Восхождение на вершину «Интеграл».

Преподаватель математики Карачарова Е.Н.

- Всякое учение истинно в том, что оно утверждает, и ложно в том, что оно отрицает или исключает.

Фрид Вильгельм Лейбниц

Разминка перед восхождением.

Найти первообразную для каждой функции.

$f(x)$	k	x^n	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$\sin x$	$\cos x$
$F(x)$	kx	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$	$2\sqrt{x}$	$-\cos x$	$\sin x$

$f(x)$	x	e^x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x^2}$
$F(x)$	$\frac{x^2}{2}$	e^x	$\ln\lvert x\rvert$	$-\frac{1}{x}$

Проверка снаряжения

$1)\ f(x) = x^4$

$2)\ f(x) = x^5 + x^7$

$3)\ f(x) = 3x^2 + x$

$4)\ f(x) = x + 5x^3 + 5$

$6)\ f(x) = 4 + \sin x$

$7)\ f(x) = 2\cos x + 4 - x^9$

$8)\ f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + x - 2$

$9)\ f(x) = 3\sin x + \frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{3}{4}x$

$10) 5\cos x - x^3 + 6x + 5$

1) $F(x) = 4x^3 + c$

2) $F(x) = 5x^4 + 7x^6 + c$

3) $F(x) = 6x + 1 + c$

4) $F(x) = 1 + 15x^2 + c$

6) $F(x) = -\cos x + c$

7) $F(x) = 2\sin x - 9x^8 + c$

8) $F(x) = 2\sqrt{x} + 1 + c$

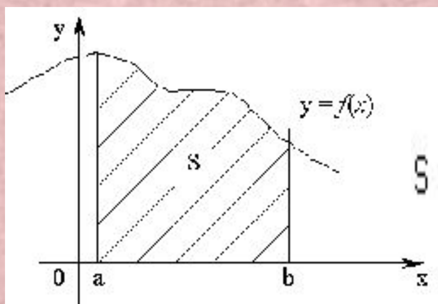
9. $F(x) = -3\cos x + 6\sqrt{x} + \frac{3}{4}x^2 + c$

10) $F(x) = 5\sin x - 3x^2 + 6 + c$

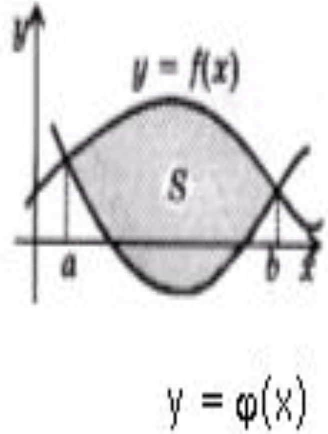
АЛГОРИТМ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

1. Построить графики данных линий. Определить искомую фигуру.
2. Найти пределы интегрирования.
3. Записать площадь искомой фигуры с помощью определенного интеграла.
4. Вычислить полученный

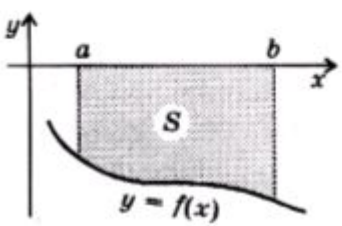
ОСНОВНЫЕ СЛУЧАИ РАСПОЛОЖЕНИЯ ПЛОСКОЙ ФИГУРЫ И СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ФОРМУЛЫ ПЛОЩАДЕЙ



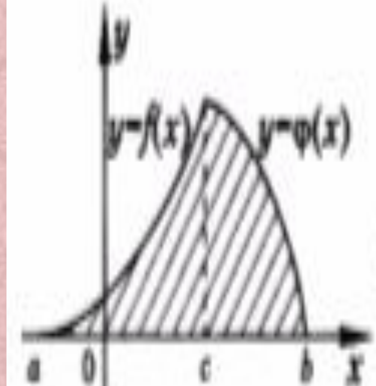
$$S = \int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(a) - F(b)$$



$$S = \int_a^b (f(x) - (x))dx$$



$$S = -\int_a^b f(x)dx$$



$$S = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b \varphi(x)dx.$$

Начало пути "связки А" и "связки В".

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями.

