Производная и ее применение

11 класс.

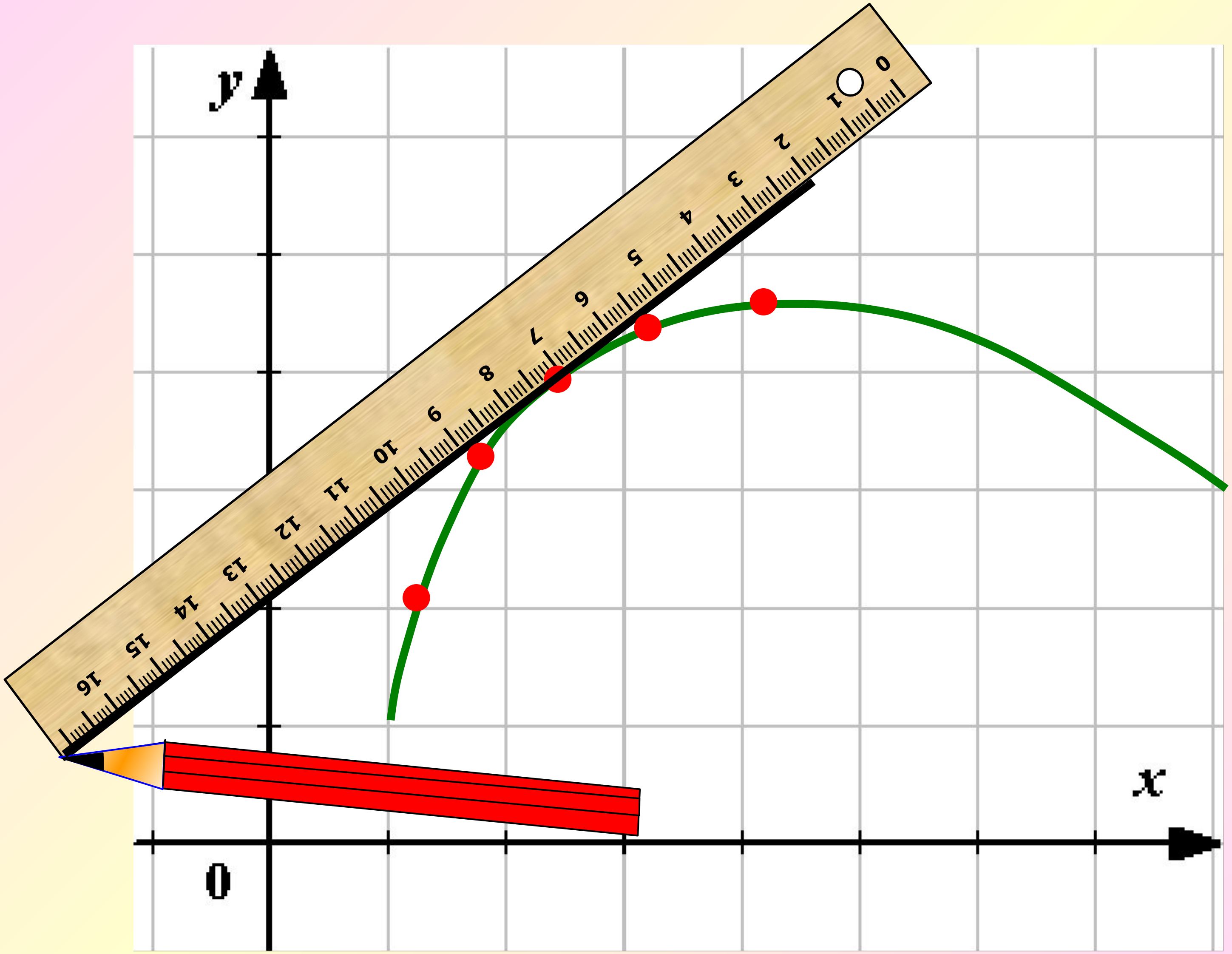
1. Геометрический смысл производной.

2. Механический смысл производной.

1. Геометрический смысл производной.

