

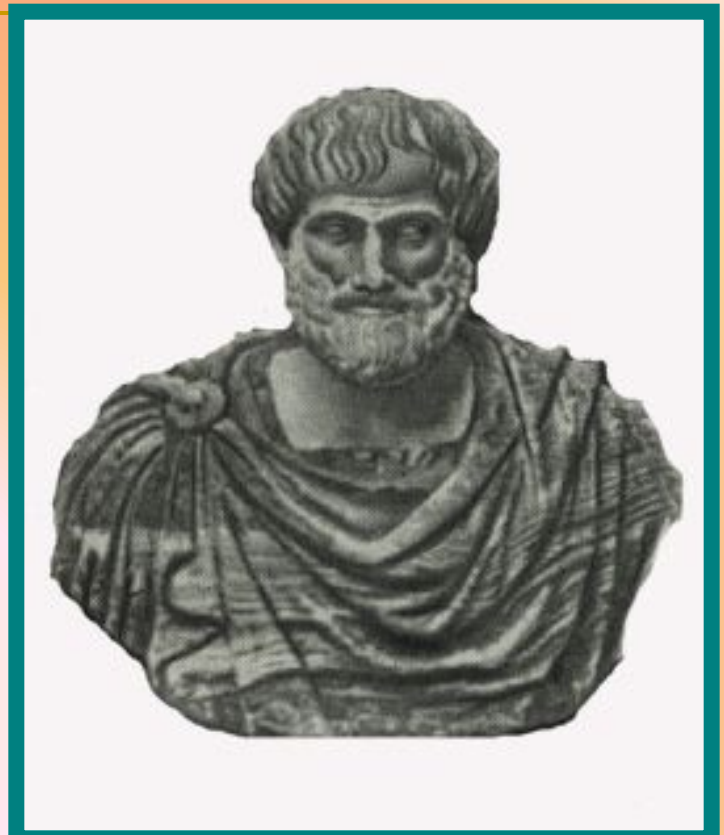
ОСНОВЫ ЛОГИКИ



- Как человек мыслит?
- Что в нашей обыденной речи является высказыванием, а что – нет? Предложение «Кто последний?» - высказывание или нет?
- Арифметическое умножение и логическое умножения. В чем сходство и различие?



В основе современной логики лежат учения, созданные еще **древнегреческими мыслителями**, хотя первые учения о формах и способах мышления возникли в Древнем Китае и Индии. Основателем формальной логики является **Аристотель, который впервые отделил логические формы мышления от его содержания.**



Аристотель родился в Стагире (384г. до н.э.), греческой колонии, расположенной на северо-западном побережье Эгейского моря. Его отец Никомах, принадлежавший к роду врачей Асклепиадов, был придворным врачом Аминты III - македонского царя.

Логика – это наука о формах и способах мышления. Это учение о способах рассуждений и доказательств.

Понятие – это форма мышления, которая выделяет существенные признаки предмета или класса предметов, позволяющие отличать их от других.

Пример 1.

Прямоугольник, компьютер, книга, проливной дождь.



Высказывание – это формулировка своего понимания окружающего мира. Высказывание является повествовательным предложением, в котором что - либо утверждается или отрицается.

Пример 2

1. Истинное высказывание: «Буква «ю» - гласная».
2. Ложное высказывание: «Компьютер был изобретен в середине XIX века».

**Какие из предложений являются высказываниями?
Определите их истинность.**

1. Какой длины эта лента?
2. Прослушайте информацию.
3. Делайте утреннюю зарядку!
4. Назовите устройства вывода информации.
5. Кто сегодня отсутствует?
6. Париж- столица Канады.
7. Число 11 является составным.
8. $4+5=9$
9. Сложите числа 2 и 5.
10. Некоторые медведи живут на севере.
11. Все медведи белые.
12. Чему равно расстояние от Москвы до Ленинграда.



Умозаключение – это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений может быть получено новое суждение (знание или вывод).

Пример 3

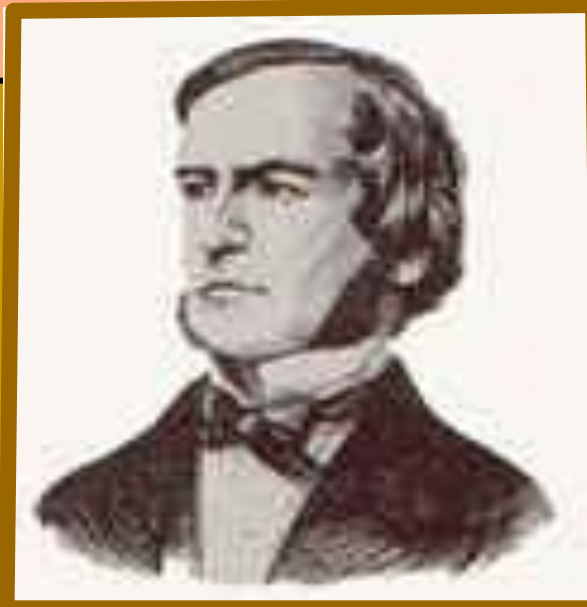
Дано высказывание: «Все углы равнобедренного треугольника равны». Получить высказывание «Этот треугольник равносторонний» путем умозаключений.

