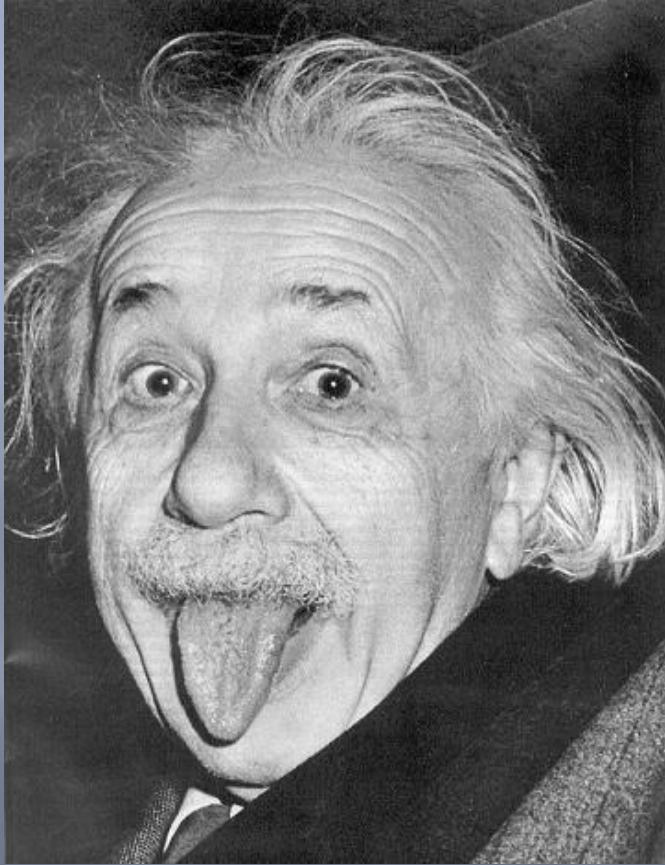


# СПЕЦІАЛЬНА ТЕОРІЯ ВІДНОСНОСТІ



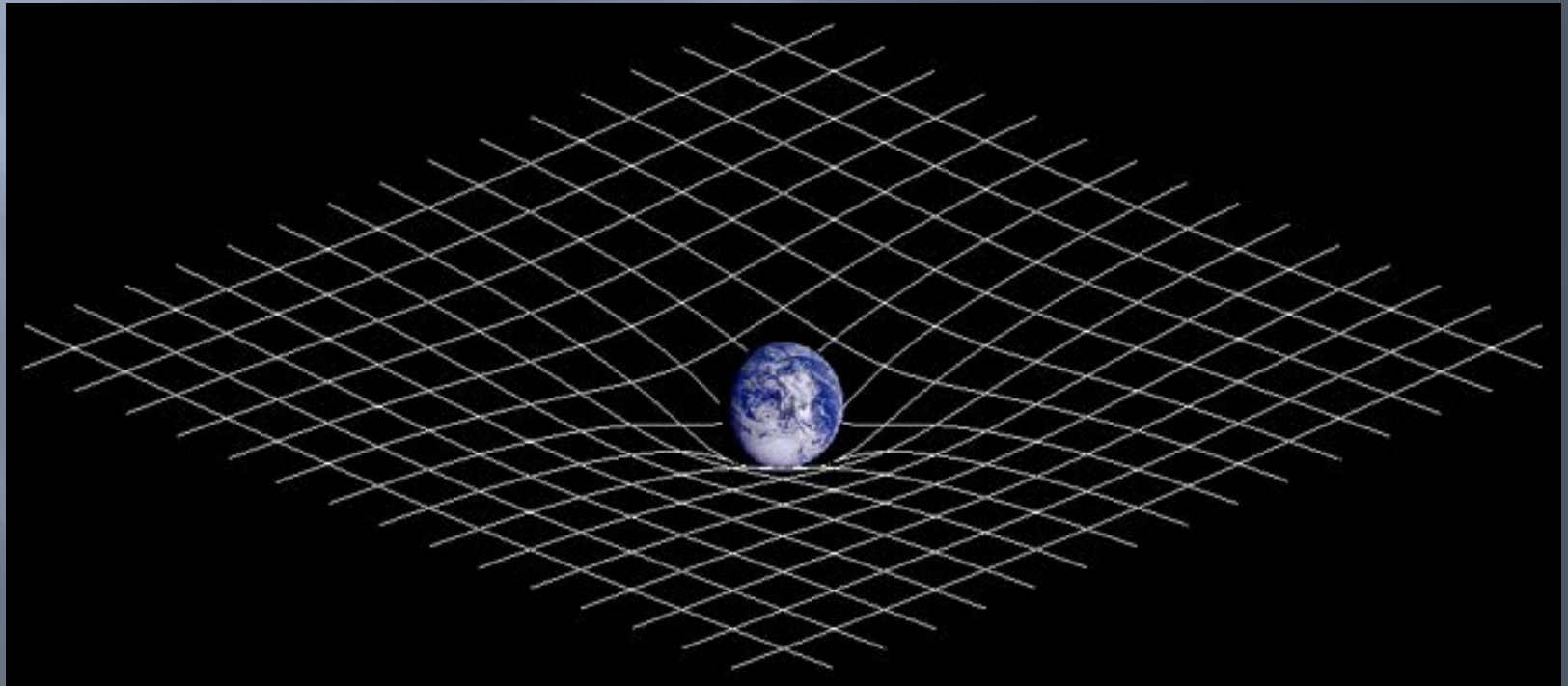
# Спеціальна теорія відносності



– фізична теорія, опублікована Альбертом Ейнштейном 1905 року. Вона фактично замінює класичну механіку Ньютона, яка на той час була