Урок алгебры в 8 классе

«Квадратные уравнения. Способы их решения»

Тема: **РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ**.

-Проверим знания определений, формул и формулировок правил, которые необходимо знать для успешного усвоения темы и умений решать квадратные уравнения.

-Вспомним все ранее изученные способы решения квадратных уравнений.

- Изучим новое свойство квадратных уравнений, которое позволит устно находить корни квадратного уравнения.

Три пути ведут к знанию:
Путь размышления – это путь
Самый благородный,
Путь подражания – это путь
Самый легкий
И путь опыта – это путь
Самый горький.

Конфуций

Уравнения записаны по какому-то определенному признаку. Как вы думаете, какое из уравнений этой группы лишнее?

$$1)2x^2 - x = 0;$$

$$2)x^2 - 16 = 0;$$

$$3)5x^2 - 8x + 3 = 0;$$

$$4)2x^2 = 0;$$

$$5)x^2 - 5x = 0,$$

По формуле корней полного квадратного уравнения

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Вычислите корни квадратного уравнения

$$5x^2 - 8x + 3 = 0; \qquad a = 5, b = -8, c = 3;$$

$$D = 64 - 4 \cdot 5 \cdot 3 = 4,$$

$$x_1 = \frac{8+2}{10} = 1, \qquad x_2 = \frac{8-2}{10} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

$$Ответ: x = 1, x = \frac{3}{5}.$$

По формуле

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Вычислите корни квадратного уравнения

$$7x^2-9x+2=0;\qquad a=7, b=-9, c=2;$$

$$D=81-4\cdot7\cdot2=25,$$

$$x_1=\frac{9+5}{14}=1,\qquad x_2=\frac{9-5}{14}=\frac{2}{7}.$$

$$Ответ: x=1, x=\frac{2}{7}.$$

Уравнения записаны по какому-то определенному признаку. Как вы думаете, какое из уравнений этой группы лишнее?

$$1)x^2-5x+1=0;$$

$$2)9x^2-6x+10=0;$$

$$3)x^2+2x-2=0;$$

$$4)x^2-3x-1=0;$$

$$5)x^2-5x+17=0,$$

По формуле корней приведенного квадратного уравнения

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

p со знаком взяв обратным,
На два мы его разделим.
И от корня аккуратно
Знаком минус, плюс отделим.

А под корнем, очень кстати,
Половина p в квадрате,
минус q – и вот решенья
небольшого уравнения.

Методом выделения полного квадрата

$$x^2 + px + q = 0$$

Вычислите корни квадратного уравнения методом выделения полного квадрата

$$x^2 + 6x - 7 = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 = 9 + 7$$

$$(x + 3)^2 = 16,$$

$$x + 3 = 4, \qquad x + 3 = -4,$$

$$x = 1, \qquad x = -7,$$

$$Ответ: x = -7, x = 1.$$

Вычислите корни квадратного уравнения методом выделения полного квадрата

$$x^2 - 4x - 5 = 0,$$

$$x^2 - 4x + 4 = 4 + 5,$$

$$(x - 2)^2 = 9,$$

$$x - 2 = 3, \qquad x - 2 = -3,$$

$$x = 5, \qquad x = -1,$$

$$Ответ: x = -1, x = 5.$$

Вычислите корни квадратного уравнения методом выделения полного квадрата

$$x^2 + 2x - 3 = 0,$$

$$x^2 + 2x + 1 = 1 + 3,$$

$$(x+1)^2 = 4,$$

$$x + 1 = 2, \qquad x + 1 = -2,$$

$$x = 1, \qquad x = -3,$$

$$Ответ: x = 1, x = -3.$$

Вычислите корни квадратного уравнения методом выделения полного квадрата

$$x^2+2x-3=0,$$

$$x^2+2x+1=1+3,$$

$$(x+1)^2=4,$$

$$x+1=2, \qquad x+1=-2,$$

$$x=1, \qquad x=-3,$$

$$Ответ: x=1, x=-3.$$

По теореме, обратной теореме Виета.

Если числа p, q, x_1, x_2 ***таковы, что***

$$x_1 + x_2 = -p, \qquad x_1 \cdot x_2 = q,$$

то x_1 ***и*** x_2 ***- корни уравнения*** $x^2 + px + q = 0.$

По теореме, обратной теореме Виета.

$$ax^2+bx+c=0 \,\big|\, : a \qquad x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0.$$

$$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}, \qquad x_1+x_2=-\frac{b}{a}.$$

По праву в стихах быть воспета
О свойствах корней теорема Виета.

Что лучше, скажи, постоянства такого:
Умножишь ты корни – дробь уж готова:
В числителе с, в знаменетеле а,

А сумма корней тоже дроби равна.
Хоть с минусом дробь эта, что за беда –
В числителе в, в знаменателе а.