I вариант

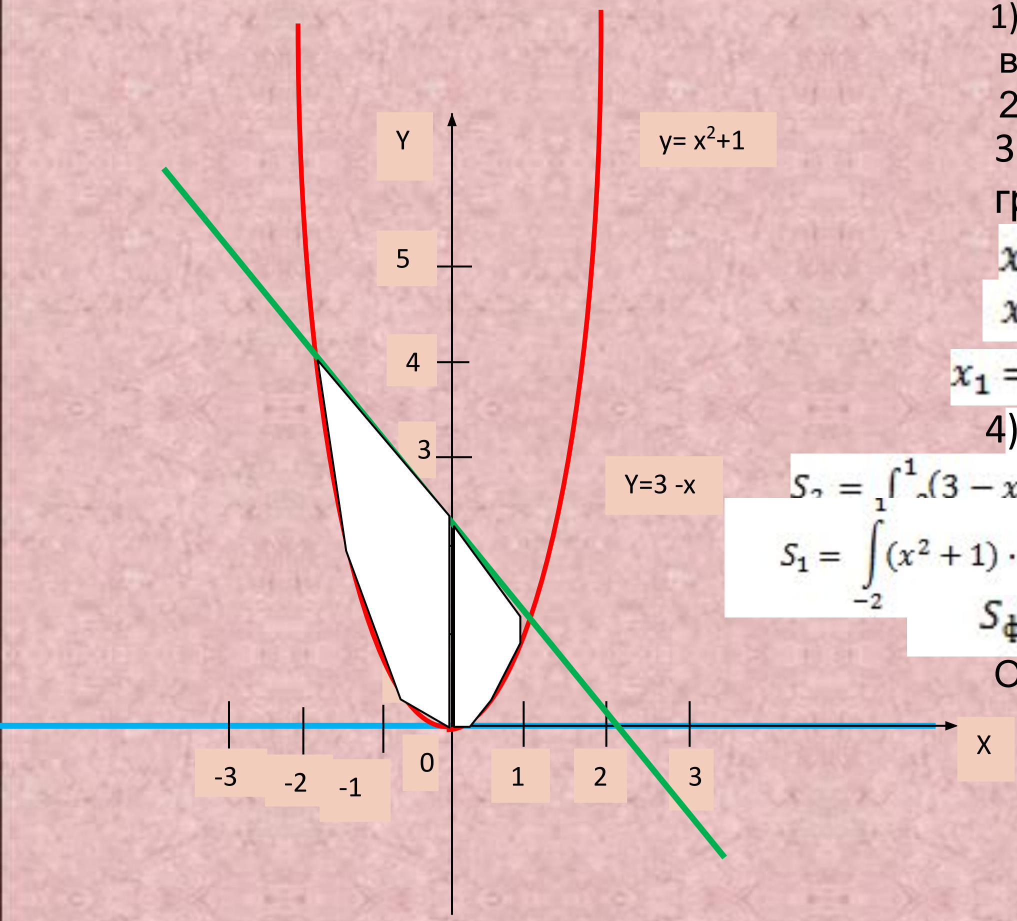
$y=x^2+1$, $y=3-x$

II вариант

$У = (x+1)^2$, $y=1-x$

Ось ox

1 Вариант:



1) y= $x^2 + 1$ - парабола
вершина (0;1)
2) y = 3 – x - прямая
3) точки пересечения графиков функций

$$x^2 + 1 = 3 - x$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$x_1 = -2$ $x_2 = 1$

4) $S_ф = S_2 - S_1$

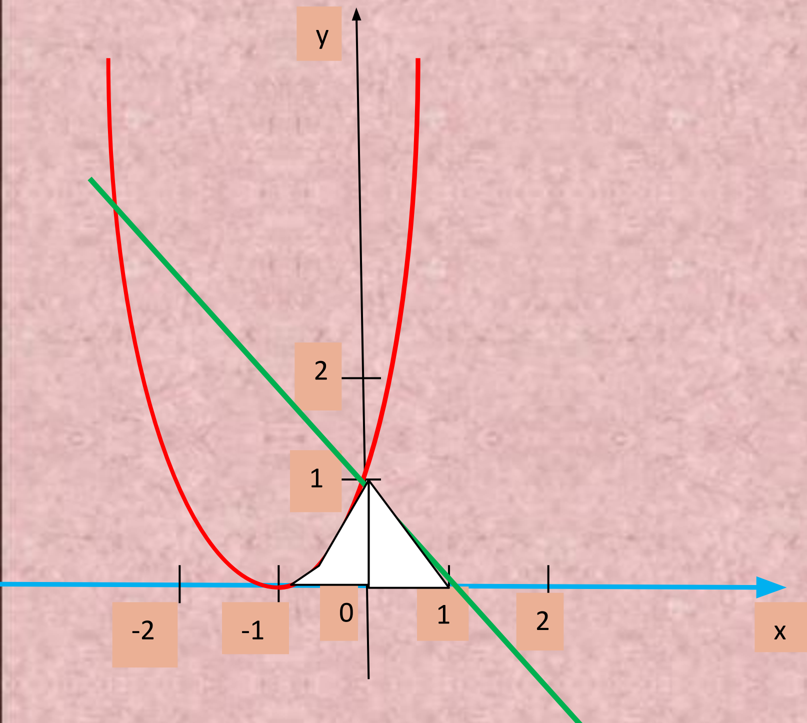
$$S_2 = \int_{-2}^{1}(3-x)\cdot dx = \left(3x - \frac{x^2}{2}\right)|_{-2}^{1} = \left(3 - \frac{1}{2}\right) - (-6-2) = 2.5 + 8 = 10.5$$