несумісною з рівняннями Максвелла з теорії електромагнетиз



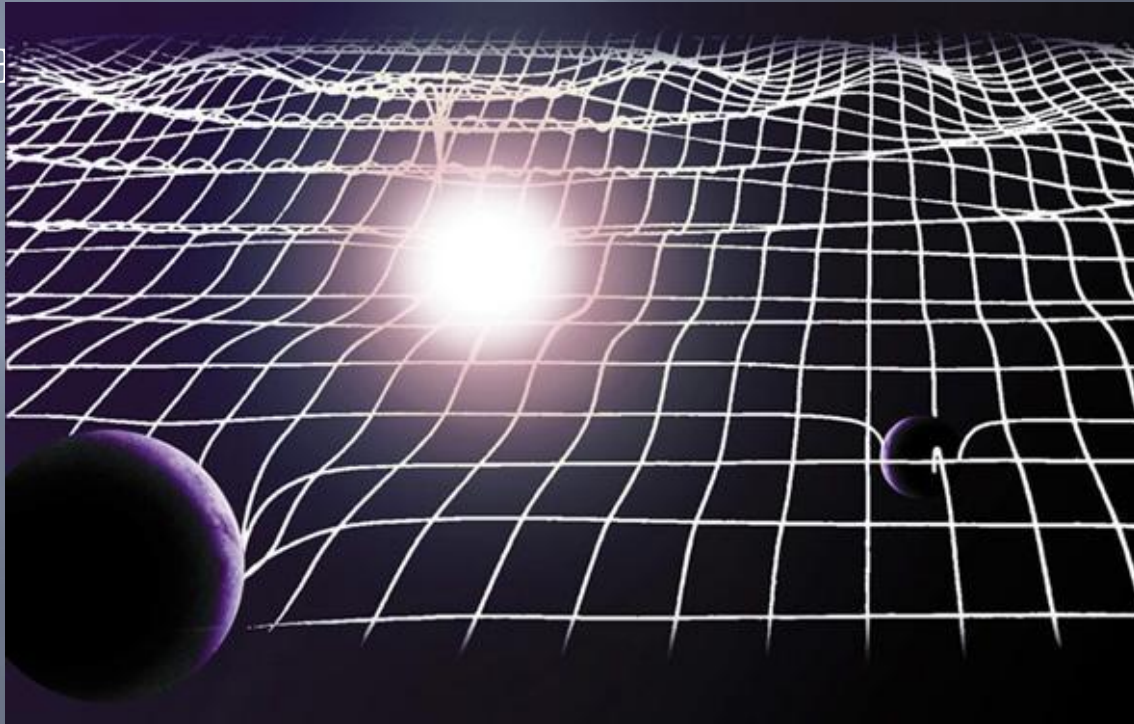
Спеціальна теорія відносності не поширює дію своїх принципів на гравітаційні сили, тому в 1916 році Ейнштейн опублікував нову — загальну теорію відносності, яка пояснювала природу гравітації.