Пусть основанием треугольника является сторона c . Тогда, $a=b$. Так как в треугольнике все углы равны, следовательно, основанием может быть любая другая сторона, например a . Тогда $b=c$. Следовательно, $a=b=c$. Треугольник равносторонний.

Алгебра – это наука об общих операциях, аналогичных сложению и умножению, которые выполняются не только над числами, но и над другими математическими объектами, в том числе и над высказываниями. Такая алгебра называется **алгеброй логики**.

Алгебра логики отвлекается от смысловой содержательности высказываний и принимает во внимание только истинность или ложность высказывания.

Поскольку основы алгебры логики были заложены в трудах английского математика Джорджа Буля (XIX век),



Дж.
Буль

то алгебра логики получила название булевой алгебры.

Логическая переменная – это простое высказывание, содержащее только одну мысль. Её символическое обозначение – латинская буква (например, А, В, Х, Y и т. д). значениями логической переменной могут быть только константы **ИСТИНА** и **ЛОЖЬ** (0 и 1).

Составное высказывание – **логическая функция**, которая содержит несколько простых мыслей, соединенных между собой с помощью логических операций. Ее символическое обозначение – $F(A, B, \dots)$.

Логические операции –
логические действия.

Базовые логические операции –
конъюнкция, дизъюнкция, и
отрицание и дополнительные –
импликация и эквивалентность.



	Конъюнкция (от лат. conjunctio - связываю)	Дизъюнкция (от лат. disjunctio - различаю)	Инверсия (от лат. inversio - переворачиваю)	Импликация (от лат. implicatio - тесно связывать)	Эквивалентность (от лат. aequivalens - равноценное)
Название	Логическое умножение	Логическое сложение	Отрицание	Логическое следование	Логическое равенство
Обозначение	$A \& B$ или $A \wedge B$	$A \vee B$	$\neg A$ или \bar{A}	$A \rightarrow B$ A (условие) B (следствие)	$A \equiv B$ или $A \leftrightarrow B$
Союз в естественном языке	А и В	А или В	Не А	Если А, то В; когда А, тогда В; коль скоро А то В	А тогда и только тогда, когда В

Примеры.

	Конъюнкция	Дизъюнкция	Инверсия	Импликация	Эквивалентность
<p>A – «Число 10 – четное»;</p> <p>B- «Число 10 – отрицательное»</p>	<p>«Число 10 – четное и отрицательное» = ЛОЖЬ</p>	<p>«Число 10 – четное или отрицательное» =ИСТИНА</p>	<p>«Неверно , что число 10 – четное»= ЛОЖЬ;</p> <p>«Неверно , что число 10 отрицательное» = ИСТИНА</p>	<p>«Если число 10 - четное, то оно является отрицательным» = Ложь,</p>	<p>«Число 10 – четное тогда и только тогда, когда отрицательное» =ЛОЖЬ</p>

	Конъюнкция	Дизъюнкция	Инверсия	Импликация	Эквивалентность
--	-------------------	-------------------	-----------------	-------------------	------------------------

Таблица истинности - таблица, определяющая значение сложного высказывания

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	A∨B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	¬A
0	1
1	0

A	B	A→B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A	B	A≡B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

при всех возможных значениях простых высказываний

Вывод: результат будет истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны

Вывод: результат будет ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны, и истинным в остальных случаях

Вывод: результат будет ложным, если исходное выражение истинно, и наоборот

Вывод: результат будет ложным тогда и только тогда, когда из истинного основания (A) следует ложное следствие (B)

Вывод: результат будет истинным тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо ложны, либо истинны

Если составное высказывание (логическую функцию) выразить в виде формулы, в которую войдут логические переменные и знаки логических операций, то получится **логическое выражение**, значение которого можно вычислить. Значением логического выражения могут быть только ЛОЖЬ или ИСТИНА. При составлении логического выражения необходимо учитывать порядок выполнения логических операций, а именно:

- 1) действия в скобках;
- 2) инверсия, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквивалентность

Пример 4.

Записать в виде логического выражения следующее высказывание: «Летом Петя поедет в деревню и, если будет хорошая погода, то он пойдет на рыбалку».

Проанализируем составное высказывание. оно состоит из следующих простых высказываний: «Петя поедет в деревню», «Будет хорошая погода», «Он пойдет на рыбалку», обозначим их через логические переменные:

A = Петя поедет в деревню;

B = Будет хорошая погода;

C = Он пойдет на рыбалку.

Запишем высказывание в виде логического выражения, учитывая порядок действий. Если необходимо, расставим скобки: **$F = A \& (B \rightarrow C)$** .

