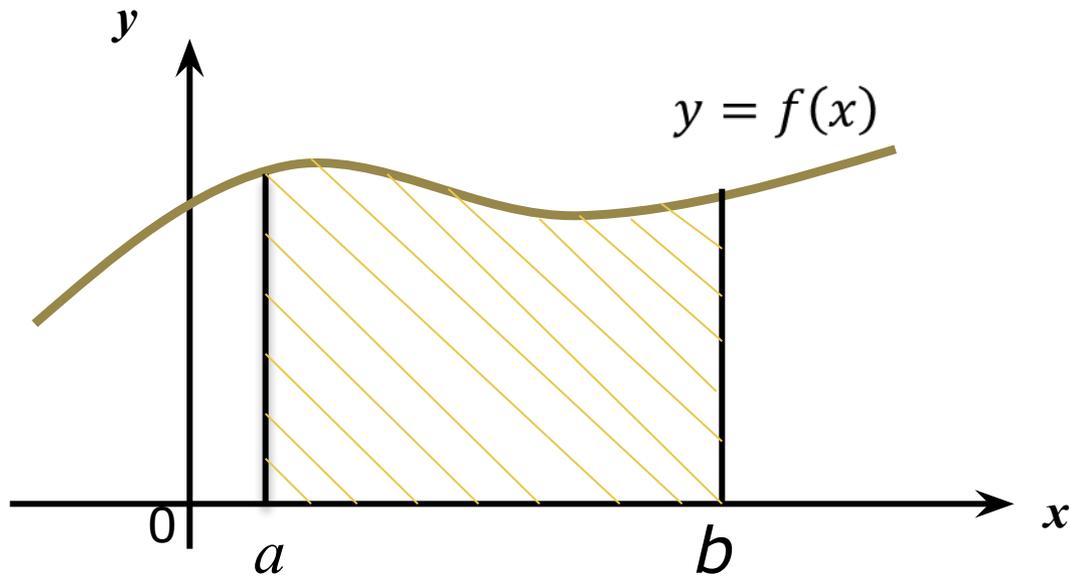
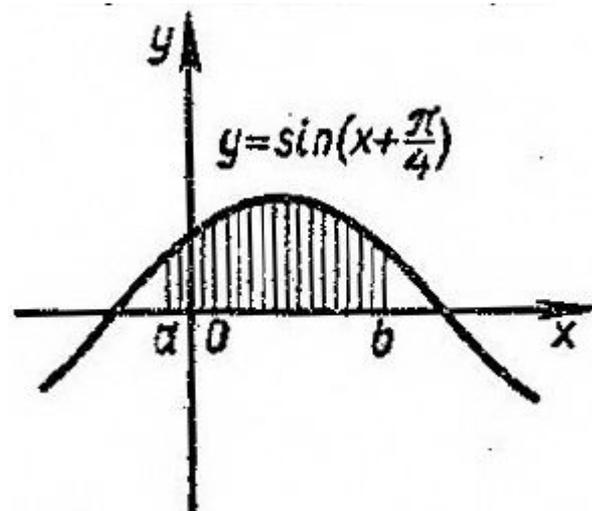
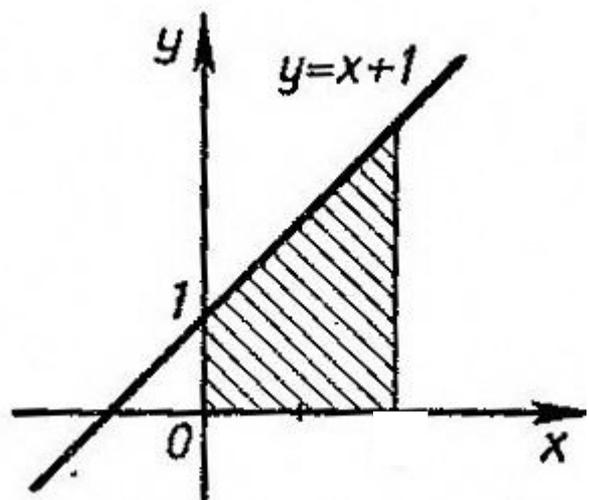