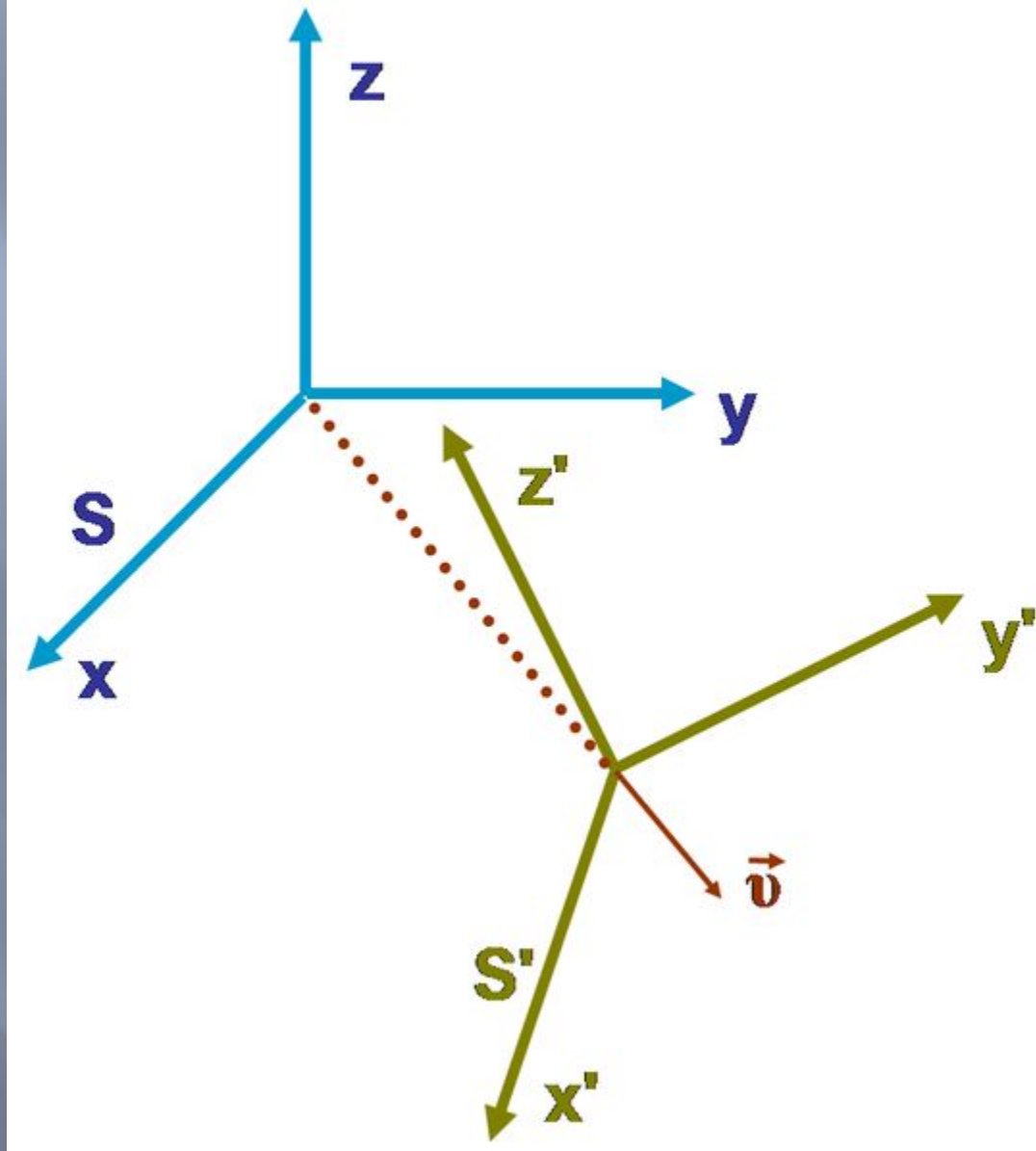


Теорія відносності та її постулати повністю змінили погляди на характеристики простору і часу. Були сформульовані основні висновки теорії відносності:

1) явища, які є одночасними в одній системі відліку, можуть виявитись неодноточасними в іншій;

2) довжина тіла.





Дві системи відліку, одна з яких рухається зі швидкістю  відносно іншої

Найбільш розповсюджена форма запису перетворень Лоренца зв'язує координати події в інерціальній системі відліку  $K$  з координатами тієї ж події в системі  $K'$ , яка рухається відносно  $K$  зі швидкістю  $V$  вздовж осі  $x$ :

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - (V/c^2)x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

# Інтервал. Геометричний зміст перетворень Лоренца

Інваріантність величини

$$c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 = c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2$$

, яка називається інтервалом (звичайно, його можна записати і у вигляді нескінченно малих приростів).