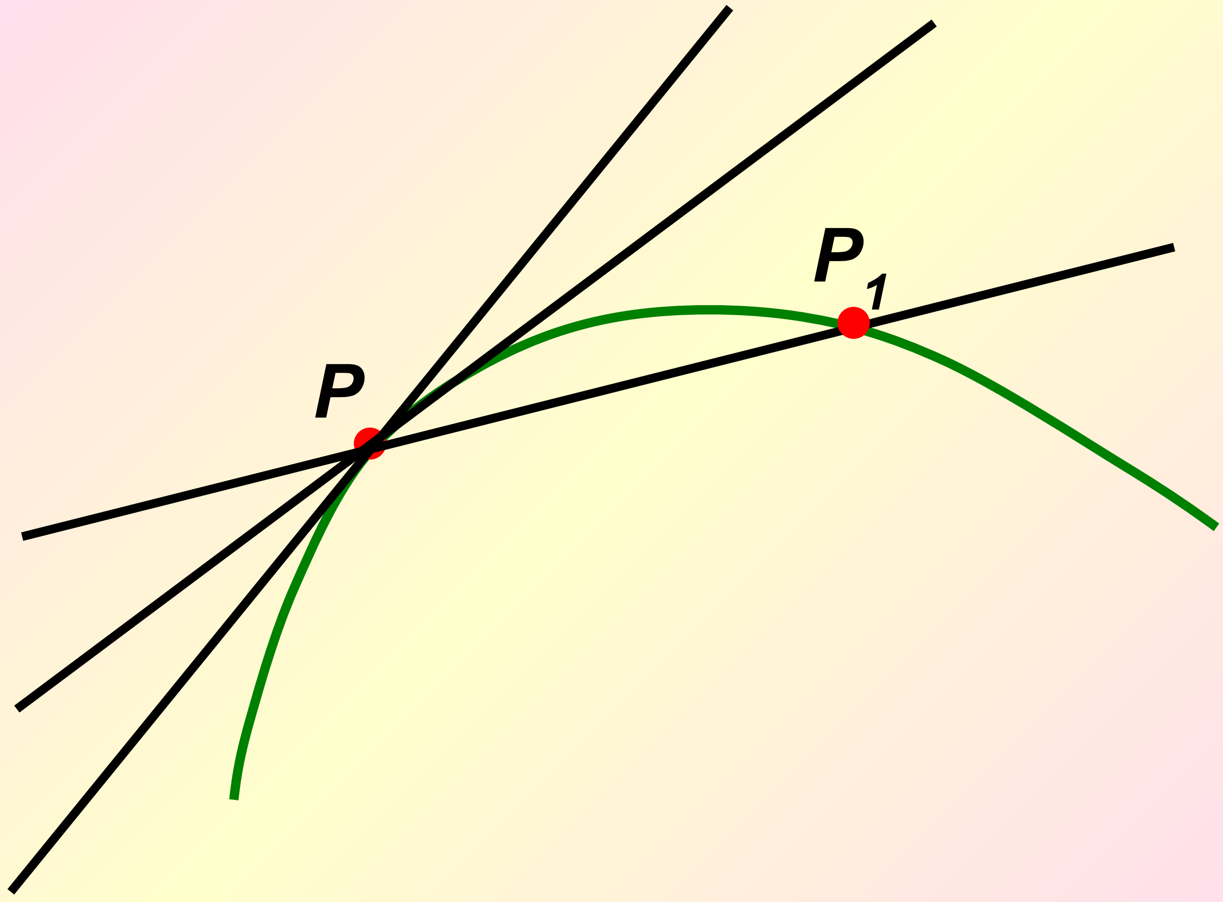
«Если продолжить одно из маленьких звеньев ломаной, составляющей кривую линию, то эта продолженная таким образом сторона будет называться касательной к кривой.»

Касательная к кривой.



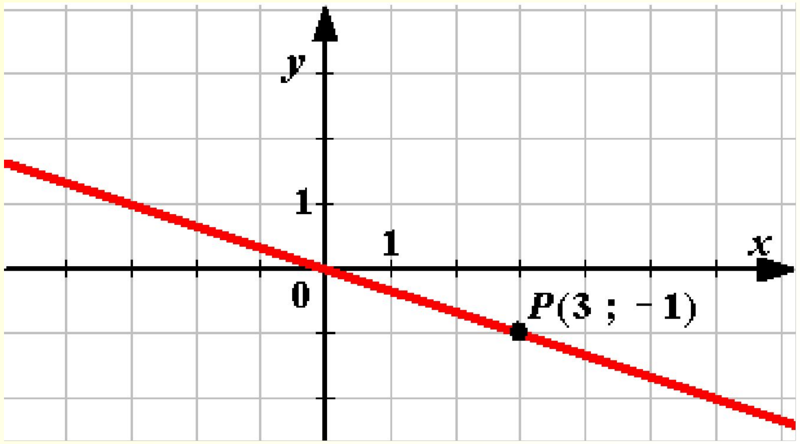
Производная

- это угловой коэффициент касательной.



Повторение.

Угловой коэффициент прямой.

