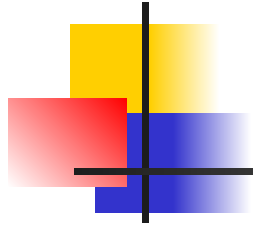
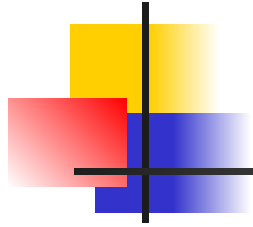


Тема 4. Представление о системах счисления

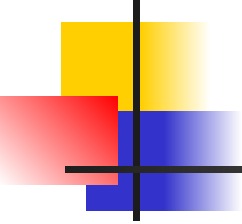


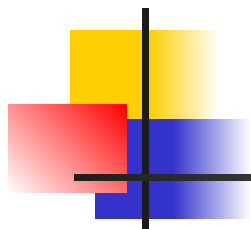
Совокупность приемов наименования и записи чисел называется **счислением**. Под **системой счисления** понимается способ представления любого числа с помощью ограниченного алфавита символов, называемых цифрами.



Количество знаков или символов, используемых для изображения числа, называется основанием системы счисления.

В зависимости от способов изображения чисел цифрами, системы счисления делятся на непозиционные и позиционные.

- 
- **Позиционной** системой счисления называется такая, в которой количественное значение каждой цифры зависит от её позиции в числе (арабская система счисления).
 - **Непозиционной** системой называется такая, в которой количественное значение каждой цифры не зависит от занимаемой ей позиции в изображении числа (Так, в римской системе счисления в числе XXXII (тридцать два) вес цифры X в любой позиции равен просто десяти).



В современной информатике
используются в основном три системы
счисления (все – позиционные):
двоичная, шестнадцатеричная и
десятичная.



Основные позиционные системы счисления

- **Двоичная система счисления** используется для кодирования дискретного сигнала, потребителем которого является вычислительная техника. Такое положение дел сложилось исторически, поскольку двоичный сигнал проще представлять на аппаратном уровне. В этой системе счисления для представления числа применяются два знака – 0 и 1.
Десятичная система счисления используется для кодирования дискретного сигнала, потребителем которого является так называемый конечный пользователь – неспециалист в области информатики (очевидно, что и любой человек может выступать в роли такого потребителя). Используемые знаки для представления числа – цифры от 0 до 9.

Основные позиционные системы счисления



- **Шестнадцатеричная система счисления**

используется для кодирования дискретного сигнала, потребителем которого является хорошо подготовленный пользователь – специалист в области информатики. В такой форме представляется содержимое любого файла, затребованное через интегрированные оболочки операционной системы, например, средствами Norton Commander в случае MS DOS. Используемые знаки для представления числа – десятичные цифры от 0 до 9 и буквы латинского алфавита – A, B, C, D, E, F.

Основные позиционные системы счисления



Троичная система счисления

Использует три цифры – 0, 1 и 2, а также символы «+» и «-» для обозначения знака числа и запятую (точку) для разделения целой и дробной частей числа.

В более далекой перспективе просматривается возможность перехода компьютерной отрасли на троичную систему счисления, так как она позволяет более эффективно сворачивать числовую информацию (как показал Джон фон Нейман, это следует из того, что число 3 ближе, чем 2, к основанию натуральных логарифмов).

Основные позиционные системы счисления

Система счисления с основанием 4.

Использует четыре цифры – 0, 1, 2 и 3, а также символы «+» и «-» для обозначения знака числа и запятую (точку) для разделения целой и дробной частей числа. О практическом использовании этой системы счисления пока ничего не известно. Однако перспектива есть по двум причинам. Во-первых, аналогичная 8 и 16 связь с двоичной системой, что позволяет легко переводить числа из любой из этих систем в любую другую. Во-вторых, наличие именно 4 базовых аминокислот, ставших своеобразным алфавитом быстро развивающейся генетики.

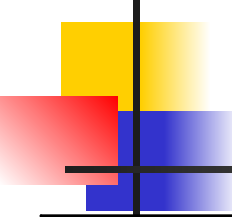
Основные позиционные системы счисления



Система счисления с основанием 7.

Семь дней недели, семь нот, семь чудес Света, семь цветов радуги (хотя нормальный глаз видит их там только шесть, не разделяя оттенков синего и голубого) и многочисленные другие примеры указывают на то, что и это число служило разрядной единицей.

А название праздника «пятидесятница», как и пришедший из древнееврейского языка «юбилей» – это вовсе не половина от ста, а число, следующее за 49 – второй разрядной единицей системы счисления с основанием 7.



Соответствие между первыми несколькими натуральными числами всех трех систем счисления представлено в таблице перевода:

<i>Десятичная система</i>	<i>Двоичная система</i>	<i>Шестнадцатеричная система</i>
0	0	0
1	1	1
2	10	2
3	11	3
4	100	4
5	101	5
6	110	6
7	111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F
16	10000	10



Правила перевода целых чисел

Перевод из десятичной системы счисления в двоичную и шестнадцатеричную:

- а) исходное целое число делится на основание системы счисления, в которую переводится (на 2 - при переводе в двоичную систему счисления или на 16 - при переводе в шестнадцатеричную); получается частное и остаток;
- б) если полученное частное меньше основания системы счисления, в которую выполняется перевод, процесс деления прекращается, переходят к шагу в). Иначе над частным выполняют действия, описанные в шаге а);
- в) все полученные остатки и последнее частное преобразуются в соответствии с таблицей перевода в цифры той системы счисления, в которую выполняется перевод;
- г) формируется результирующее число: его старший разряд – полученное последнее частное, каждый последующий младший разряд образуется из полученных остатков от деления, начиная с последнего и кончая первым. Таким образом, младший разряд полученного числа – первый остаток от деления, а старший – последнее частное.

Пример 1. Выполнить перевод числа 19 в двоичную систему счисления:



Таким образом, $19 = 10011_2$.

Пример 2. Выполнить перевод числа 19 в шестнадцатеричную систему счисления:

$$\begin{array}{r} 19 \\ - 16 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overline{16} \\ 1 \end{array}$$

1 3 – результирующее число

Таким образом, $19 = 13_{16}$.

Пример 3. Выполнить перевод числа 123 в шестнадцатеричную систему счисления:

$$\begin{array}{r} \underline{123} \quad |16 \\ \underline{112} \quad 7 \\ 11 \end{array}$$

7 В – результирующее число.

Здесь остаток 11 преобразован в шестнадцатеричную цифру В и после этого данная цифра вошла в число. Таким образом, $123 = 7B_{16}$.

Перевод из двоичной и шестнадцатеричной систем счисления в десятичную.

В этом случае рассчитывается полное значение числа по формуле:

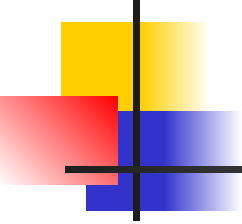
$$\sum_{i=0}^{l-1} a_i m^i = a_0 m^0 + a_1 m^1 + \dots + a_{l-1} m^{l-1},$$

где l – количество разрядов числа, уменьшенное на 1,
 i – порядок разряда,

m – основание системы счисления,

a_i – множитель, принимающий любые целочисленные значения от 0 до $m-1$,
и соответствующий цифре i -го порядка числа.

Например, для десятичного ($m = 10$) числа 345 его полное значение рассчитывается по формуле:
 $3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 = 345.$



Пример 5. Выполнить перевод числа 13_{16} в десятичную систему счисления.

Имеем:

$$13_{16} = 1 \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^0 = 16 + 3 = 19.$$

Таким образом, $13_{16} = 19$.

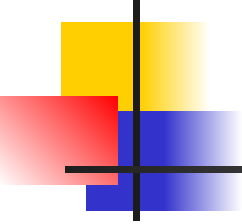
Пример 6. Выполнить перевод числа 10011_2 в десятичную систему счисления.

Имеем:

$$10011_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 16 + 0 + 0 + 2 + 1 = 19.$$

Таким образом, $10011_2 = 19$.

Из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную:



Исходное число разбивается на тетрады (т.е. 4 цифры), начиная с младших разрядов. Если количество цифр исходного двоичного числа не кратно 4, оно дополняется слева незначащими нулями до достижения кратности 4; каждая тетрада заменяется соответствующей шестнадцатеричной цифрой в соответствии с таблицей

Пример 7. Выполнить перевод числа 10011_2 в шестнадцатеричную систему счисления.

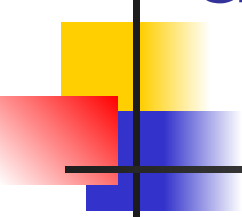
- Поскольку в исходном двоичном числе количество цифр не кратно 4, дополняем его слева незначащими нулями до достижения кратности 4 числа цифр. Имеем:

$$10011_2 = 00010011_2$$

первая тетрада – младшая цифра числа
вторая тетрада – старшая цифра числа

В соответствии с таблицей $0011_2 = 11_2 = 3_{16}$ и $0001_2 = 1_2 = 1_{16}$.
Тогда $10011_2 = 13_{16}$.

Перевод из шестнадцатеричной системы счисления в двоичную:

- 
-
- а) каждая цифра исходного числа заменяется тетрадой двоичных цифр в соответствии с таблицей. Если в таблице двоичное число имеет менее 4 цифр, оно дополняется слева незначащими нулями до тетрады;
 - б) незначащие нули в результирующем числе отбрасываются.

Пример 8. Выполнить перевод числа 13_{16} в двоичную систему счисления.




По таблице имеем:

$1_{16} = 1_2$ и после дополнения незначащими нулями двоичного числа $1_2 = 0001_2$;

$3_{16} = 11_2$ и после дополнения незначащими нулями двоичного числа $11_2 = 0011_2$.

Тогда $13_{16} = 00010011_2$.

После удаления незначащих нулей имеем
 $13_{16} = 10011_2$.



Правила выполнения простейших арифметических действий

Арифметические операции для двоичных и шестнадцатеричных чисел выполняются по тем же правилам, что и для

Правила сложения

Таблица сложения двоичных цифр имеет вид

	0	1
0	0	1
1	1	10



Пример 1. Сложить двоичные числа 1101 и 11011.

- Запишем слагаемые в столбик и пронумеруем разряды, присвоив младшему разряду номер 1:

номера разрядов:	5	4	3	2	1
слагаемые:		1	1	0	1
	1	1	0	1	1



Проверим результат. Для этого
определим полные значения слагаемых
и суммы

- $1101_2 = 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 8 + 4 + 1 = 13;$
- $11011_2 = 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 16 + 8 + 2 + 1 = 27;$
- $101000_2 = 1*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 0*2^0 = 32 + 8 = 40.$
- Поскольку $13 + 27 = 40$, двоичное сложение выполнено верно.



Процесс образования суммы по разрядам описан ниже:

а) разряд 1:

$1_2 + 1_2 = 10_2$; 0 остается в разряде 1, 1 переносится в разряд 2;

б) разряд 2:

$0_2 + 1_2 + 1_2 = 10_2$, где вторая 1_2 – единица переноса; 0 остается в разряде 2, 1 переносится в разряд 3;

в) разряд 3:

$1_2 + 0_2 + 1_2 = 10_2$, где вторая 1_2 – единица переноса; 0 остается в разряде 3, 1 переносится в разряд 4;

г) разряд 4:

$1_2 + 1_2 + 1_2 = 11_2$, где третья 1_2 – единица переноса; 1 остается в разряде 4, 1 переносится в разряд 5;

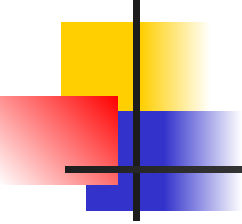
д) разряд 5:

$1_2 + 1_2 = 10_2$; где вторая 1_2 – единица переноса; 0 остается в разряде 5, 1 переносится в разряд 6.

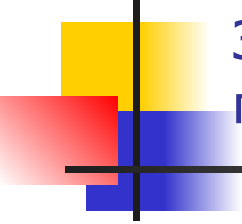
Таким образом: $1101_2 + 11011_2 = 101000_2$.

Правила умножения

Таблица умножения двоичных цифр приведена ниже (обозначения строк и столбцов соответствуют слагаемым):

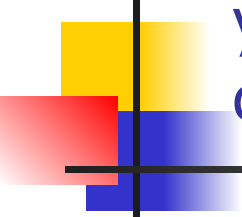


	0	1
0	0	0
1	0	1



Пример 2. Перемножить **двоичные** числа 101 и 11.
Запишем множители в столбик и пронумеруем разряды,
присвоив младшему разряду номер 1:

номера разрядов:	3	2	1
сомножители:	1	0	1
		1	1



Процесс образования результата по шагам умножения множимого на каждый разряд множителя с последующим сложением показан ниже:

- а) умножение множимого на разряд 1 множителя дает результат: $101_2 * 1_2 = 101_2$;
- б) умножение множимого на разряд 2 множителя дает результат: $101_2 * 1_2 = 101_2$;
- в) для получения окончательного результата складываем результаты предыдущих шагов:

слагаемые:		1	0	1
	1	0	1	
сумма:	1	1	1	1



Самостоятельная работа №4

1. Что такое программное обеспечение?
2. Для чего используются операционные системы?
3. На какие виды делятся операционные системы?