У рамках СТВ загальний вираз для вектора сили дається похідною від вектора імпульсу:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \frac{m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + m\mathbf{v} \frac{dv}{dt} \frac{d}{dv} \left( \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m \frac{d\mathbf{v}}{dt}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{m\mathbf{v} \left( \mathbf{v} \cdot \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right)}{c^2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{3}{2}}}$$



# Інтервал між двома подіями

Просторово-часовий інтервал або просто інтервал між двома подіями в інерційній системі відліку визначається співвідношенням:

$$s_{12} = \sqrt{c^2(t_1 - t_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2 - (z_1 - z_2)^2}$$

# Перетворення і додавання швидкостей

Перетворення Лоренца утворює правило додавання швидкостей. Якщо певний об'єкт має компоненти швидкості щодо системи  $S$  і - відносно  $S'$ , то між ними існує наступний зв'язок:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x v / c^2}, \quad u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - v^2 / c^2}}{1 - u_x v / c^2}, \quad u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - v^2 / c^2}}{1 - u_x v / c^2}.$$

# Імпульс в релятивістській механіці

Чотирьохкомпонентний вектор, або 4-імпульс

$$p^i = \left( \frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z \right)$$

Імпульс частки з масою  $m$  визначається як

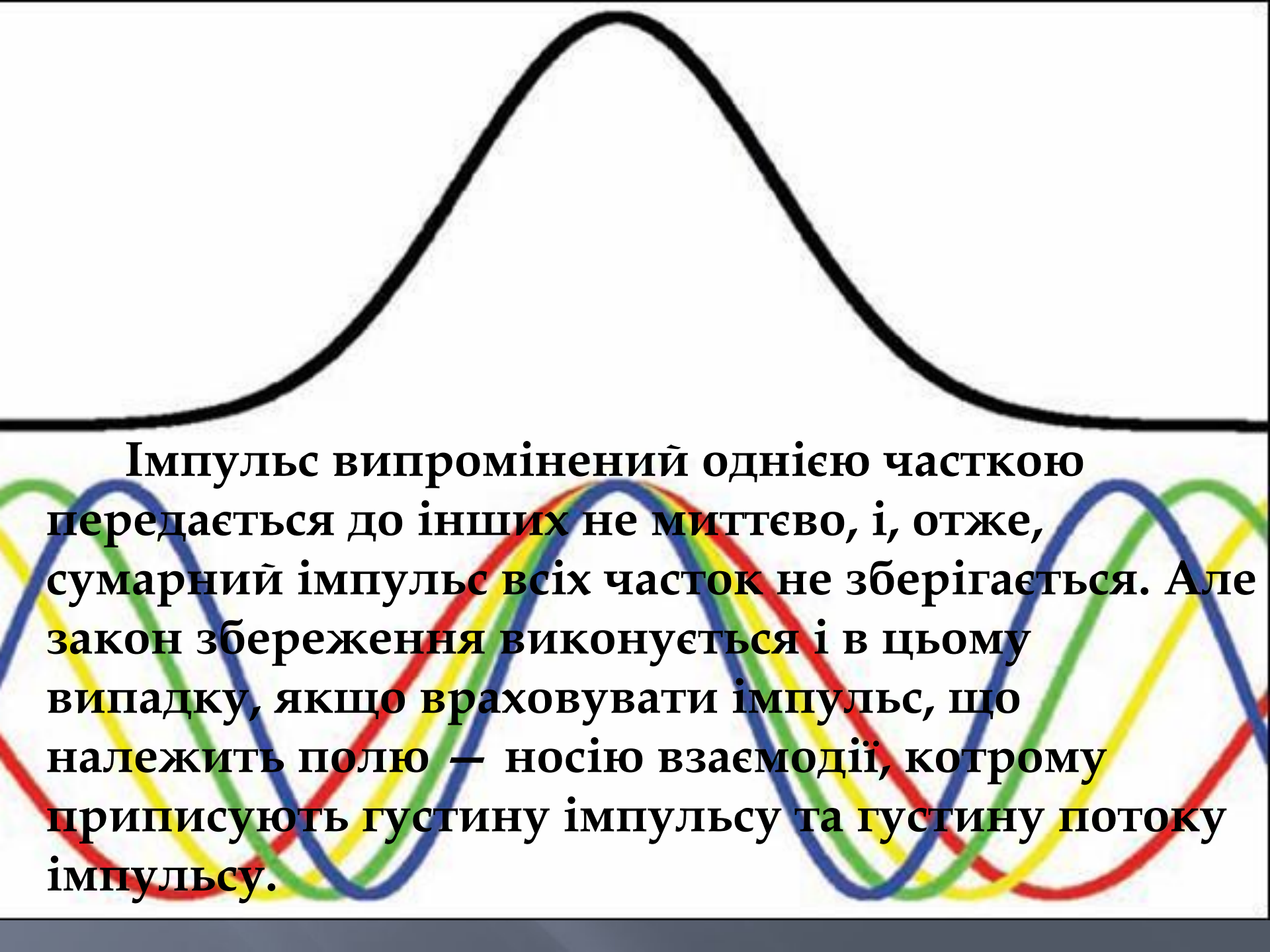
$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Зв'язок між енергією та імпульсом тіла:

$$\frac{E^2}{c^2} = \mathbf{p}^2 + m^2 c^2$$

З цієї формули виходить, що об'єкти з нульовою масою, такі як фотони, також мають імпульс, який дорівнює  $p=E/c$ , де  $E$  – енергія фотона, та  $c$  – швидкість світла.