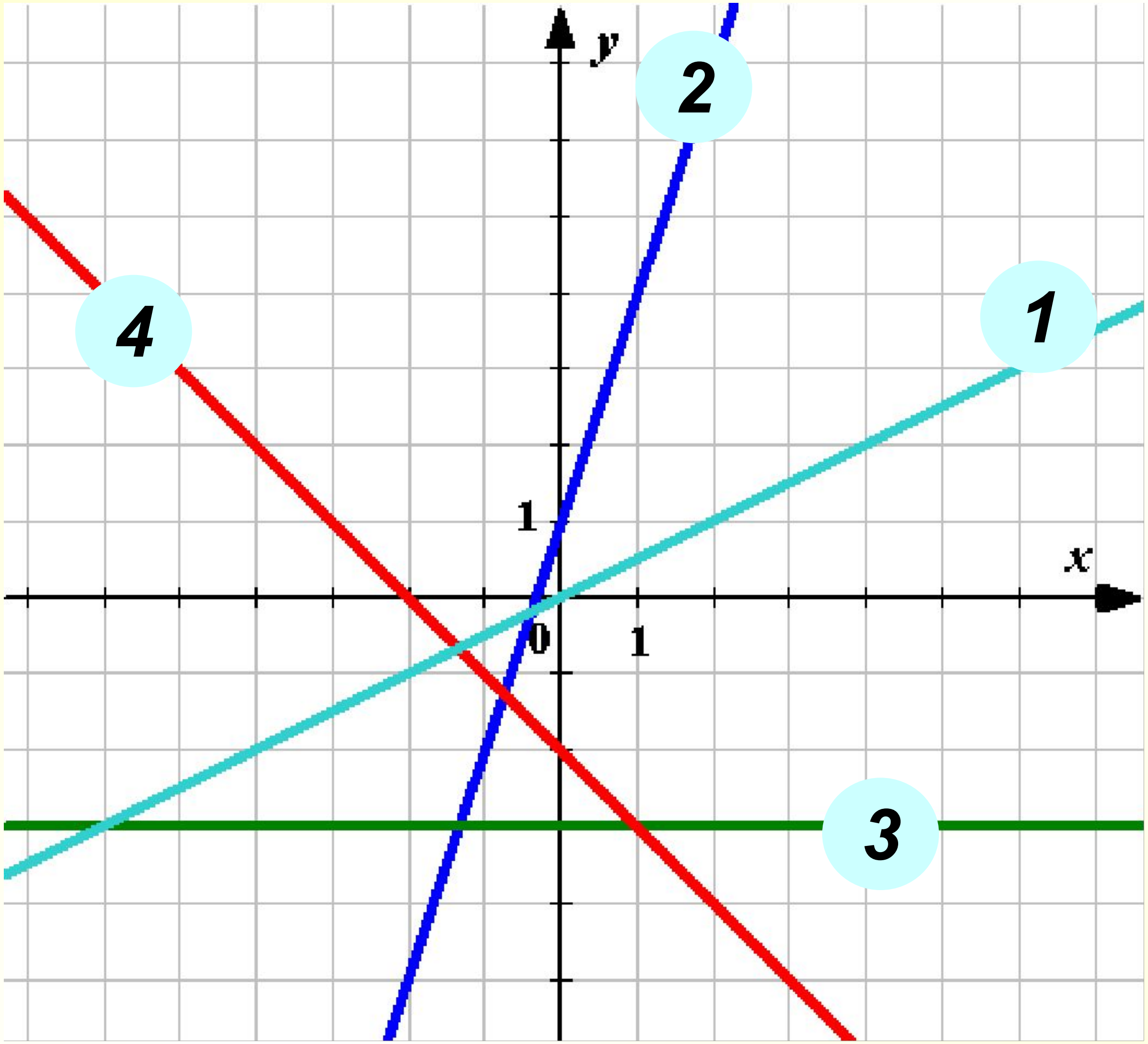


Прямая проходит через начало координат и точку P(3; -1). Чему равен ее угловой коэффициент?

y=kx+b y=kx

$$-1 = 3k \longrightarrow k = -\frac{1}{3}$$

Найдите угловые коэффициенты прямых:



