Задачи по теме

«Объемы тел вращения»

полученные при вращении плоских фигур вокруг заданной оси.

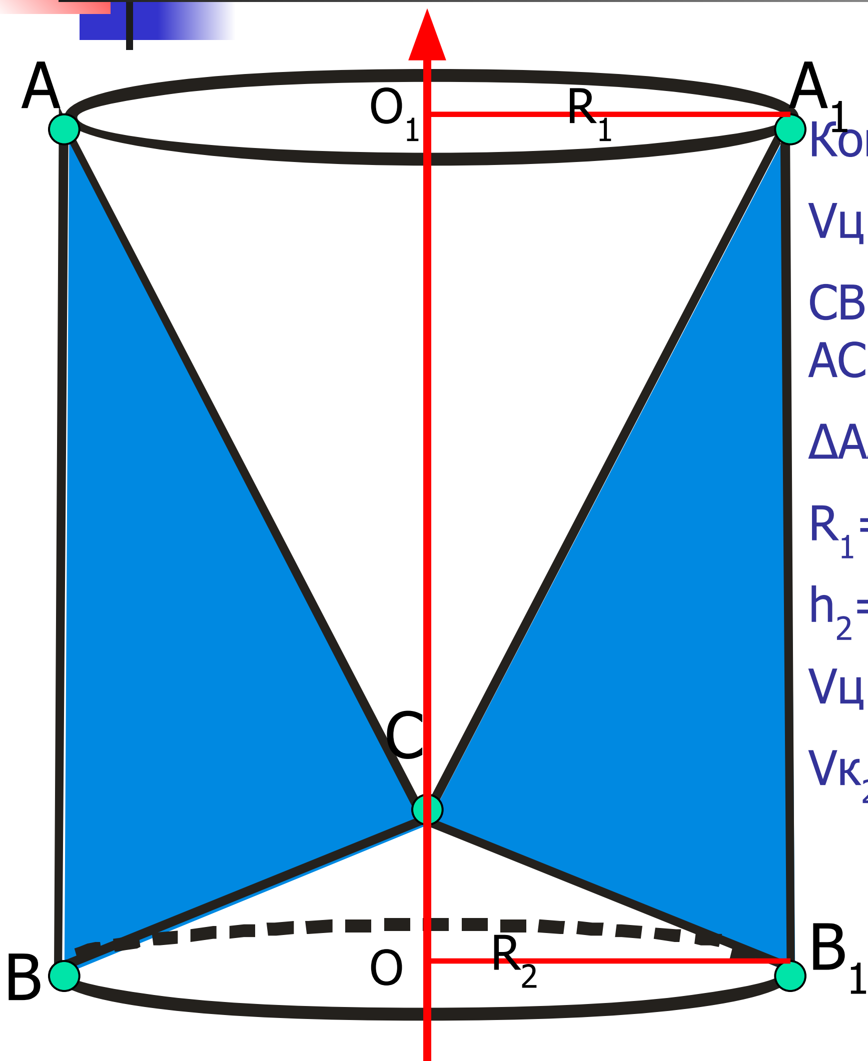
Задачи:

- Построение тел вращения, полученных при вращении различных фигур вокруг оси;
- Нахождение объема, полученного тела вращения в каждом случае.

противолежащим катетом *4* см вращается вокруг оси, проходящей через вершину прямого угла параллельно гипотенузе.

Найти объем полученного тела вращения.

Решение: $V_т = V_ц - V_{к_1} - V_{к_2}$



Конус1 имеет основание с диаметром AA_1;

Конус2 имеет основание с диаметром BB_1.

