



Квадратные уравнения

цикл уроков алгебры в 8 классе
по учебнику А.Г. Мордковича

Цели: ввести понятия квадратного уравнения, корня квадратного уравнения; показать решения квадратных уравнений; формировать умение решать квадратные уравнения; показать способ решения полных квадратных уравнений с использованием формулы корней квадратного уравнения.



Содержание

1. Основные понятия.

2. Полное и неполное квадратные уравнения.

3. Корень квадратного уравнения.

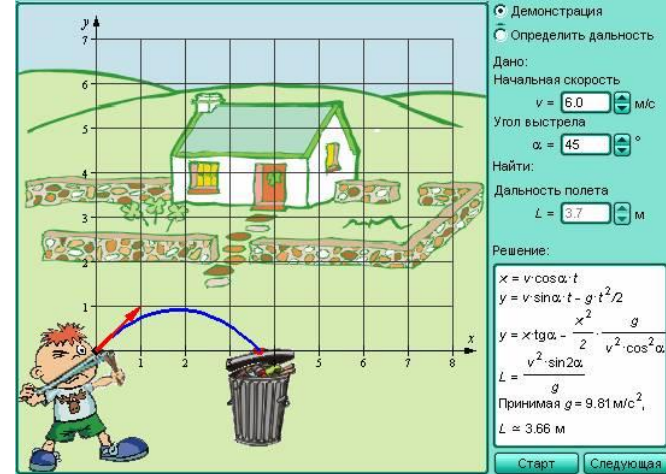
4. Формулы корней квадратного уравнения

5. Алгоритм решения квадратного уравнения

6. Закрепление

7. Немного истории

8. Самостоятельная работа



Демонстрация
Определить дальность

Дано:
Начальная скорость
 $v = 6.0$ м/с
Угол выстрела
 $\alpha = 45$ °

Найти:
Дальность полета
 $L = 3.7$ м

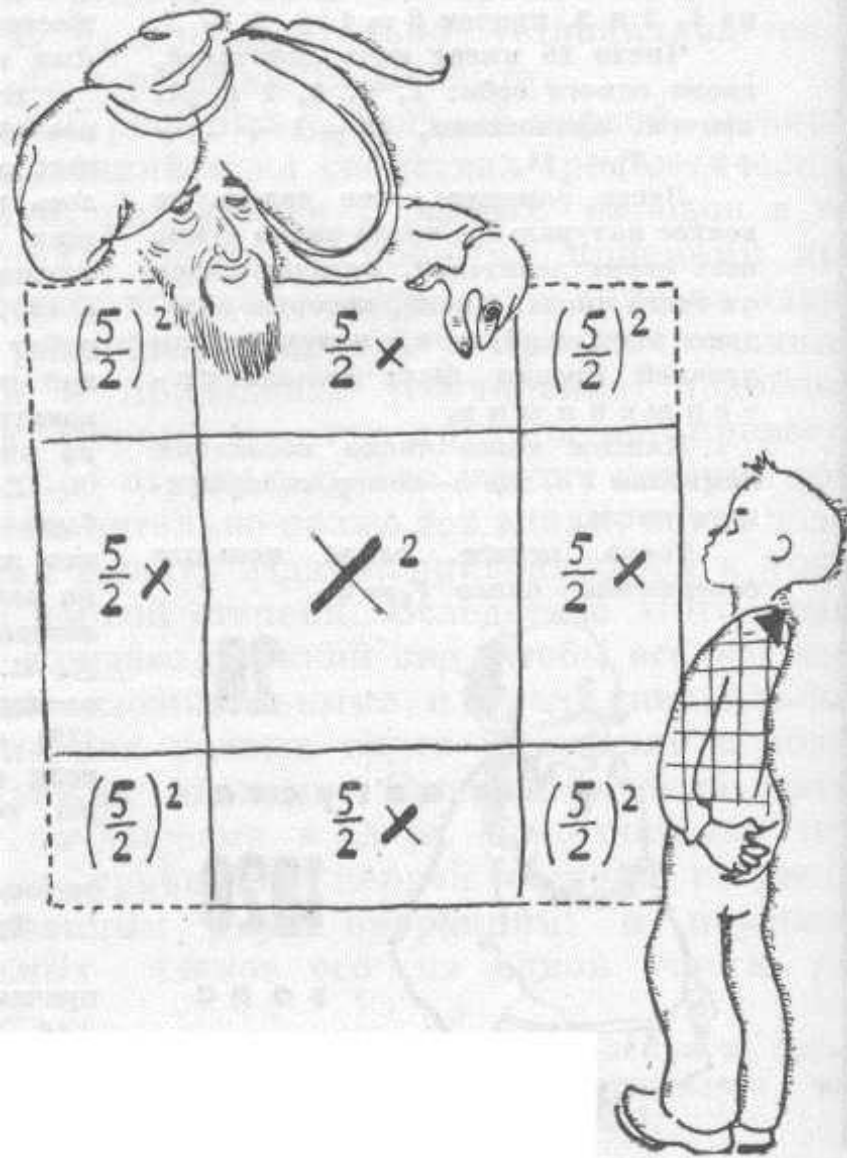
Решение:
 $x = v \cos \alpha \cdot t$
 $y = v \sin \alpha \cdot t - g \cdot t^2 / 2$
 $y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{x^2}{2} \cdot \frac{g}{v^2 \cos^2 \alpha}$
 $L = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}$
Принимаем $g = 9.81 \text{ м/с}^2$,
 $L \approx 3.66 \text{ м}$