Упражнение 2

Есть два простых высказывания:

А - «Число 10 – четное»;

В - «Волк травоядное животное».

Составьте из них все возможные составные высказывания и определите их истинность.

Ответ:

$A \& B$	$A \vee B$	$\neg A$	$\neg B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
ЛОЖЬ (0)	ИСТИНА (1)	ЛОЖЬ (0)	ИСТИНА (1)	ЛОЖЬ (0)	ЛОЖЬ (0)

Упражнение 3

Запишите следующие высказывания в виде логических выражений.

- Число 13 нечетное и двузначное.
- Неверно, что корова хищное животное.
- На уроке информатики ученики выполняли практическую работу и сообщали результаты учителю.
- Если число делится на 2, то оно четное.
- Если Маша сестра Саши, то Саша – брат Маши.
- Водительские права можно получать тогда и только тогда, когда тебе исполнится 18 лет.
- Компьютер выполняет вычисления, если он включен.

Упражнение 4

Даны высказывания: А - « r делится на 5» и В- « r - нечетное число». Найти множество значений r при которых результат

- а) логического сложения и
- б) логического умножения будет:
 - 1) истинным;
 - 2) ложным.

Ответ:

1. а) (15, 17, 20, ..), б) (15, 25, 35, 45,...).

2. а) (5, 10, 17, 6,..), б) (15, 20, 45,..)

Упражнение 5

Составьте и запишите истинные сложные высказывания из простых с использованием логических операций.

1. Неверно, что $10 > Y > 5$ и $Z < 0$.
2. A является $\max(A, B, C)$.
3. Все числа X, Y, Z равны 12.
4. Любое из чисел X, Y, Z отрицательно.

1	$(\neg (Y < 10) \& (Y > 5) \& (Z < 0))$
2	$(A > B) \& (A > C)$
3	$(X = 12) \& (Y = 12) \& (Z = 12).$
4	$(X < 0) \vee (Y < 0) \vee (Z < 0)$

Упражнение 6

Найдите значение
логических выражений:

1. $F=(0\vee 0)\vee(1\vee 1)$

2. $F=(1\vee 1)\vee(1\vee 0)$

3. $F=(0\& 0)\&(1\& 1)$

4. $F=\neg 1\&(1\vee 1)\vee(\neg 0\& 1)$

1. (ответ: 1)

2. (ответ: 1)

3. (ответ: 0)

4. (ответ: 1)



Домашнее задание

Выучить основные определения, знать обозначения.

Задача 1

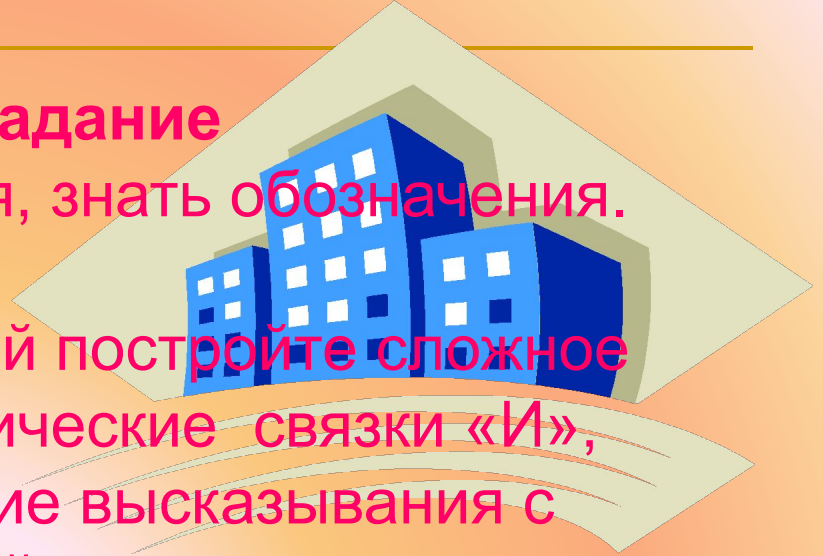
Из двух простых высказываний постройте сложное высказывание, используя логические связки «И», «ИЛИ». Запишите логические высказывания с помощью логических операций и определите их истинность.

Андрей старше Светы. Наташа старше Светы.

Один десятый класс идет на экскурсию в музей. Второй десятый класс идет в театр.

На полке стоят учебники. На полке стоят справочники.

Часть детей – девочки. Остальные – мальчики.



Задача 2

Для логических выражений сформулируйте составные высказывания на обычном языке:

$(Y > 1 \text{ и } Y < 3)$ или $(Y < 8 \text{ и } Y > 4)$

$(X = Y)$ и $(X = Z)$

Не $(X < 0)$ или $(X < B)$

$(X > A)$ или $(X > B)$

Приведите примеры составных высказываний из приведенных ниже школьных предметов и запишите их с помощью логических операций:

- 1) биология
- 2) география
- 3) алгебра
- 4) информатика
- 5) литература
- 6) геометрия
- 7) русский язык