$V_ц$ = Sосн*H; $V_к$ = 1/3 Sосн*h

$CB=CB_1=4$ см, тогда $AB=A_1B_1=8$ см=H,

$AC=A_1C=\sqrt{82+42}=\sqrt{48}$см;

ΔAA_1C -равносторонний; $AA_1=\sqrt{48}$см$=4\sqrt{3}$,

$R_1=R_2=2\sqrt{3}$см, $O_1C=\sqrt{48-12}=\sqrt{36}=6$см$=h_1$

$h_2=8-6=2$см

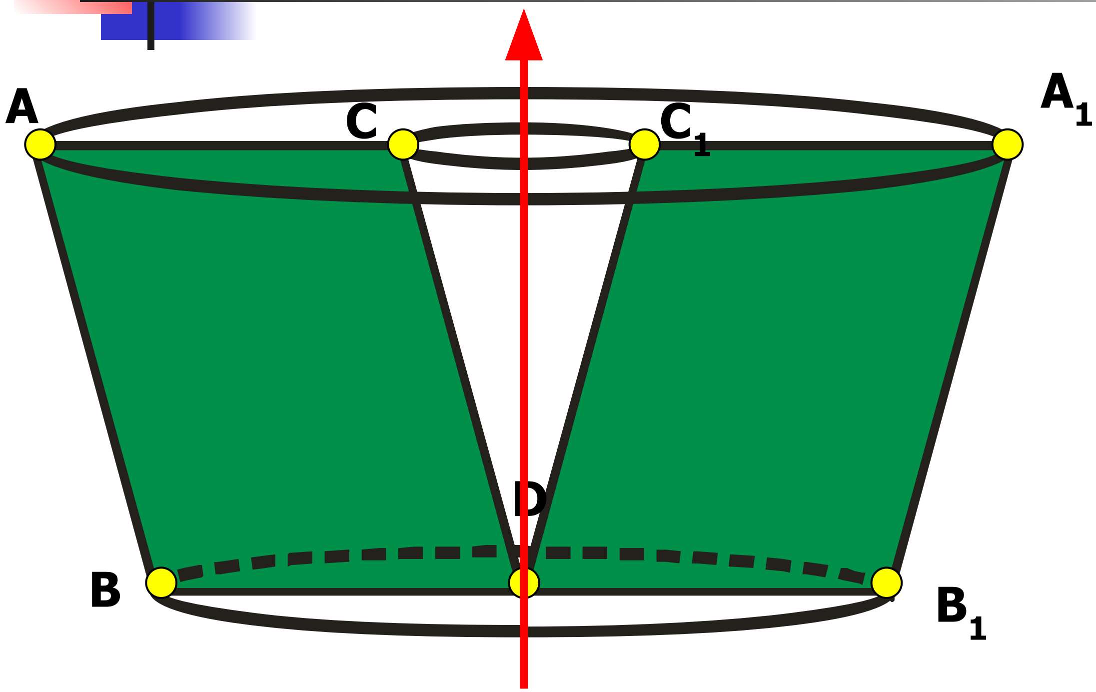
$V_ц=\Pi(2\sqrt{3})2\bullet8=96\Pi$ $V_{к_1}=1/3\Pi(2\sqrt{3})2\bullet6=24\Pi$

$V_{к_2}=1/3\Pi(2\sqrt{3})2\bullet2=8\Pi$

$V_т=96\Pi - 24\Pi - 8\Pi = 64\Pi$

Ответ: 64Псм^3

Параллелограмм со стороной 3 см и 6 см , острым углом А= 60° вращается вокруг оси, проходящей через вершину острого угла, параллельно высоте параллелограмма. Найти объем полученного тела вращения.



Решение: $V_т=V_{ук} – V_к$;

$V_{ук}=1/3П\ h(R^2+R_1^2+RR_1)$;

$V_к=1/3ПR^2h$; угол D=A, угол $CDC_1=60°$, ΔCC_1D – равносторонний, $CC_1=6см$, $R_к=3см$, $h=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}см$

$R=BD+B_1D=3+3=6см$;