1 k=0,5

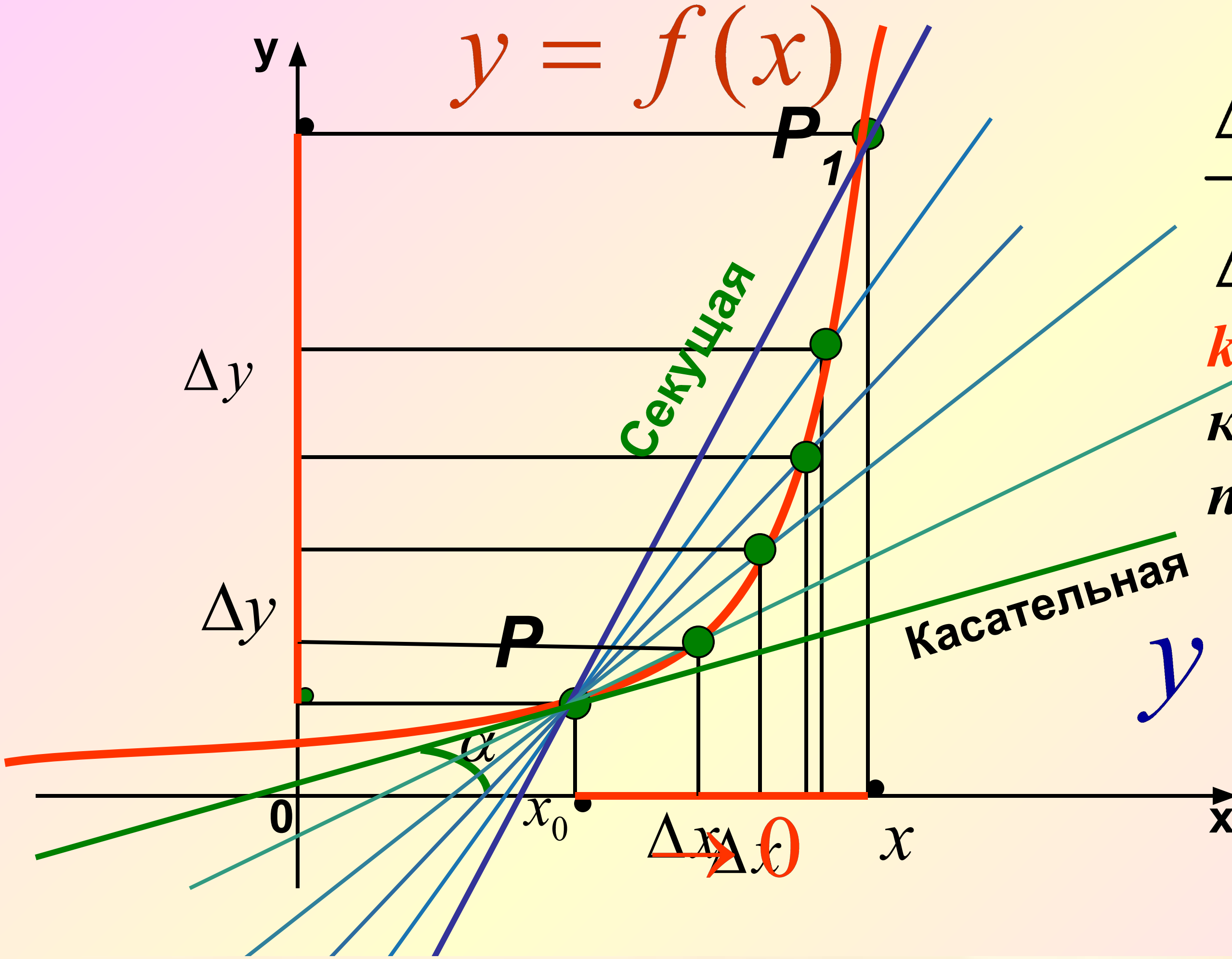
2 k=3

3 k=0

4 k=-1

1. Геометрический смысл производной.

При $\Delta x \to 0$ угловой коэффициент секущей $\to$ к угловому коэффициенту касательной.