Старт Следующая



Немного из истории

Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне.



Необходимость решать уравнения не только первой, но и второй степени ещё в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики. Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет до нашей эры вавилоняне. Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются, кроме неполных, и такие, например, полные квадратные уравнения.

Правило решения этих уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает с современным, однако неизвестно, каким образом дошли вавилоняне до этого правила.

Почти все найденные до сих пор клинописные тексты приводя только задачи с решениями, изложенными в виде рецептов, без указаний относительно того, каким образом они были найдены. Несмотря на высокий уровень развития алгебры в Вавилонии, в клинописных текстах отсутствуют понятие отрицательного числа и общие методы решения квадратных уравнений.



Определение 1. **Квадратным уравнением** называют уравнение вида

$$ax^2 + bx + c = 0$$

где коэффициенты a , b , c – любые действительные числа, причем $a \neq 0$



Многочлен $ax^2 + bx + c$ называют **квадратным трехчленом**.

a – первый, или старший коэффициент

b – второй коэффициент

c – свободный член

Определение 2. Квадратное уравнение называют **приведенным**, если его старший коэффициент равен 1; квадратное уравнение называют **неприведенным**, если старший коэффициент отличен от 1.

Пример.

$$2x^2 - 5x + 3 = 0 -$$

неприведенное квадратное уравнение

$$x^2 + 3x - 4 = 0 - \text{приведенное квадратное уравнение}$$



Определение 3. Полное квадратное уравнение – это квадратное уравнение, в котором присутствуют все три слагаемых.

$$a x^2 + b x + c = 0$$

Неполное квадратное уравнение – это уравнение, в котором присутствуют не все три слагаемых; это уравнение, у которого хотя бы один из коэффициентов **b**, **c** равен нулю.

$$ax^2 + bx = 0$$

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 = 0$$

Способы решения неполных квадратных уравнений.

$$x^2 - 1 = 0;$$

$$x^2 = 1;$$

$$x_{1,2} = \pm 1.$$

$$x^2 - x = 0;$$

$$x(x - 1) = 0;$$

$$x_1 = 0, x_2 = 1.$$

Решить задания № 24.16 (а,б)

Решите уравнение:

$$x^2 + 5x = 0;$$

$$x(x + 5) = 0;$$

$$x_1 = 0 \quad \text{или} \quad x_2 + 5 = 0$$

$$x_2 = -5$$

Ответ. $x_1 = 0, x_2 = -5.$

$$2x^2 - 9x = 0$$

$$x(2x - 9) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \text{или} \quad 2x_2 - 9 = 0$$

$$2x_2 = 9$$

$$x_2 = 4,5$$

Ответ. $x_1 = 0, x_2 = 4,5$



Определение 4 Корнем квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Называют всякое значение переменной x , при котором квадратный трёхчлен

$$ax^2 + bx + c$$

Обращается в нуль; такое значение переменной x называют также **корнем квадратного трёхчлена**

Решить квадратное уравнение – значит найти все его корни или установить, что корней нет.



Формулы корней квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$b^2 - 4ac = D$$

- дискриминант квадратного уравнения

$$D < 0$$

Уравнение не имеет корней

$$D > 0$$

Уравнение имеет два корня

$$D = 0$$

Уравнение имеет один корень

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$D > 0$$

квадратное уравнение имеет два корня, которые находятся по формулам

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Пример. Решить уравнение $3x^2 + 8x - 11 = 0$

Решение. $a = 3, b = 8, c = -11,$

$$D = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-11) = 64 + 132 = 196.$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-8 + \sqrt{196}}{2 \cdot 3} = \frac{-8 + 14}{6} = 1;$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-8 - \sqrt{196}}{2 \cdot 3} = \frac{-8 - 14}{6} = -\frac{11}{3} = -3\frac{2}{3}.$$

Ответ: $1; -3\frac{2}{3}$



Алгоритм решения квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

1. Вычислить дискриминант D по формуле $D = b^2 - 4ac$

2. Если $D < 0$, то квадратное уравнение не имеет корней.