Решите приведенные квадратные уравнения по теореме, обратной теореме Виета

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -1 \qquad\qquad x_1 = 1,$$

$$x_1 \cdot x_2 = -2 \qquad\qquad x_2 = -2.$$

$$Ответ: x = 1, x = -2.$$

Решите приведенные квадратные уравнения по теореме, обратной теореме Виета

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 3 \qquad x_1 = 1,$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2 \qquad x_2 = 2.$$

$$Ответ: x = 1, x = 2.$$

Решите приведенные квадратные уравнения по теореме, обратной теореме Виета

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 3 \qquad x_1 = 1,$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2 \qquad x_2 = 2.$$

$$Ответ: x = 1, x = 2.$$

Дано уравнение: $x^2 - 6x + 5 = 0$

Не решая уравнения, найти:

1) сумму корней $x_1 + x_2 = 6$

2) произведение корней $x_1 \cdot x_2 = 5$

3) квадрат суммы корней $(x_1 + x_2)^2 = 36$

4) удвоенное произведение корней $2x_1 \cdot x_2 = 10$

5) сумму чисел обратных корням

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

.

При решении некоторых квадратных уравнений, оказывается, немаловажную роль играет сумма коэффициентов

$x^2 + x - 2 = 0,$ *сумма коэффициентов*

$Ответ: x = 1, x = -2.$

$x^2 + 2x - 3 = 0,$ *сумма коэффициентов*

$Ответ: x = 1, x = -3.$

$x^2 - 3x + 2 = 0,$ *сумма коэффициентов*

$Ответ: x = 1, x = 2.$

$5x^2 - 8x + 3 = 0,$ *сумма коэффициентов*

$$Ответ: x = 1, x = \frac{3}{5}.$$

Запись этого свойства для решения квадратного уравнения имеет вид:

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

сумма коэффициентов $a + b + c = 0,$

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}.$$

Для решения приведенного квадратного уравнения имеет вид:

$$x^2 + bx + c = 0,$$

$$a + b + c = 0,$$

$$x_1 = 1, x_2 = c.$$

Запись этого свойства для решения квадратного уравнения имеет вид:

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

сумма коэффициентов $a - b + c = 0,$

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}.$$

Для решения приведенного квадратного уравнения имеет вид:

$$x^2 + bx + c = 0,$$

$$a - b + c = 0,$$

$$x_1 = -1, x_2 = -c.$$

Это свойство применяют для устного решения квадратных уравнений.

Воспользуйтесь этим свойством и решите уравнения.

ВАРИАНТ I	ВАРИАНТ II
$а)x^2 + 23x - 24 = 0,$	$а)x^2 + 15x - 16 = 0,$
$б)2x^2 + x - 3 = 0,$	$б)5x^2 + x - 6 = 0,$
$в) - 5x^2 + 4{,}4x + 0{,}6 = 0,$	$в) - 2x^2 + 1{,}7x + 0{,}3 = 0,$
$г)\frac{1}{3}x^2 + 2\frac{2}{3}x - 3 = 0,$	$г)\frac{1}{4}x^2 + 3\frac{3}{4}x - 4 = 0,$

ВАРИАНТ I

$$а)x^2+23x-24=0,$$
$$1+23-24=0,$$
$$Ответ: x=1, x=-24.$$
$$б)2x^2+x-3=0,$$
$$2+1-3=0,$$
$$Ответ: x=1, x=-1{,}5.$$
$$в)-5x^2+4{,}4x+0{,}6=0,$$
$$-5+4{,}4+0{,}6=0,$$
$$Ответ: x=1, x=-0{,}12.$$
$$г)\frac{1}{3}x^2+2\frac{2}{3}x-3=0,$$
$$\frac{1}{3}+2\frac{2}{3}-3=0,$$
$$Ответ: x=1, x=-9.$$

ВАРИАНТ II

$$а)x^2+15x-16=0,$$
$$1+15-16=0,$$
$$Ответ: x=1, x=-16.$$
$$б)5x^2+x-6=0,$$
$$5+1-6=0,$$
$$Ответ: x=1, x=-1{,}2.$$
$$в)-2x^2+1{,}7x+0{,}3=0,$$
$$-2+1{,}7+0{,}3=0,$$
$$Ответ: x=1, x=-0{,}15.$$
$$г)\frac{1}{4}x^2+3\frac{3}{4}x-4=0,$$
$$\frac{1}{4}+3\frac{3}{4}-4=0,$$
$$Ответ: x=1, x=-16.$$

Домашнее задание

$$x^2 - x - 2 = 0,$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0,$$

$$5x^2 + 8x + 3 = 0,$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0,$$

Найдите еще свойство коэффициентов квадратного уравнения, позволяющее устно найти его корни.

Спасибо за урок!

Сведения из истории

III до н.э. Древнегреческий ученый Евклид

– решение квадратных уравнений графически

XIII век Европа, Леонардо Пизанский

– формулы нахождения корней квадратного уравнения

XVI век Французский математик Франсуа Виет

– вывод формулы корней квадратного уравнения в общем виде

XVI век Германия, Штифель (священник и математик)

– систематическое употребление термина «корень уравнения»

XIX век Ирландский, ученый – математик Гамильтон

- ввел термин дискриминант