$$S_1 = \int_{-2}^{1}(x^2+1)\cdot dx = \left(\frac{x^3}{3} + x\right)|_{-2}^{1} = \left(\frac{1}{3} + 1\right) - \left(-\frac{-8}{3} - 2\right) = \frac{1}{3} + 1 + 2\frac{2}{3} + 2 = 6$$

$$S_ф = 10.5 - 6 = 4.5$$

Ответ: 4,5 кв.ед.

2 Вариант:



-

y = $(x+1)^2$ парабола

y = 1 – x - прямая

Ось ох

точки пересчения графиков функций

$$(x+1)^2 = 1 - x$$

$$x^2 + 2x + 1 - 1 + x = 0$$

$$x^2 + 3x = 0$$

x (x + 3) = 0

x = 0 x = -3

$$S_ф = S_1 + S_2$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

$$S_2 = \int_{-1}^{0} (x+1)^2 \cdot dx = (\frac{x+1}{3})^3 \,|_{-1}^{0} = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

$$S_ф = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

Ответ: $\frac{5}{6}$ кв.ед.

Штурм горы.

$$\int_1^4 \sqrt{x} \cdot \left(3 - \frac{7}{x}\right) dx =$$

$$\int_0^1 \frac{4}{3x + 2} dx =$$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) dx =$$

Решение примеров.

$$\int_1^4 \sqrt{x}\cdot\left(3-\frac{7}{x}\right)dx = \int_1^4 (3\sqrt{x}-\frac{7}{x})dx = \left(\frac{3x^{1\frac{1}{2}}}{\frac{3}{2}} - 7ln|x|\right)\Big|_1^4 = \left(2x\sqrt{x}-7ln|x|\right)\Big|_1^4$$

$$= 2*4*\sqrt{4}-7ln4-(2-7ln1) = 16-7ln4-2 = 14-7ln4 = 7(2-ln4)$$

$$\int_0^1 \frac{4}{3x+2}dx = 4\cdot\frac{1}{3}\cdot ln|3x+2|\,\Big|_0^1 = \frac{4}{3}(\ln 5-\ln 2) = \frac{4}{3}\ln\frac{5}{2}$$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)dx = \frac{1}{3}\sin(3x-\frac{\pi}{4})\,\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} = \frac{1}{3}\left[\sin(3\pi-\frac{\pi}{4}\right)-\sin(\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{4})] = \frac{1}{3}\left[\sin\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)-\sin\frac{\pi}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{3}[\sin\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{2}] = \frac{1}{3}[\frac{\sqrt{2}}{2}-1]$$

Привал.

ПРЯМАЯ
ЕДИНИЦА
КОНТРОЛЬНАЯ
ДВЕНАДЦАТЬ
КОРЕНЬ
ПЛОЩАДЬ
Б
ИНТЕГРАЛ
А
ЗАЧЕТ
ЛЕЙБНИЦ
СТАДИЯ
ФУНКЦИЯ

Немного истории

- **«Интеграл»** - *латинское* слово integro – *“восстанавливать”* или integer – *“целый”.*
- *Одно из основных понятий математического анализа, возникшее в связи потребностью измерять площади, объемы, отыскивать функции по их производным.*
- *Впервые это слово употребил в печати швецкий ученый Я. Бернулли*

Немного истории

Знак $\int$ - стилизованная буква S от латинского слова summa – “сумма”. Впервые появился у Г. В. Лейбница в 1686 году.

Применение интеграла

- Площадь фигуры
- Объем тела вращения
- Работа электрического заряда
- Работа переменной силы
- Центр масс
- Формула энергии заряженного конденсатора

СПАСИБО
ЗА ВНИМАНИЕ!