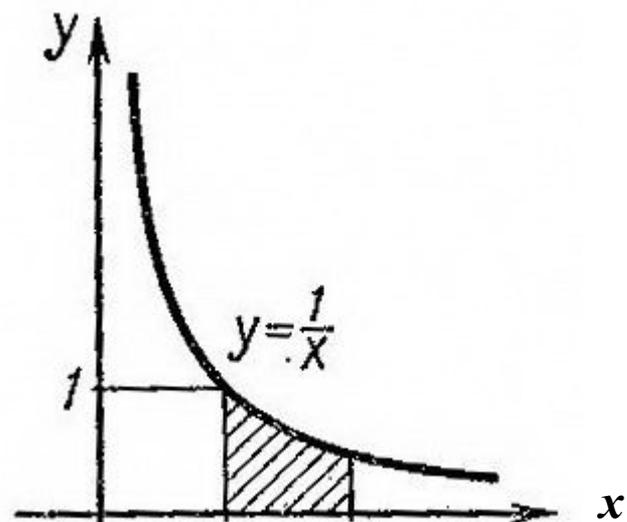
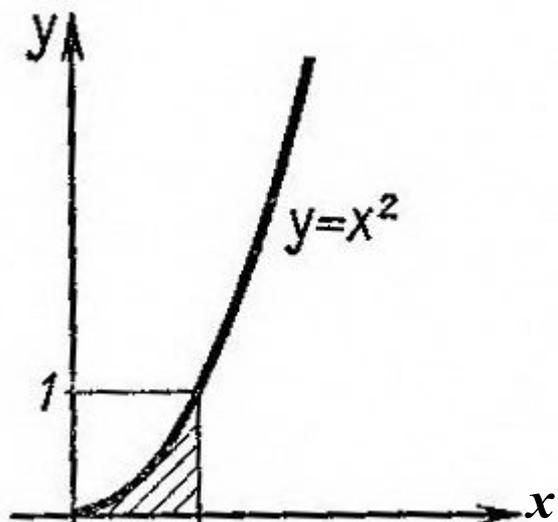