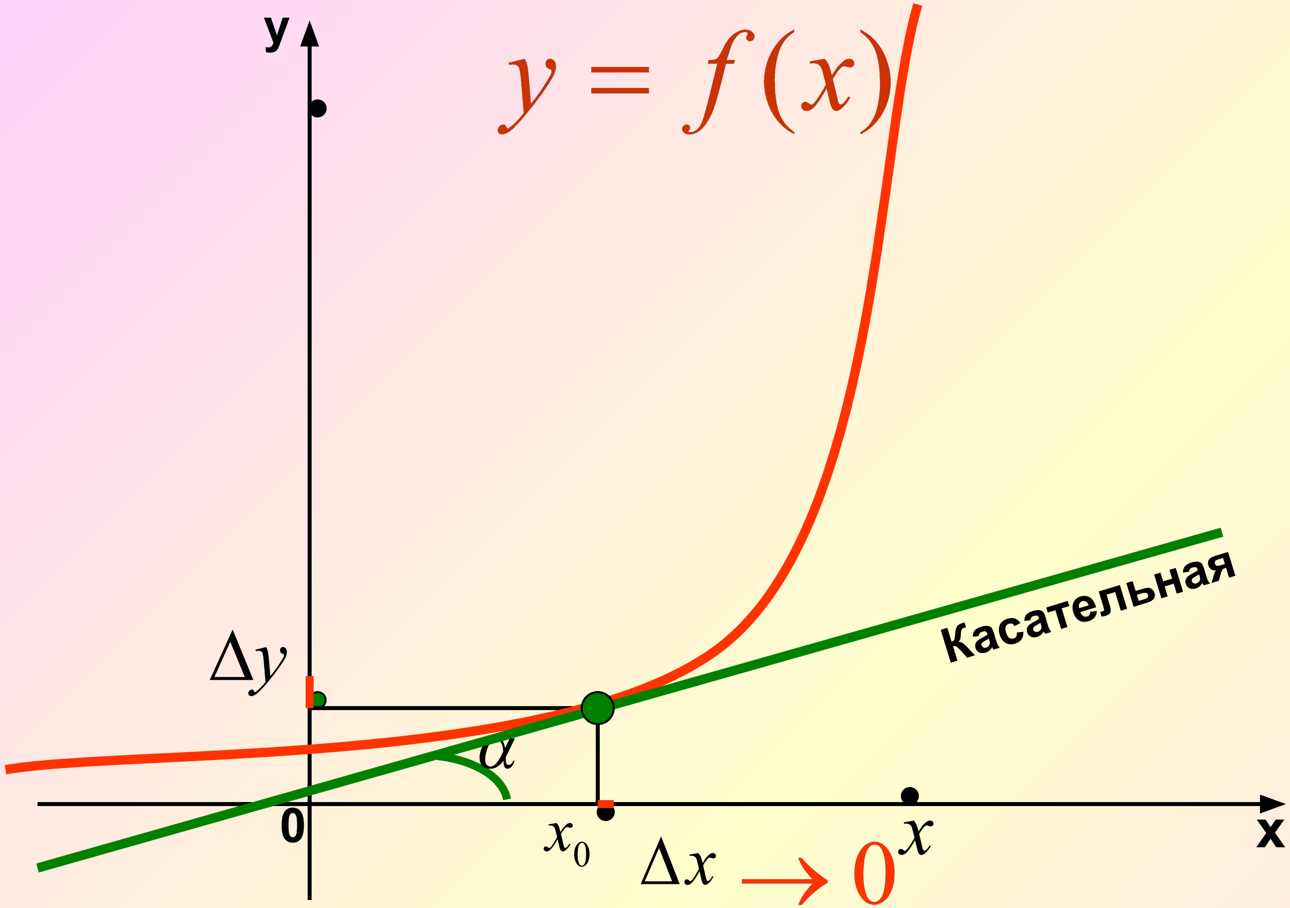
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = tg\alpha = k$$

***k* – угловой коэффициент прямой(секущей)**

$$y = kx + b$$

Секущая стремится занять положение касательной.

