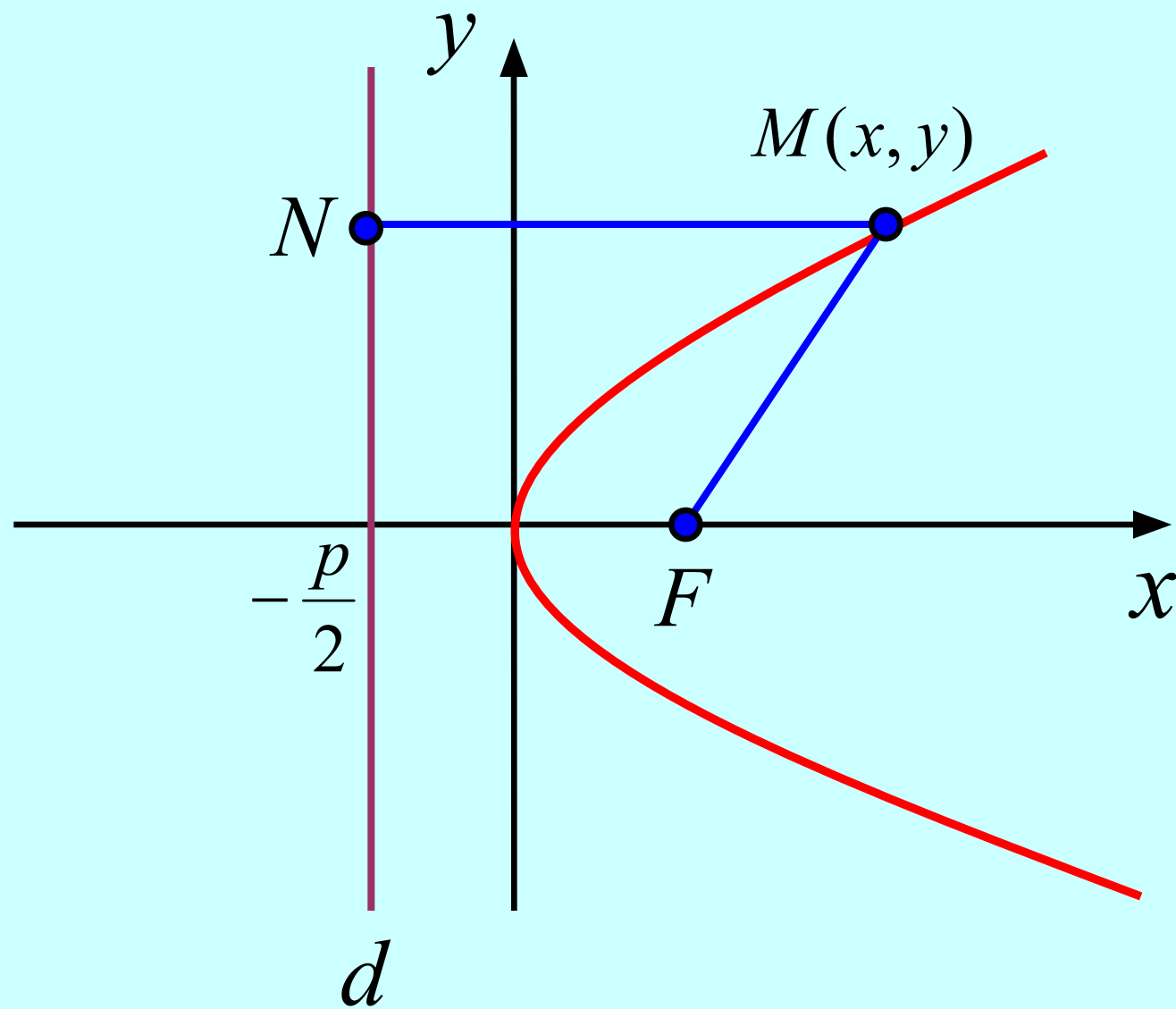


4.5. ПАРАБОЛА

ПАРАБОЛОЙ называется множество точек плоскости, каждая из которых находится на одинаковом расстоянии от данной точки, называемой фокусом параболы и данной прямой, называемой директрисой.