Криволинейная трапеция

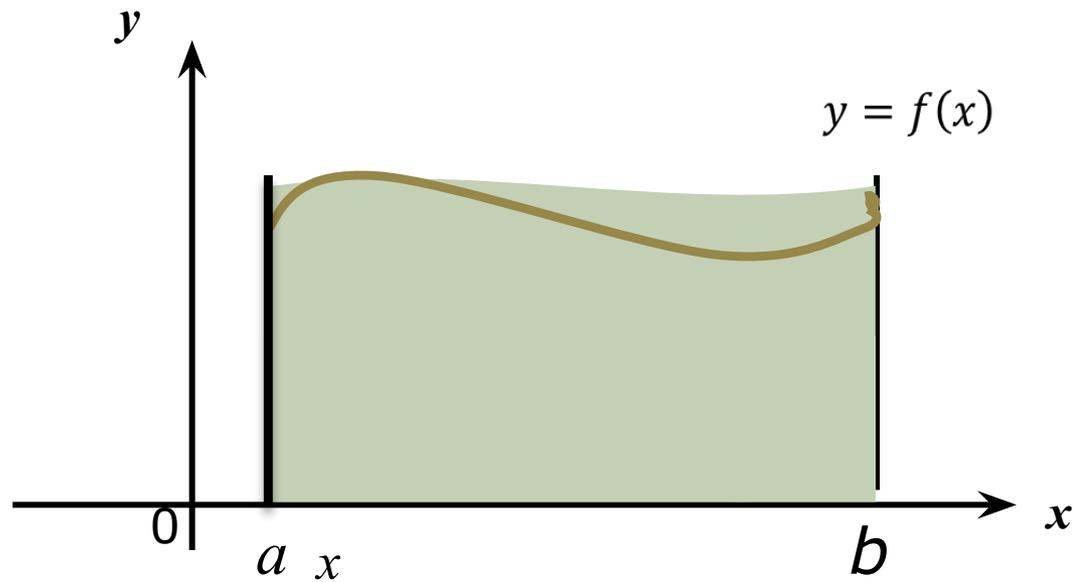


Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком функции $y = f(x)$, прямыми $x = a$ и $x = b$ и осью абсцисс

Различные виды криволинейных трапеций



Площадь криволинейной трапеции



$$S_{\text{к.т.}} = F(b) - F(a)$$

задание 1

Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной :
графиком функции $f(x) = x^2$ и прямыми $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$.

Алгоритм решения:

1. Начертим все линии. Заштрихуем образованную ими криволинейную трапецию. Сделаем запись:

Фигура является криволинейной трапецией

2. Найдём одну из первообразных функции $f(x) = x^2$:

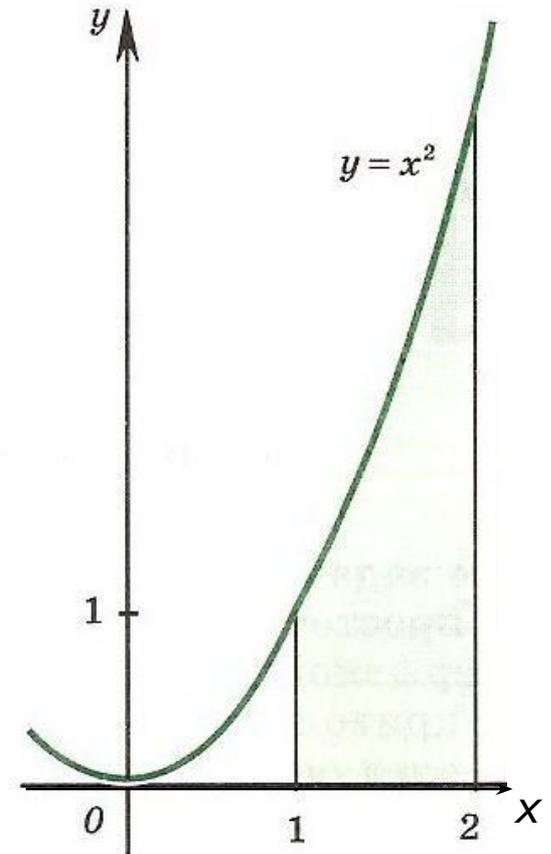
$$F(x) = \frac{x^3}{3}$$

3. По чертежу определим значения a и b

$$a = 1 \quad b = 2$$

4. Подставим полученные значения в формулу для нахождения площади криволинейной трапеции и вычислим

$$S_{\text{к.т.}} = F(2) - F(1) = \frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{7}{3} \quad (\text{кв.ед.})$$



Интеграл. Формула Ньютона-Лейбница

Суммы вида

$$y = f(x)$$

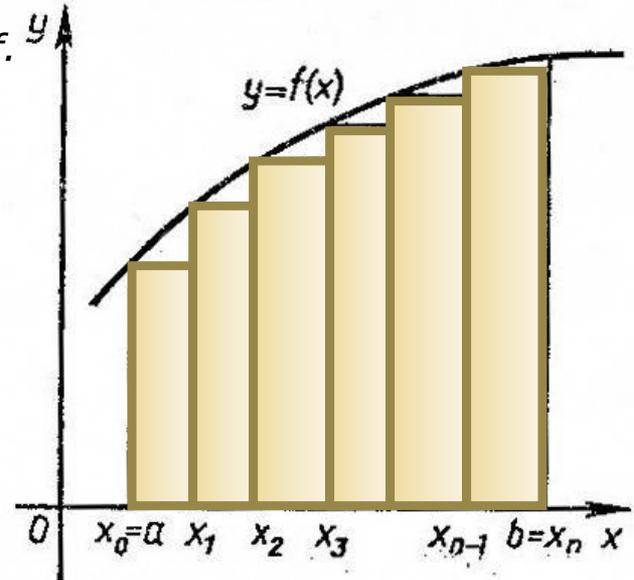
называются интегральными суммами для функции f .