$R_1=AC+CC_1+A_1C_1=3+6+3=12см$

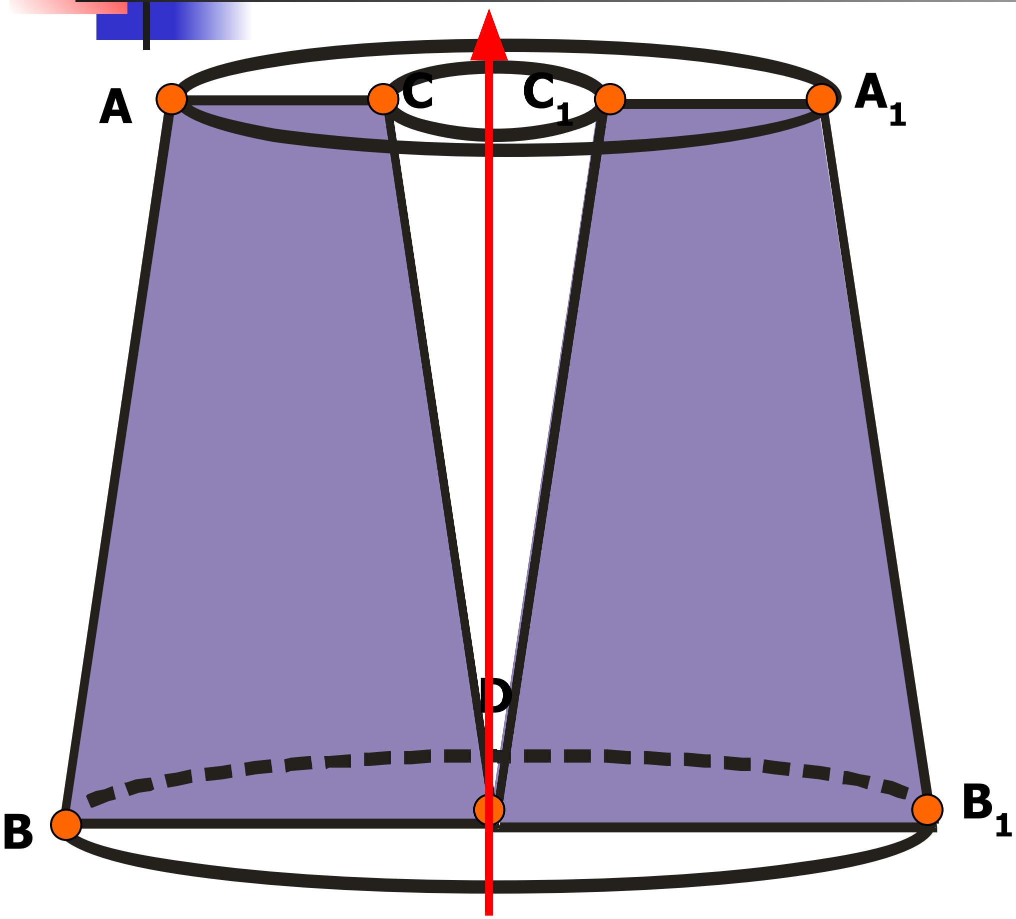
$V_к=1/3П \bullet 6^2 \bullet 3\sqrt{3}=36\sqrt{3}П$

Ответ: $216\sqrt{3}П$ см^3

$V_{ук}=1/3П\ 3\sqrt{3}(36+144+72)=252\sqrt{3}П$

$V_т=\ 252\sqrt{3}П - 36\sqrt{3}П =216\sqrt{3}П$

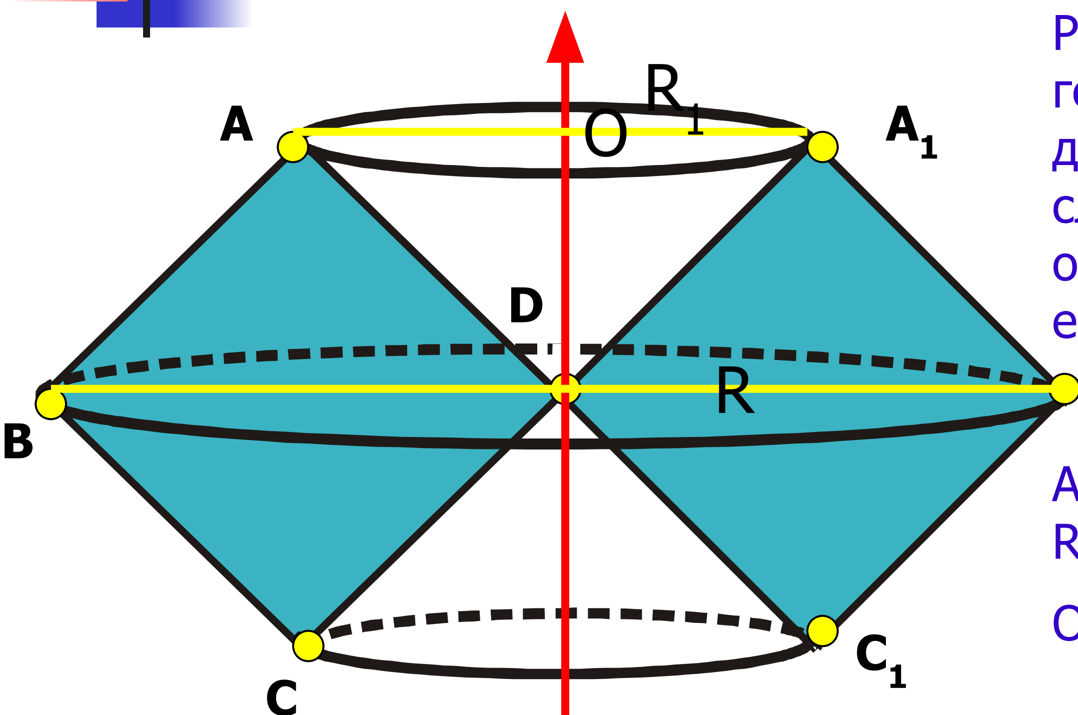
проходящей через вершину нижнего основания параллельно высоте. Найдите объем полученного тела вращения, если нижнее основание трапеции 10 см, верхнее основание 6 см, а острый угол $60°$.



Эта задача решается аналогично предыдущей.

Ответ: $880\sqrt{3}\Pi/3$

Квадрат со стороной *4* см вращается вокруг оси, проходящей через одну из его вершин параллельно диагонали квадрата Найти объем полученного тела вращения.



Решение: Полученное геометрическое тело состоит из двух равных усеченных конусов, следовательно достаточно найти объем одного из них и умножить его на два.

$V_т=2V$, $V=V_{ук}-V_к$

$AA1=\sqrt{42+42}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$,
$R_к=R1=2\sqrt{2}$см, $BD=4\sqrt{2}$, $R=8\sqrt{2}$см

$OD=h=\sqrt{16-8}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$см

$V_{ук}=1/3\Pi\, h(R^2+R_1^2+RR_1)$; $V_к=1/3\Pi R^2h$ $V_к=1/3\Pi(2\sqrt{2})^2\bullet 2\sqrt{2}=16\Pi\sqrt{2}/3$

$V_{ук}=1/3\Pi\, 2\sqrt{2}((8\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2+32)=112\Pi\sqrt{2}$; $V=112\Pi\sqrt{2}-16\Pi\sqrt{2}/3=320\Pi\sqrt{2}/3$

$V_т=2V=2\bullet 320\Pi\sqrt{2}/3=640\Pi\sqrt{2}/3$см^3

Ответ: $640\Pi\sqrt{2}/3$см^3

Выводы:

- Вращаясь, плоские фигуры, вокруг заданной оси образуют известные тела вращения: цилиндр, усеченный конус, или комбинацию этих тел;
- Объемы полученных тел находятся вычислением объемов составляющих их тел и действий с ними.

Литература:

- Зив Б.Г. Дидактические материалы по геометрии для 11 класса. Москва, Просвещение, 2003 год;
- Цыпкин А.Г. Справочник по математике для средней школы. Москва, Просвещение 2000 год.