**Імпульс випромінений однією часткою передається до інших не миттєво, і, отже, сумарний імпульс всіх часток не зберігається. Але закон збереження виконується і в цьому випадку, якщо враховувати імпульс, що належить полю — носію взаємодії, котрому приписують густину імпульсу та густину потоку імпульсу.**

# ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК МАСИ ТА ЕНЕРГІЇ

За допомогою математичних перетворень формули другого закону Ньютона А. Ейнштейн встановив, що маса тіла залежить від швидкості його руху:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$



*Згідно з другим принципом СТВ, не існує систем відліку, в яких би швидкість руху тіла перевищувала швидкість поширення світла у вакуумі.*



Цей висновок усував існуюче протиріччя між класичною механікою і теорією відносності, оскільки за цих умов рівняння руху ставали інваріантними для всіх інерціальних систем відліку:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F},$$

або з урахуванням (5.4):

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \vec{F}.$$



# Задача

**Приклад.** Яку швидкість повинен мати електрон, щоб його маса стала вдвічі більшою за масу спокою?

*Розв'язування:*

$$\begin{array}{l} \frac{m}{m_0} = 2 \\ c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \\ \hline v = ? \end{array}$$

$$\frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2.$$

$$\text{Звідси } v^2 = \frac{3}{4}c^2; \quad v = \frac{\sqrt{3}}{2}c = 0,87c = 2,6 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

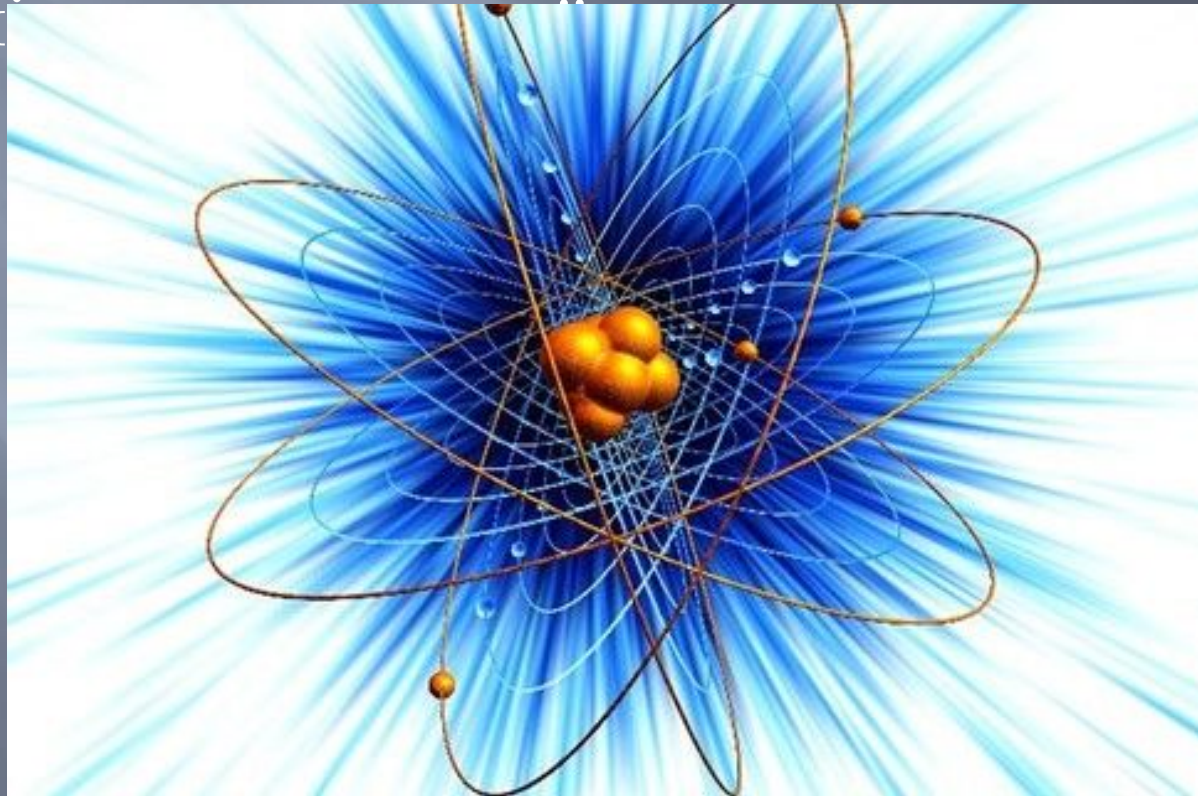
Оскільки зміна швидкості тіла впливає як на його масу, так і на енергію, природно припустити, що між цими двома величинами — масою та енергією — може існувати зв'язок. За допомогою математичних перетворень, що випливають із закону збереження енергії, А. Ейнштейн встановив спів-відношення між масою і повною енергією тіла:

$$E = mc^2. \quad (5.6)$$

З урахуванням формули (5.4) одержимо:

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (5.7)$$

Формула взаємозв'язку маси та енергії відіграє особливу роль в атомній і ядерній фізиці, де перетворення речовин унаслідок ядерних реакцій супроводжується значним вивільненням енергії. Вона має незаперечне значення і в розрахунках релятивістських ефектів елементарних частинок, зокрема пі

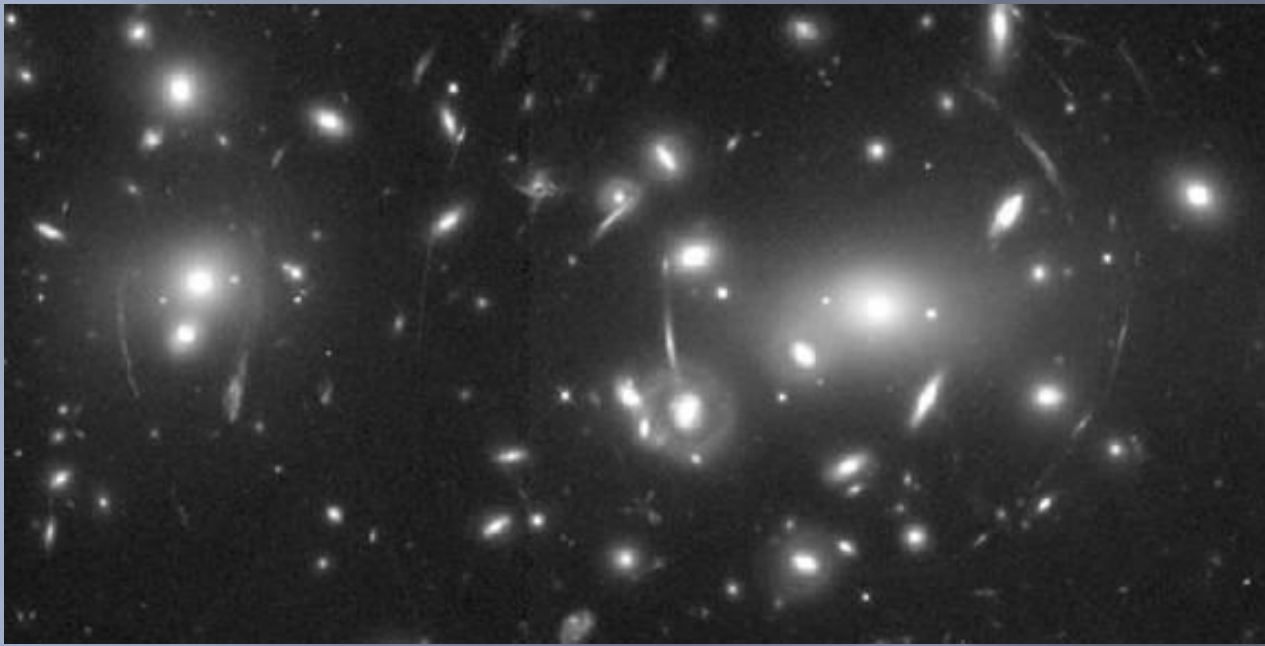


2. Швидкість електрона збільшилася від  $v_1 = 0,98 c$  до  $v_2 = 0,99 c$ . Знайдіть зміну кінетичної енергії електрона.

*Розв'язування.* Відповідно до формули (10.10) зміна кінетичної енергії електрона