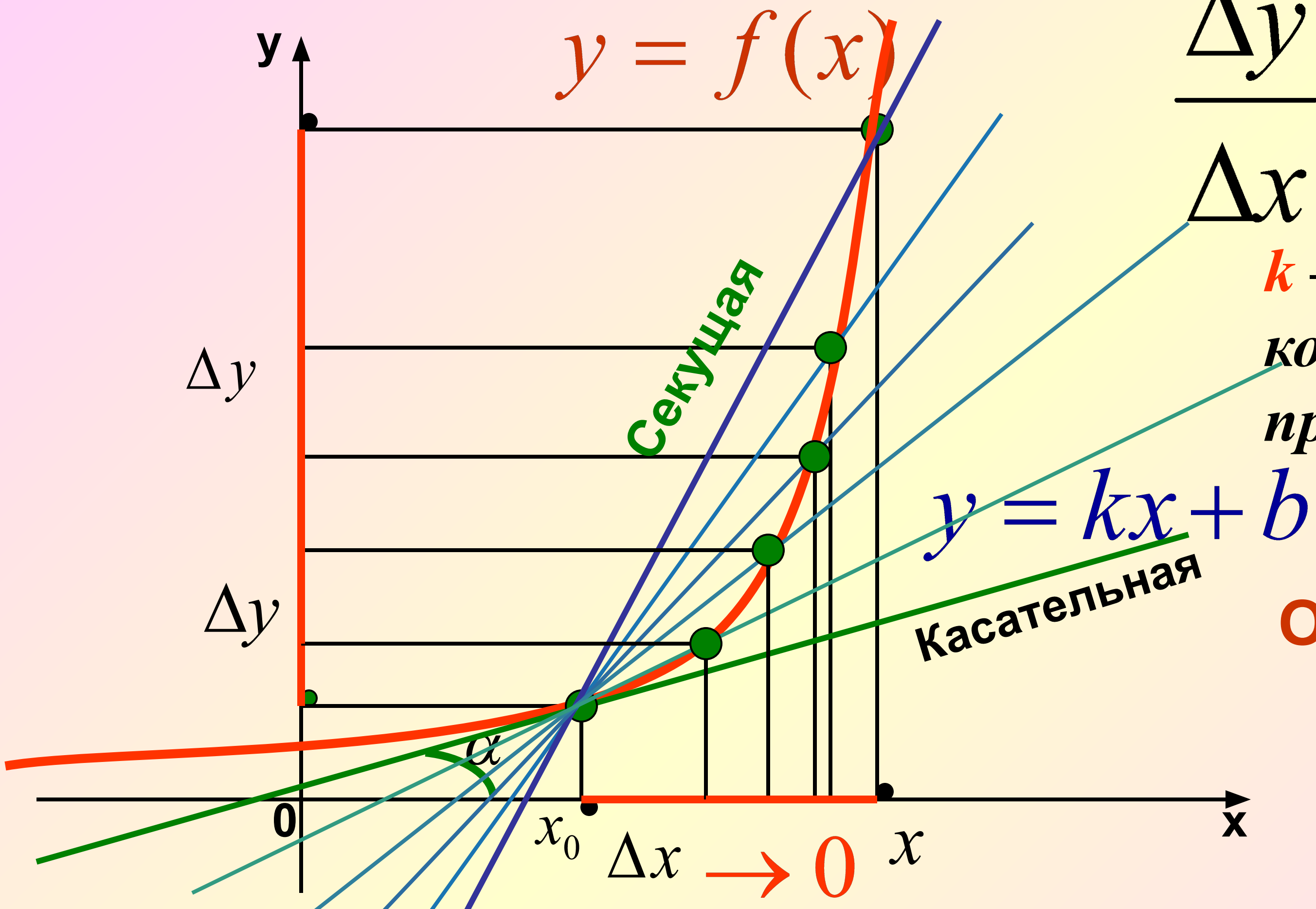
То есть, касательная есть предельное положение секущей.



Угловой коэффициент касательной можно найти как предел выражения:

$$k(x) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Опредление производной от функции в данной точке.



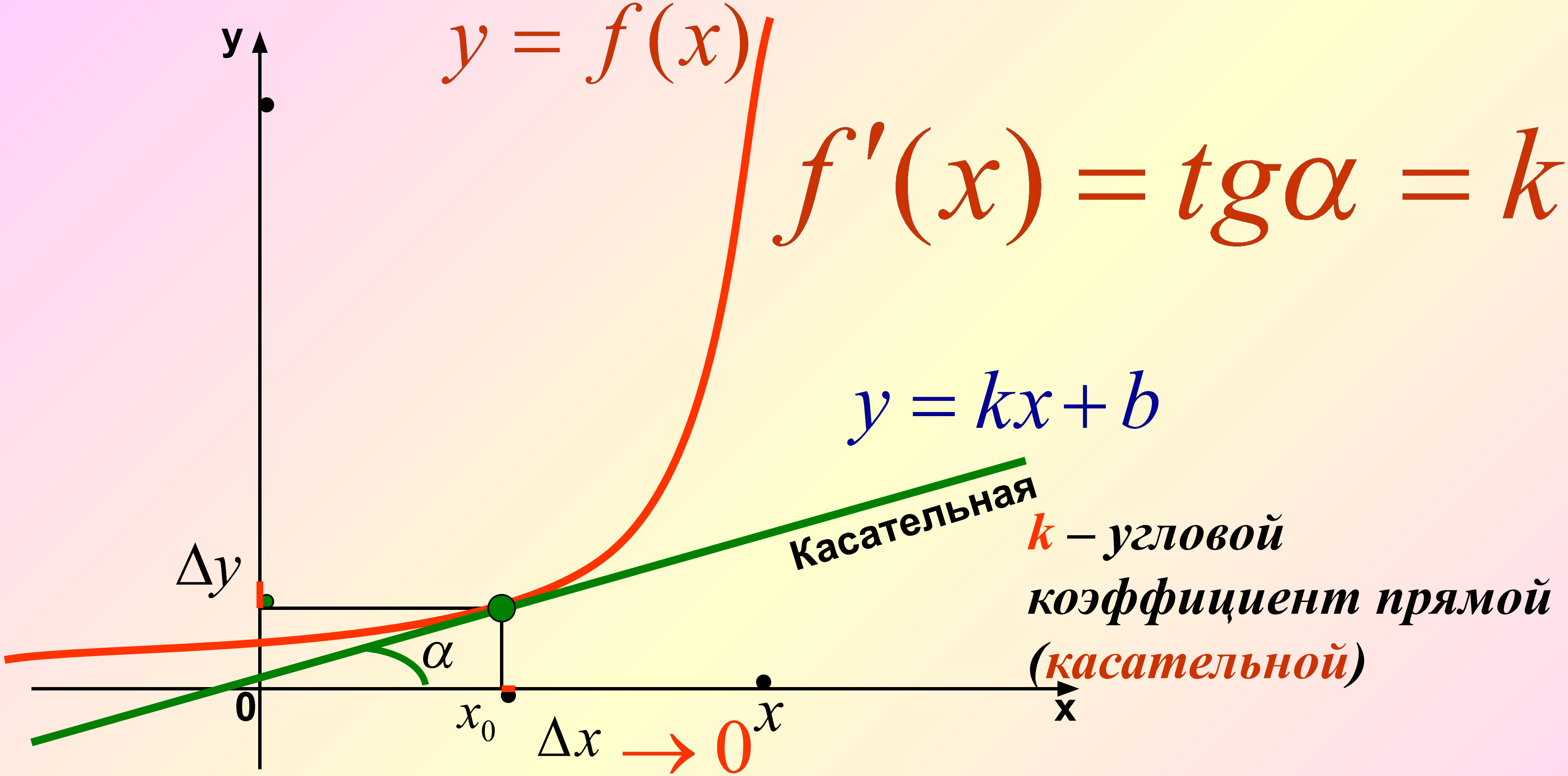
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = tg\alpha = k$$