3. Если $D = 0$, то квадратное уравнение имеет один корень:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

4. Если $D > 0$, то квадратное уравнение имеет два корня:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$



Выбрать квадратные уравнения и определить значения их коэффициентов.

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$a = 2, b = 3, c = -5$$

$$3x^3 + 2x^2 + x = 0$$

$$x + 3 = 0$$

$$\frac{x^2}{2} - 3x + 4 = 0$$

$$a = \frac{1}{2}, b = -3, c = 4$$

$$-x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$a = -1, b = 4, c = 1$$

$$5x - 3x^2 + 2 = 0$$

$$a = -3, b = 5, c = 2$$

$$3 - 5x^2 - x = 0$$

$$a = -5, b = -1, c = 3$$

$$7x - 2 - x^2 = 0$$

$$a = -1, b = 7, c = -2$$

Указать приведенные квадратные уравнения

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$-x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$5x - 3x^2 + 2 = 0$$

$$3 - 5x^2 - x = 0$$

$$\frac{x^2}{2} - 3x + 4 = 0$$

$$7x - 2 - x^2 = 0$$

Решить задания №25.5 (а, б):

Решить уравнения:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$a = 1, b = -5, c = 6$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$$

$$D > 0,$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 - 1}{2} = 2$$

Ответ. $x_1 = 3, x_2 = 2$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$a = 1, b = -2, c = -15$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 4 + 60 = 64$$

$$D > 0$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 + \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 - 8}{2} = -3$$

Ответ. $x_1 = 5, x_2 = -3.$

Самостоятельная работа

Вариант1

1) $9x + 8x^2 = -1$

? 2) $3 + 3x^2 = 4x$

3) $25 - 10x + x^2 = 0$

4) $4x - 4x^2 = 1$

5) $3x^2 - 4 = 0$

6) $9x^2 + 8 = 18x$

7) $2x = -x^2 - 1$

Вариант2

1) $2 - 9x^2 = 0$

2) $-15 - 2x^2 = -11x$

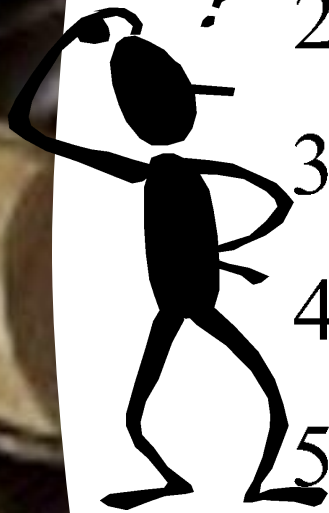
3) $-0,36 - x^2 = 0$

4) $16x + 64 = -x^2$

5) $13x + 3x^2 = -14$

6) $7x^2 - 3x = 0$

7) $5 = 2x - x^2$



Проверь себя

Вариант 1

1) $-1u - \frac{1}{8}$

2) нет _ корней

3) 5

4) 0,5

5) $\pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$

6) $1\frac{1}{3}u \frac{1}{3}$

7) -1

Вариант 2

1) $\pm \frac{\sqrt{2}}{3}$

2) $3u2,5$

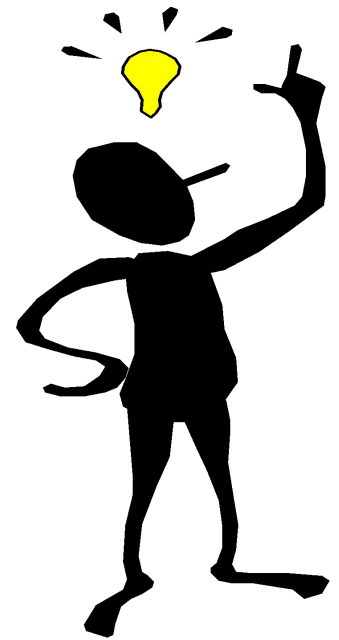
3) нет _ корней

4) -8

5) $-2u - 2\frac{1}{3}$

6) $0u \frac{3}{7}$

7) нет _ корней



$$x^2 - 7x - 8 = 0$$

$$x^2 + 2x + 6 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x^2 - x + 2 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

Один
корень

Два
корня

Не имеет
корней



Проверка

спасибо за урок



перед

Использованная литература

А.Г. Мордкович Алгебра, 8 класс – Москва,
«МНЕМОЗИНА», 2009 год

Ткачева М.В. Домашняя математика, 8 класс-
Москва, «Просвещение», 1996 год

Энциклопедический словарь юного математика
–Москва, «Педагогика», 1985 год

Алгебра поурочные планы по учебнику А.Г.
Мордковича. Волгоград издательство
«Учитель» 2004г