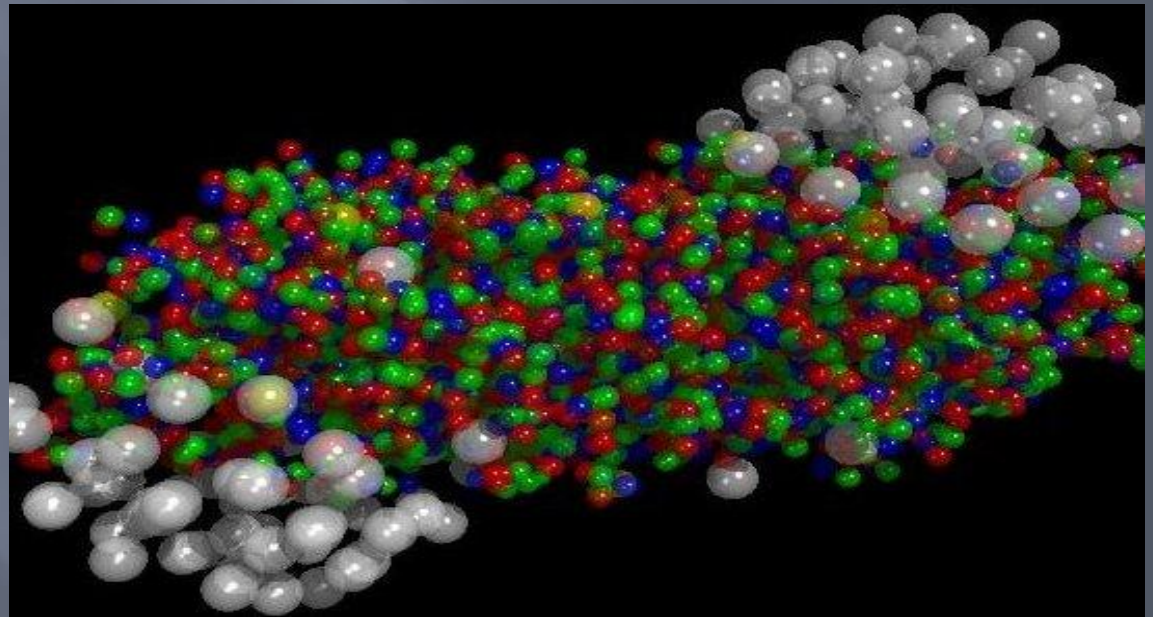
$$\begin{aligned}\Delta W &= W_2 - W_1 = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v_2^2/c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta W &= 9,11 \cdot 10^{-31} (3 \cdot 10^8)^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - 0,99^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - 0,98^2}} \right) = \\ &= 81,99 \cdot 10^{-15} (7,1 - 5,0) = 1,7 \cdot 10^{-13} \text{ Дж.}\end{aligned}$$

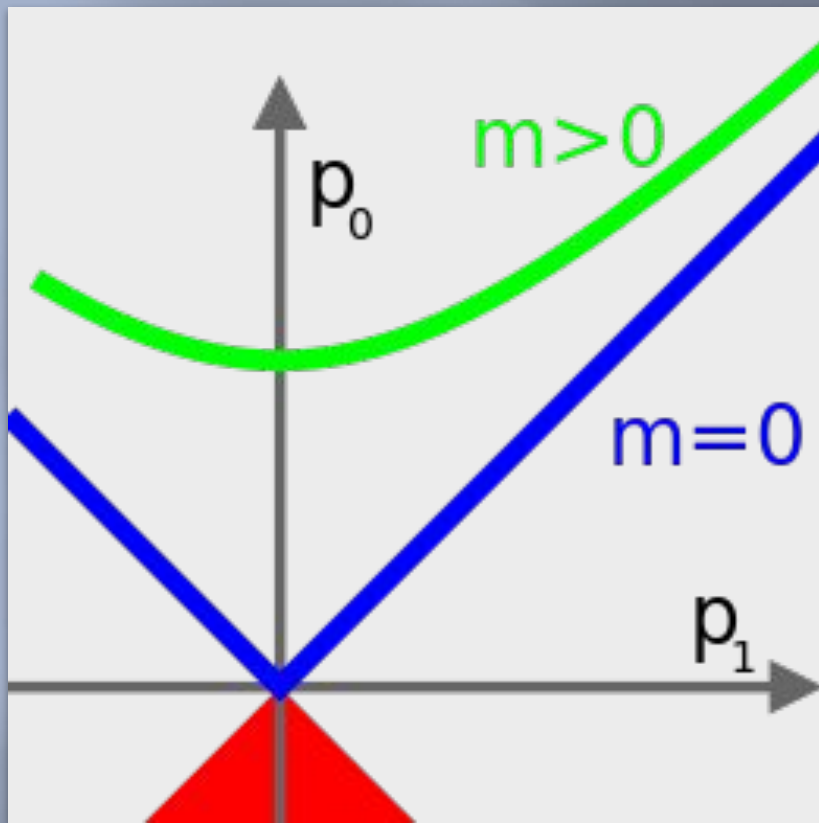




**ФОТОНИ**

**і ГЛЮОНИ**





Можливі 4-імпульси тіл з нульовою і додатньою інваріантною масою. Вектори чотирьохімпульса, що побудовані від точки перетину вісей до будь-якої точки на зеленій гіперболі, мають одну і ту ж (додатню) довжину, тобто масу частинки, що несе цей чотирьохімпульс, та розрізняються енергією і швидкістю частинки.