***k* – угловой коэффициент прямой(секущей)**

Обозначение:

$$f'(x)$$

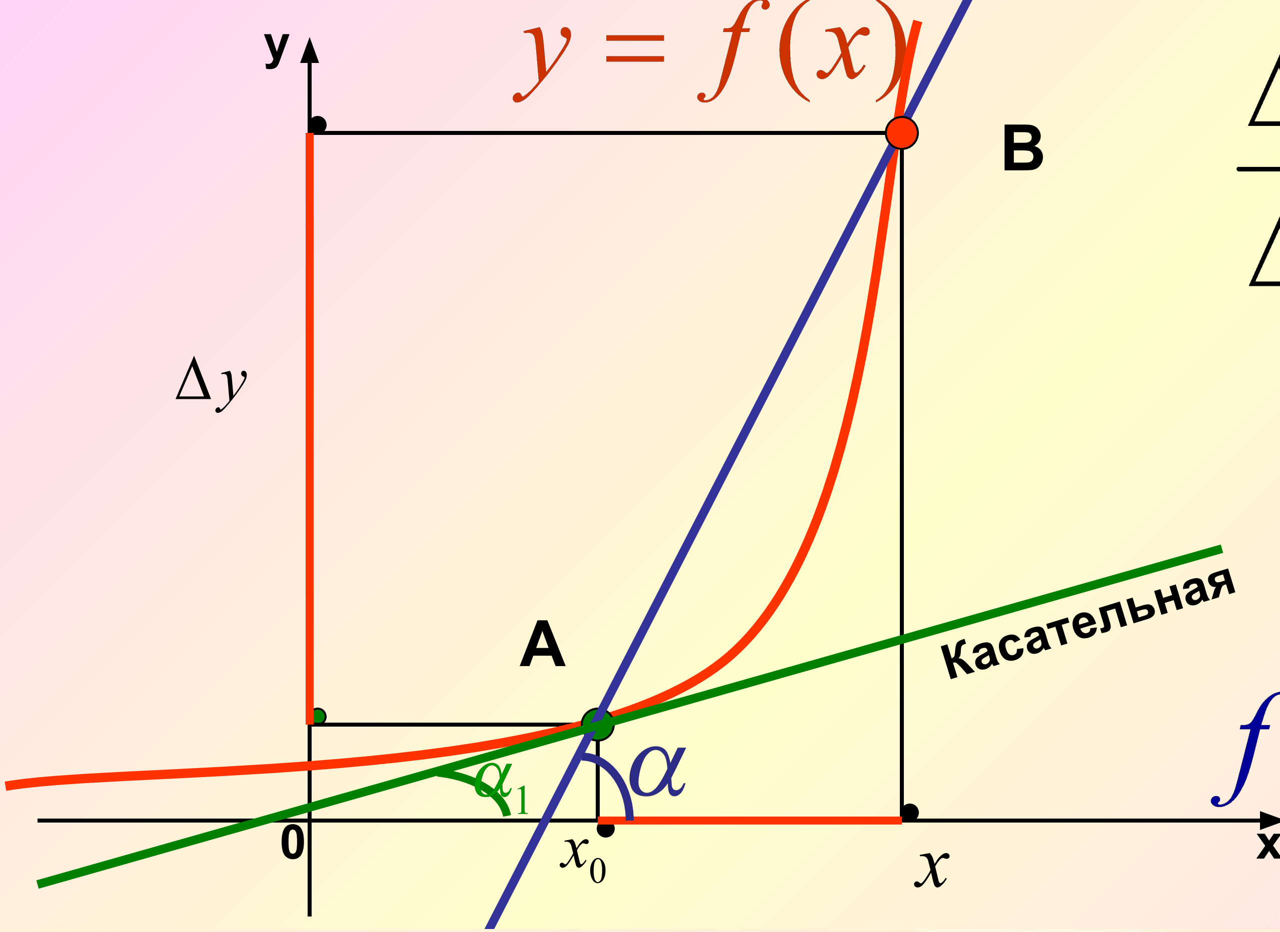
Производной функции $f(x)$ в точке x_0 называется число, к которому стремится отношение $\dfrac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ при $\Delta x \to 0$.



