

Операции наращения и дисконтирования.



Темп прироста

$$r(t) = \frac{FV - PV}{PV}$$

Темп снижения

$$d(t) = \frac{FV - PV}{FV}$$

Взаимосвязь показателей

$$r(t) = \frac{d(t)}{1 - d(t)} \quad d(t) = \frac{r(t)}{1 + r(t)}$$

Формула наращенния

$$FV = PV + PVr(t)$$

или

$$FV = PV(1 + r)$$

Формула дисконтирования

$$PV = FV(1 - d)$$

Понятие простого и сложного процента.



Схема простых процентов (simple interest):

- Сумма, получаемая к возврату через n периодов

$$P_n = P + Pr + \dots + Pr =$$
$$= P(1 + nr)$$

Схема сложных процентов (compound interest):

- размер инвестированного капитала будет равен:

к концу первого года

$$F_1 = P + Pr = P(1 + r)$$

к концу второго года:

$$F_2 = F_1 + F_1 r =$$

$$= P(1 + r)(1 + r) =$$

$$= P(1 + r)^2$$

к концу n-го года:

$$F_n = P(1 + r)^n$$

или

$$F_n = PFM1(r, n)$$

факторный множитель

$$\text{FM1}(r, n) = (1 + r)^n$$

Внутригодовые процентные начисления.

$$F_n = P \left(1 + \frac{r}{m} \right)^{nm}$$

Вложено в банк 5млн у.е. под 10% на два года,
с полугодовым начислением

Период	Сумма, с которой идет начисление	Ставка, в долях единицы	Сумма к концу периода
6 месяцев	5,0	1,05	5,25
12 месяцев	5,25	1,05	5,5125
18 месяцев	5,5125	1,05	5,788125
24 месяца	5,788125	1,05	6,077531

Если пользоваться формулой,
то $m = 2$, $n = 2$

$$F_n = 5 * \left(1 + \frac{0,1}{2} \right)^{2*2} =$$
$$= 5 * (1,05)^4 = 6,077531$$

Эффективная годовая процентная ставка.

В рамках одного года

$$F_n = P \left(1 + \frac{r}{m} \right)^m$$

■ Из определения эффективной годовой процентной ставки следует, что

$$\begin{aligned} F_n &= P + Pr(e) = \\ &= P[1 + r(e)] \end{aligned}$$

Отсюда

$$r(e) = \left(1 + \frac{r}{m} \right)^m - 1$$

Пример:

Предприниматель может получить ссуду

- а) на условиях ежеквартального начисления процентов из расчета 7,5% годовых;
- б) или на условиях полугодового начисления процентов из расчета 8% годовых.

Какой вариант предпочтительней?

- a) $r(e) = \left(1 + \frac{0,075}{4}\right)^4 - 1 = 0,077$

- б) $r(e) = \left(1 + \frac{0,08}{2}\right)^2 - 1 = 0,082$

Оценка приведенной стоимости.

Базовая расчетная формула

$$P = \frac{F_n}{(1 + r)^n}$$

Оценка денежных потоков.

может осуществляться в рамках решения двух задач:

- **прямой**, т.е. проводится оценка с позиции будущего (реализуется схема наращения);
- **обратной**, т.е. проводится оценка с позиции настоящего (реализуется схема дисконтирования).

- Прямая задача предполагает суммарную оценку наращенного денежного потока, т.е. в его основе лежит будущая стоимость.

$$FV = P(1 + r)^n$$

- Обратная задача предполагает суммарную оценку дисконтированного (приведенного) денежного потока.

$$PV = \frac{F_n}{(1 + r)^n}$$

Денежный поток с неравными поступлениями.

с позиции будущего (прямая задача)

$$FV = \sum F_n (1 + r)^n$$

или

$$FV = \sum F_n FM1(r, n)$$

С позиции текущего момента (обратная задача)

$$PV = \sum \frac{F_n}{(1+r)^n}$$

дисконтирующий множитель

$$\frac{1}{(1+r)^n} = FM2(r, n)$$

тогда

$$PV = \sum F_n FM2(r, n)$$

Пример:

Год	Денежный поток	FM2(r,n) при $r = 12\%$	Приведен ный поток
1	12	0,8929	10,71
2	15	0,7972	11,96
3	9	0,7118	6,41
4	25	0,6355	15,89
ИТОГО	61	—	44,97

Срочный аннуитет.

Срочным аннуитетом называется денежный поток с равными поступлениями в течение ограниченного промежутка времени.

Схема постнумерандо (ordinary annuity)

- Означает, что начисление процентов осуществляется в конце периода.

Схема пренумерандо (annuity due)

- Означает, что проценты начисляются в начале периода

Прямая задача (постнумерандо)

$$FV = A \sum (1 + r)^{n-1}$$

$\sum (1 + r)^{n-1}$ может быть

записана как дисконтирующий
множитель $FM3(r,n)$

Тогда формула приобретает следующий вид

$$FV = AFM3(r, n)$$

.

Прямая задача пренумерандо

$$FV = A(1 + r) \frac{[(1 + r)^n - 1]}{r}$$

Обратная задача оценки срочного аннуитета

$$PV = A \sum \frac{1}{(1 + r)^n}$$

$$\sum \frac{1}{(1+r)^n}$$

может быть

записана как

факторный множитель $FM4(r,n)$

-
- Тогда формула приобретает следующий вид

$$PV = AFM4(r, n)$$

Бессрочный аннуитет.

- денежные поступления продолжаются достаточно длительное время (в западной практике 50 лет и более). В этом случае прямая задача смысла не имеет.

Бессрочный аннуитет обратная задача

$$PV = \frac{A}{r}$$

Методы оценки эффективности инвестиционных проектов

- Методы, основанные на учетных оценках
- Методы, основанные на дисконтированных оценках

Методы, основанные на учетных оценках

- Расчет срока окупаемости инвестиции
- Расчет коэффициента эффективности инвестиции

Метод определения срока окупаемости инвестиций

■ Pay back

$$PV = \frac{\text{ИНВЕСТИЦИЯ}}{\text{ГОДОВОЙ ДОХОД}}$$

Неравномерное распределение прибыли по годам, проект I, $I = 60$

Год	Ежегодный доход	Кумулятивный доход
1	8	8
2	10	18
3	12	30
4	15	45
5	17	62
Итого	62	

Неравномерное распределение прибыли по годам, проект II, $I = 60$

Год	Ежегодный доход	Кумулятивный доход
1	17	17
2	15	32
3	12	44
4	10	54
5	8	62
Итого	62	

Сравнение проектов с различным распределением дохода по годам

Год	Ежегодный доход	
	Проект I	Проект II
1	8	17
2	10	15
3	12	12
4	15	10
5	17	8
Итого	62	62

Коэффициент эффективности инвестиций

■ Benefit-cost ratio

$$BCR = \frac{\text{прибыль за период} \\ \text{эксплуатации объекта}}{\text{сумма инвестиций}}$$

Методы, основанные на дисконтированных оценках

- Расчет чистого приведенного эффекта
- Расчет индекса рентабельности инвестиции
- Расчет внутренней нормы рентабельности инвестиции

Чистый приведенный эффект

■ Net present value

$$NPV = \sum \frac{F_n}{(1+r)^n} - I$$

Индекс рентабельности инвестиций

■ Present value index

$$PI = \sum \frac{F_n}{(1 + r)^n} : I$$

Внутренняя норма рентабельности инвестиции

■ Internal rate of return

$$IRR = r$$

при котором

$$NPV = 0$$