Площадь криволинейной трапеции равна пределу интегральных сумм, $S_{к.т.} = \lim S_n$ или интегралу

Интегралом функции $f(x)$ от a до b называется предел интегральных сумм

$$\int_a^b f(x) dx = \lim S_n$$

$$S_{к.т.} = \int_a^b f(x) dx \quad S_{к.т.} = F(b) - F(a)$$



$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Формула Ньютона-Лейбница

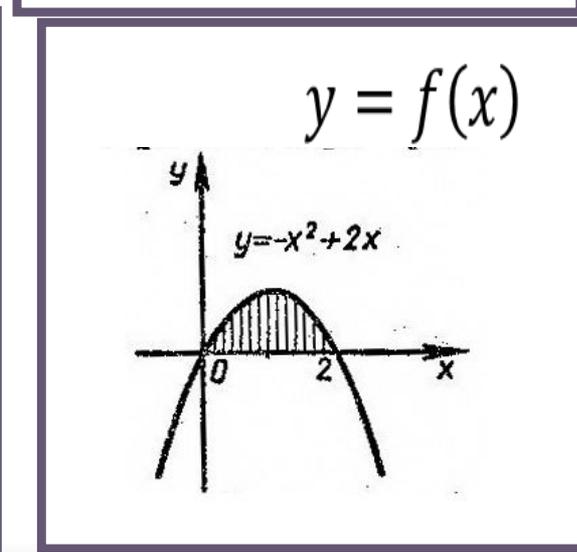