Прискорення частинки зводиться до руху кінця 4-імпульса по гіперболі. Вектори чотирьохімпульса, що побудовані від точки перетину вісей до будь-якої точки на синіх напівпрямих, мають нульову довжину і можуть відноситися лише до частинок нульової маси (наприклад, фотонів). Енергія цих частинок (з точністю до коефіцієнта  $c$ ) дорівнює модулю їх 3-імпульса.

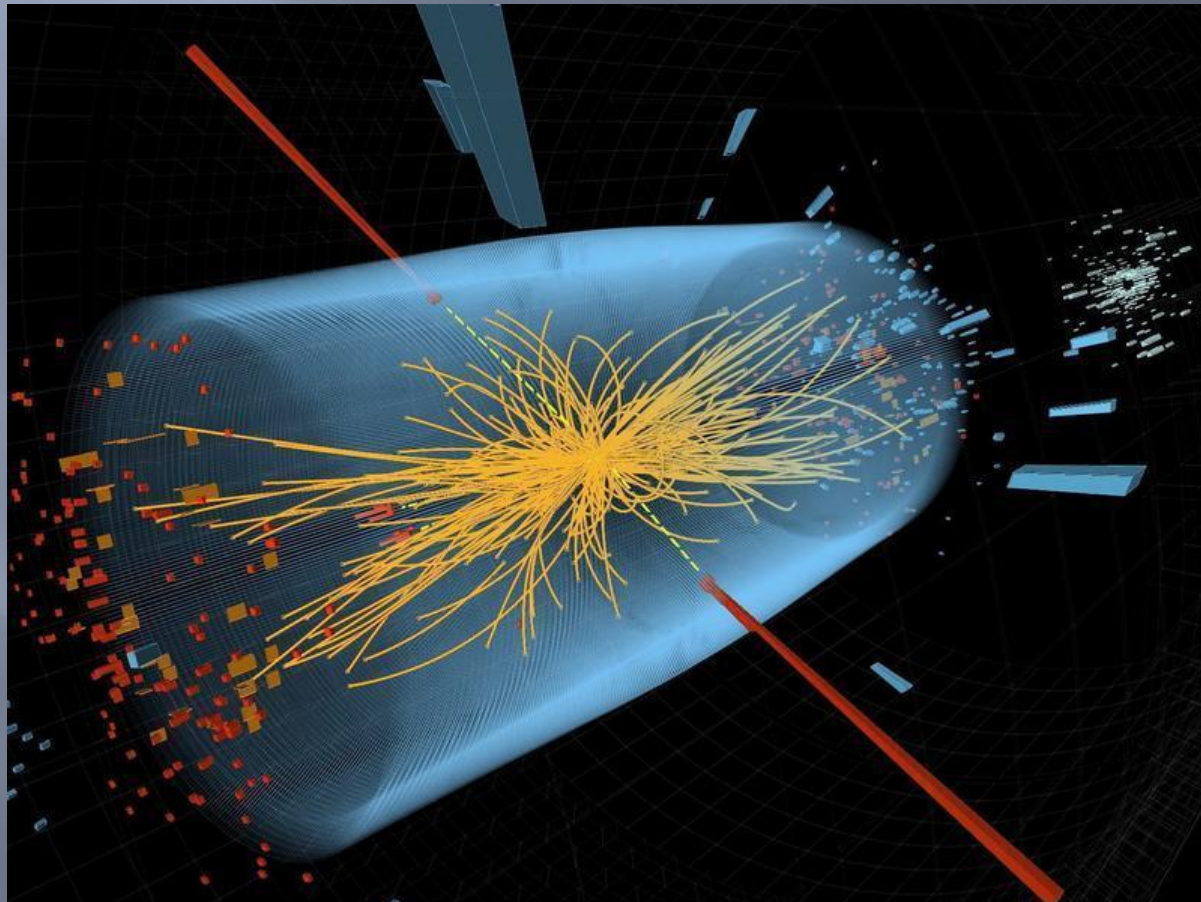
В рамках підходу Ландау-Ліфшица  
взаємозв'язок між швидкістю та імпульсом  
має вигляд:

$$\mathbf{v} = \frac{c^2 \mathbf{p}}{E}$$

тоді як квадрат модуля  $\epsilon$ :

$$v^2 = \frac{c^2 p^2}{m^2 c^2 + p^2}$$

Із цих двох рівнянь можна знайти основне співвідношення, котре зв'язує масу, імпульс та енергію частинки:



Очевидно, що при  $p = 0$  ( $v = 0$ ), ми будемо мати т.з. енергію спокою:

