

Задачи по теории вероятностей

Классическое определение вероятности

- Определение: Вероятностью события A называется отношение числа благоприятных этому событию случаев к общему числу всех случаев

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Задача о шарах

- В урне 5 синих и 7 красных шаров.
- Изымают 1 шар. Какова вероятность вынуть
- А) синий шар, $P(A)=5/12$
- Б) красный шар, $P(A)=7/12$
- В) белый шар, $P(A)=0$
- Г) синий или красный шар, $P(A)=1$
- Д) синий или белый шар, $P(A)=5/12$
- Е) синий и красный шар? $P(A)=0$

Задача о шарах

- В урне 5 синих и 7 красных шаров.
- Изымают 2 шар. Какова вероятность вынуть
- А) 2 синих шара,
- В) 1 синий и 1 красный шары,
- С) 1 белый шар и 1 красный,
- D) хотя бы один синий,
- E) шары одинакового цвета,
- F) не более 2 синих шаров?

$$P(A) = \frac{C_5^2}{C_{12}^2} = \frac{10}{66} = \frac{5}{33}$$

$$P(B) = \frac{5 \cdot 7}{C_{12}^2} = \frac{35}{66}$$

$$P(C) = 0$$

$$P(D) = \frac{C_5^2 + 5 \cdot 7}{C_{12}^2} = \frac{45}{66} = \frac{15}{22}$$

$$P(E) = \frac{C_5^2 + C_7^2}{C_{12}^2} = \frac{10 + 21}{66} = \frac{31}{66}$$

$$P(F) = 1$$

Классическая формула для подсчета вероятностей

- 1. Найти вероятность того, что трехзначный номер случайно встреченного автомобиля состоит из одинаковых цифр
- Решение:

$$m=10, \quad n = \overline{A}_{10}^3 = 10^3 = 1000$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{10}{1000} = 0,01$$



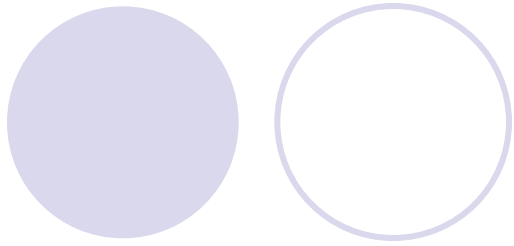
- 2. Преступник знает, что шифр сейфа составлен из цифр 1,3,7,9, но не знает в каком порядке их набирать.
- 1) Какова вероятность того, что первые две цифры он набрал верно?
- 2) Какова вероятность того, что преступник откроет сейф с первой попытки?
- Решение:

- 1) $m=1, \quad n = A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = 3 \cdot 4 = 12$

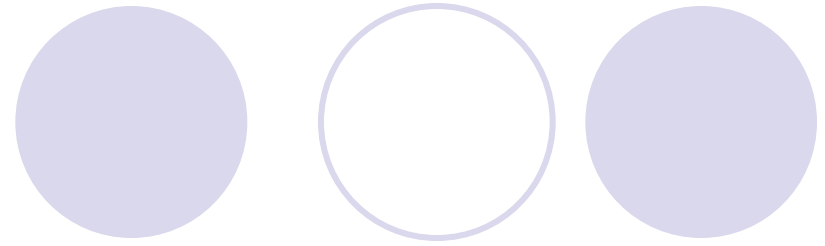
$$P(A) = \frac{1}{12}$$

- 2) $m=1, \quad n = P_4 = 4! = 24$

$$P(A) = \frac{1}{24}$$



3. Программа экзамена содержит 30 вопросов. Студент знает 20 из них. Каждому студенту предлагают 2 вопроса, которые выбираются случайным образом. Отличная оценка ставится, если студент правильно ответил на оба вопроса. Какова вероятность получения «5»?



Решение

$$n = C_{30}^2 = \frac{30!}{2!(30-2)!} = \frac{30!}{2 \cdot 28!} = \frac{28! \cdot 29 \cdot 30}{2 \cdot 28!} = 29 \cdot 15 = 435$$

$$m = C_{20}^2 = \frac{20!}{2!(20-2)!} = \frac{20!}{2 \cdot 18!} = \frac{18! \cdot 19 \cdot 20}{2 \cdot 18!} = 19 \cdot 10 = 190$$

$$P(A) = \frac{190}{435} = \frac{38}{87}$$



- **4.** В студенческой группе (12 девушек и 8 юношей) разыгрываются 5 зарубежных путевок. Какова вероятность того, что путевки получат 3 девушки и 2 юноши?
- **Решение:**

$$n = C_{20}^5 = \frac{20!}{5!(20-5)!} = \frac{20!}{5! \cdot 15!} = \frac{16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 15504$$

$$m = C_{12}^3 \cdot C_8^2 = \frac{12!}{3!(12-3)!} \cdot \frac{8!}{2!(8-2)!} =$$

$$= \frac{10 \cdot 11 \cdot 12}{6} \cdot \frac{7 \cdot 8}{2} = 6160$$

$$P(A) = \frac{6160}{15504} = \frac{1540}{3876}$$



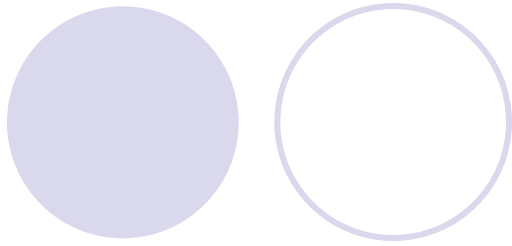
- **5.** В лотерее разыгрывается 100 билетов. Из них 15 выигрывают по 20 000 руб., 25 - по 10 000 руб.,
- 60 - по 5 000 руб. Играющий приобрел 2 билета. Какова вероятность выиграть не менее 30 000 руб.?
- Решение:

$$n = C_{100}^2 = \frac{100!}{2!(100-2)!} = \frac{100!}{2 \cdot 98!} = \frac{99 \cdot 100}{2} = 4950$$

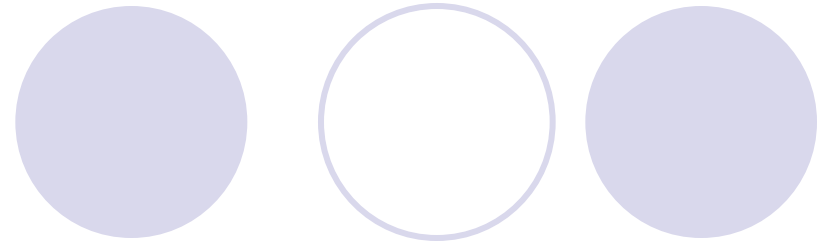
$$m = C_{15}^2 + C_{15}^1 \cdot C_{25}^1 = \frac{15!}{2!(15-2)!} + \frac{15!}{1!(15-1)!} \cdot \frac{25!}{1!(25-1)!} =$$

$$= \frac{14 \cdot 15}{2} + 15 \cdot 25 = 480$$

$$P(A) = \frac{480}{4950} = \frac{16}{165}$$



- 6. В течении дня из Брюково в Стуково отправляется 8 автобусов. Разведенные супруги гражданин N и гражданка M не хотят ехать в одном автобусе. Какова вероятность того, что при случайном выборе автобусов они попадут в разные автобусы?



- Решение:

$$n = \overline{A}_8^2 = 8^2 = 64$$

$$m = A_8^2 = \frac{8!}{(8-2)!} = 7 \cdot 8 = 56$$

$$P(A) = \frac{56}{64} = \frac{7}{8}$$