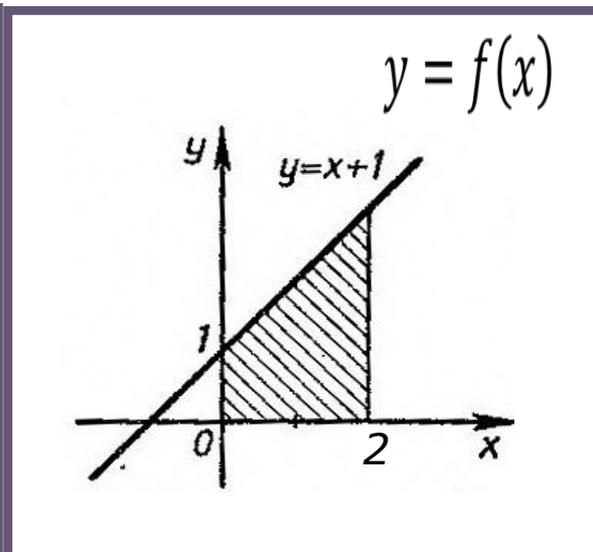
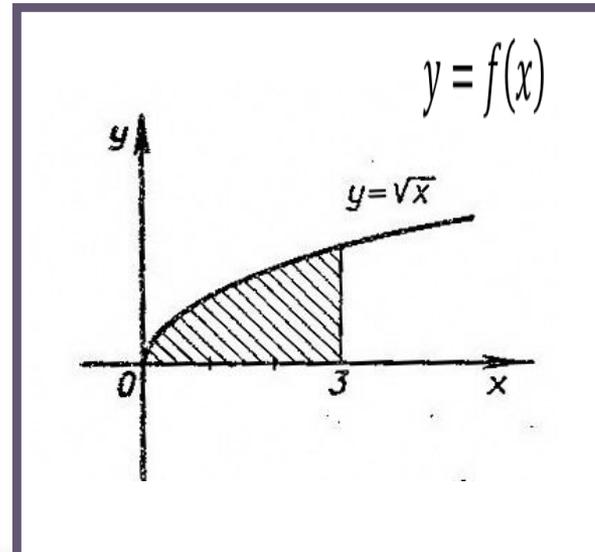
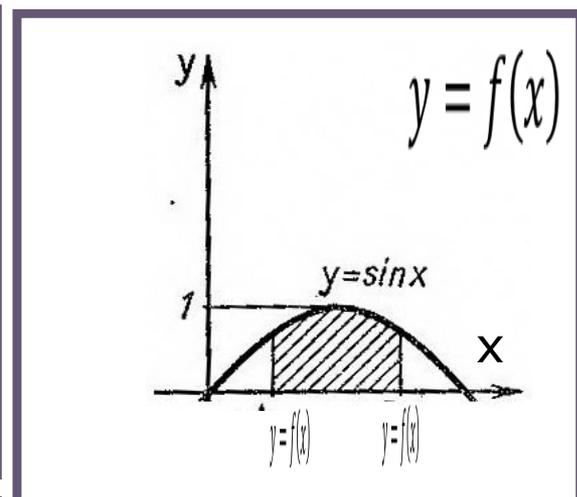
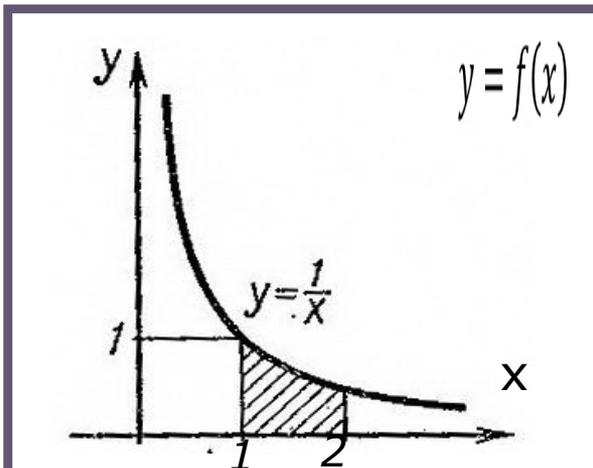
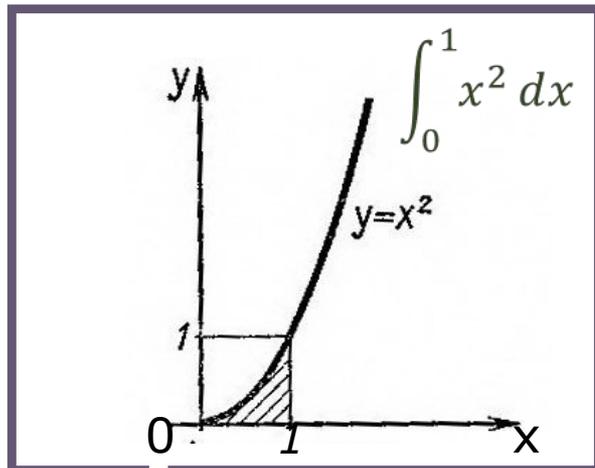
$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Задание 2: Вычислить интеграл:

$$\int_2^3 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_2^3 = \frac{3^4}{4} - \frac{2^4}{4} = \frac{81-16}{4} = \frac{65}{4}$$