Геометрический смысл производной

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

Опредление производной от функции в данной точке.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = tg\alpha = k$$

k ***– угловой коэффициент прямой(секущей)***

$$y = kx + b$$

$$f'(x_0) = tg\alpha_1$$

Δx –

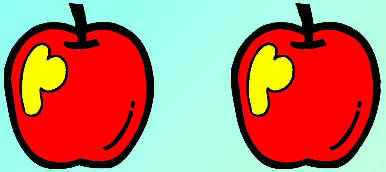
Геометрический смысл производной. **Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.**

2. Механический смысл производной.

Исаак Ньютон (1643 – 1727)

«Когда величина является максимальной или минимальной, в этот момент она не течет ни вперед, ни назад.»

2. Механический смысл производной.



Свободное падение

$$s = \frac{gt^2}{2}$$

t

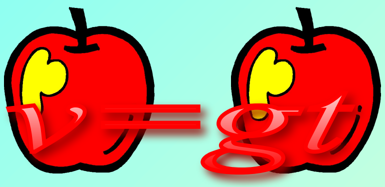
$v_{cp} - ?$

t_1

$$v_{cp} = \frac{S(t_1) - S(t)}{t_1 - t} = \frac{g}{2} \cdot \frac{t_1^2 - t_2^2}{t_1 - t}$$

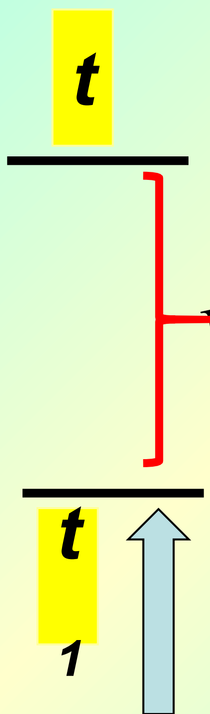
$$v_{cp} = \frac{g}{2} \cdot (t_1 + t)$$

2. Механический смысл производной.



Свободное падение

$$s = \frac{gt^2}{2}$$



$$v_{cp}\left(t_1 ? + t\right) \Rightarrow v_{cp}\, 2t = \frac{g}{2}\cdot\left(t_1 + t\right)$$

$$\frac{g}{2}\cdot\left(t_1 + t\right) \xrightarrow[t_1 \to t]{} gt$$

2. Механический смысл производной.

Используя слово «предел», можно сказать, что мгновенная скорость в точке **t** – это предел средней скорости при стягивании отрезка, на котором она изменяется, в точку **t** или в символической записи

$$v(t) = \lim_{t_1 \to t} \frac{S(t_1) - S(t)}{t_1 - t}$$

Производная - это скорость

2. Механический смысл производной.

$$v_{ср.} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Δx – перемещение тела

Δt – промежуток времени в течение которого выполнялось движение

$При\ \Delta t \to 0\ \ v_{ср.} \to к\ мгновенной\ скорости\ v(t),$

$следовательно,\ \ v(t) = S'(t).$

$$S'(t) = v(t) \quad или \quad x'(t) = v(t)$$

$$f'(x) = v(x)$$