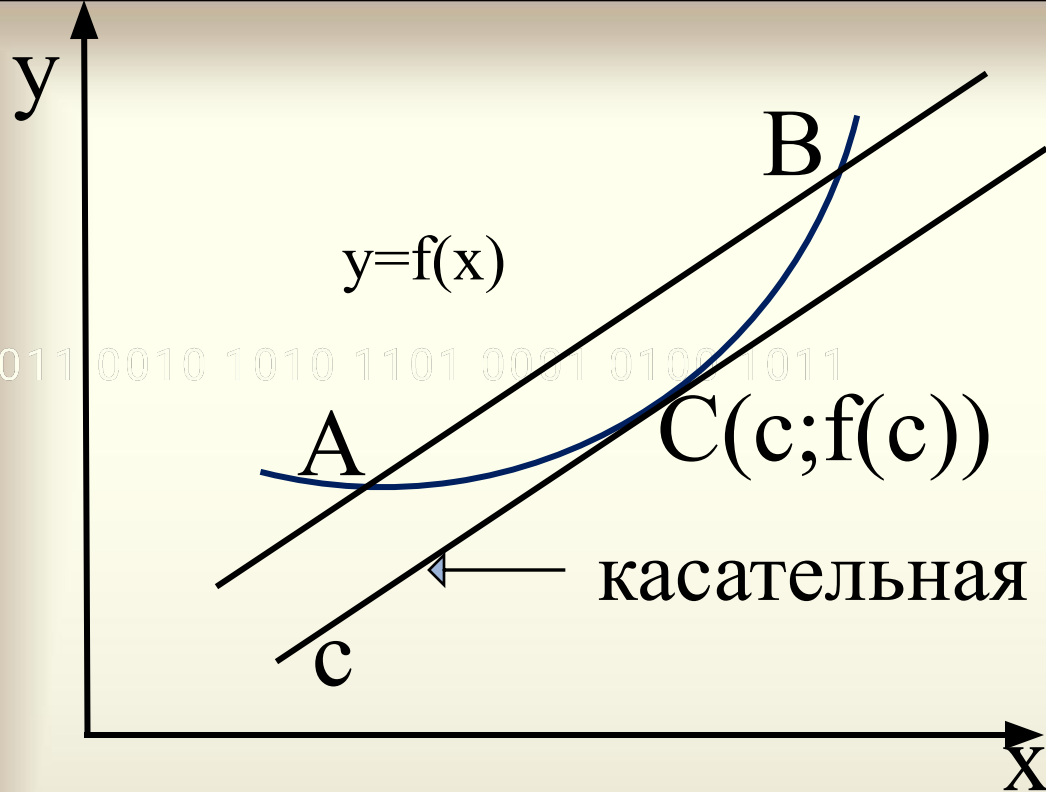
$$x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

Теорема Лагранжа

Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[\alpha; b]$ и дифференцируема на интервале $(\alpha; b)$. Тогда существует точка $c \in (\alpha; b)$, такая, что

$$f(b) - f(\alpha) = f'(c) (b - \alpha)$$

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$



$A(\alpha; f(\alpha))$
 $B(b; f(b))$

$C(c; f(c))$

касательная

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

угловой
коэффициент
секущей

Достаточные условия возрастания и убывания функции

Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[\alpha; b]$ и дифференцируема на интервале $(\alpha; b)$. Тогда если $f'(x) > 0$ для всех $x \in (\alpha; b)$, то функция $f(x)$ возрастает на отрезке $[\alpha; b]$, а если $f'(x) < 0$ для всех $x \in (\alpha; b)$, то функция $f(x)$ убывает на отрезке $[\alpha; b]$.

доказательство:

Пусть x_1 и x_2 - произвольные точки отрезка $[\alpha; b]$, такие, что $x_1 < x_2$, т.е. $x_2 - x_1 > 0$

По теореме Лагранжа

$$f(x_2) - f(x_1) = f'(x) (x_2 - x_1), x \in (\alpha; b)$$

При $f'(x) > 0$ $f(x_2) - f(x_1) > 0 \Leftrightarrow$ функция
возрастает.

При $f'(x) < 0$ $f(x_2) - f(x_1) < 0 \Leftrightarrow$ функция
убывает.