Задание 3

Составить интеграл для нахождения площади заштрихованной фигуры



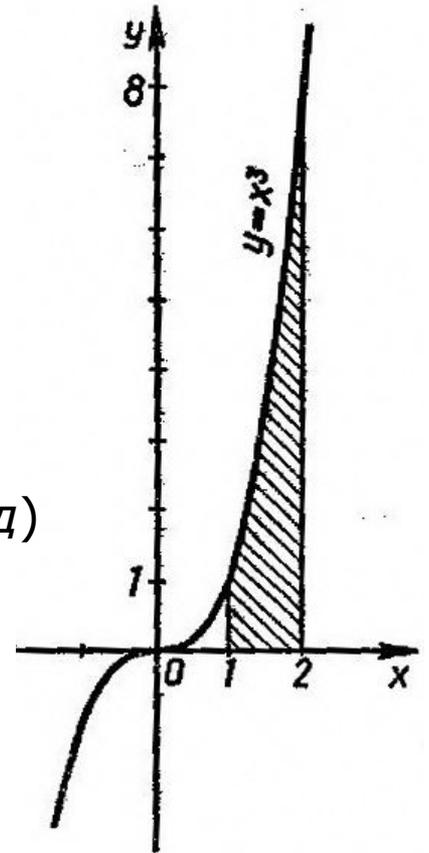
Задание 4

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

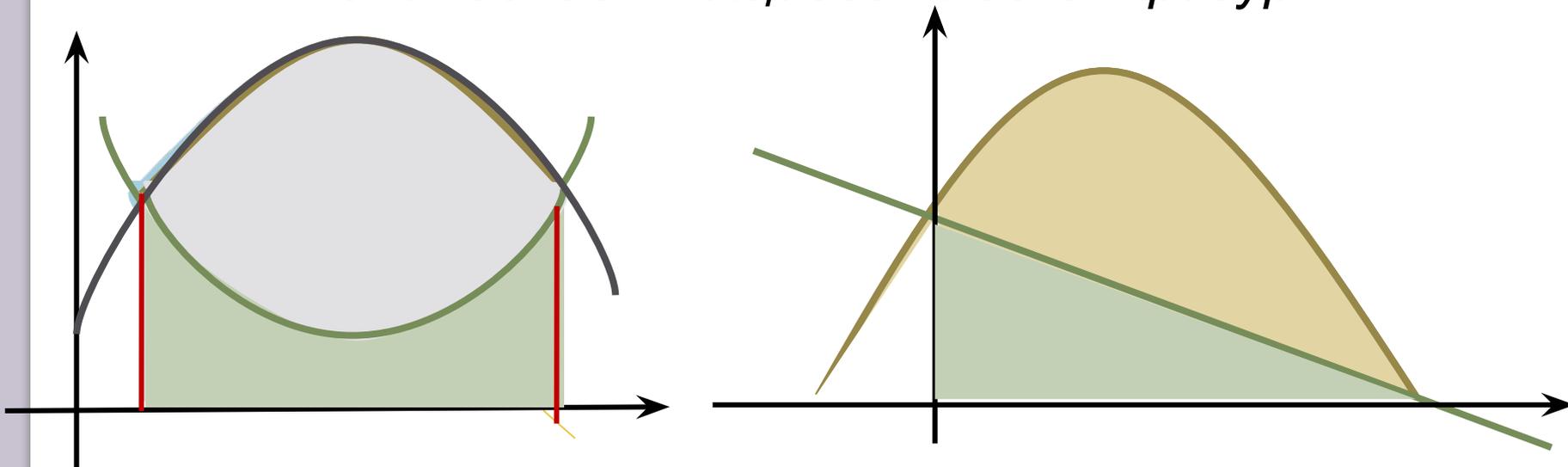
$$y = x^3, y = 0, x = 1, x = 2.$$

Фигура является криволинейной трапецией

$$\int_1^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} \text{ (кв.ед)}$$



Нахождение площадей плоских фигур



1. Построить графики функций
2. Спроецировать точки пересечения графиков на ось абсцисс
3. Заштриховать фигуру, полученную при пересечении графиков
4. Найти криволинейные трапеции, пересечение или объединение которых есть данная фигура.
5. Вычислить площадь каждой из них
6. Найти разность или сумму площадей

Задание 5

Как найти площадь заштрихованной фигуры?