Введем обозначения:

$$F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$$

Расстояние между фокусом и директрисой параболы равно p .

Для любой точки $M(x, y)$, принадлежащей параболе, по определению выполняется равенство:

$$|FM| = |NM|$$

Теорема

Для того, чтобы точка $M(x,y)$ принадлежала параболе, необходимо и достаточно, чтобы ее координаты удовлетворяли уравнению

$$y^2 = 2px$$



Покажем, что координаты точки, принадлежащей параболе, удовлетворяют уравнению (3).

Т.к. точка $M(x,y)$ принадлежит параболе, то по определению параболы, должно выполняться условие

$$|FM| = |NM|$$

Выразим каждое расстояние по формуле расстояния между двумя точками:

$$\left. \begin{array}{l} F\left(\frac{p}{2}; 0\right) \\ M(x; y) \end{array} \right\} \rightarrow |FM| = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2}$$

$$|NM| = \left| x + \frac{p}{2} \right|$$

Тогда:

$$\sqrt{\left(x - \frac{p}{2} \right)^2 + y^2} = \left| x + \frac{p}{2} \right|$$

Возводим в квадрат обе части выражения:

$$\left(x - \frac{p}{2} \right)^2 + y^2 = x^2 + xp + \frac{p^2}{4}$$

$$\cancel{x^2} - \cancel{xp} + \cancel{\frac{p^2}{4}} + y^2 = \cancel{x^2} + \cancel{xp} + \cancel{\frac{p^2}{4}}$$

$$y^2 = 2px$$

каноническое уравнение параболы

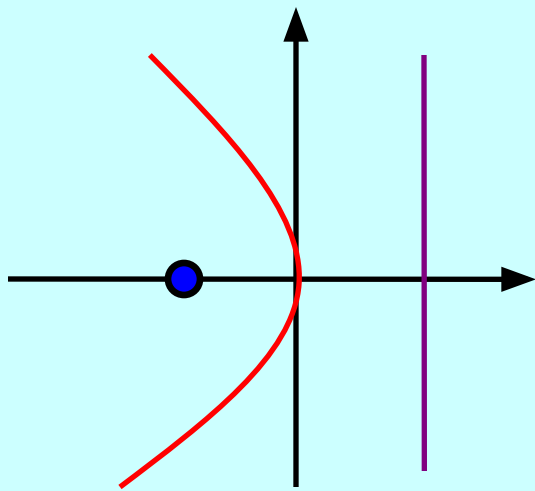
Уравнение директрисы параболы имеет вид:

$$x = -\frac{p}{2}$$

Расстояние $|FM|$

называется фокальным радиусом точки M , p называется параметром параболы.

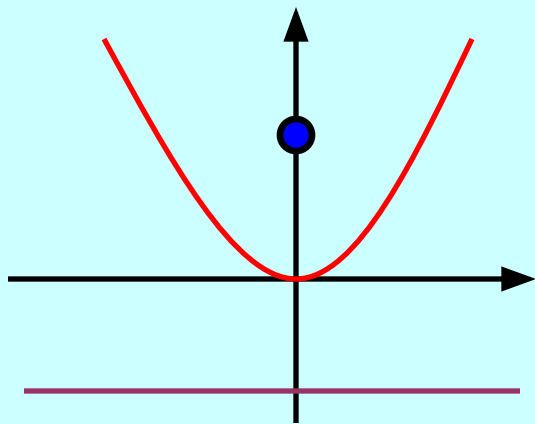
В зависимости от значения этих параметров, возможны различные способы ориентации параболы на плоскости.



$$F\left(-\frac{p}{2}; 0\right)$$

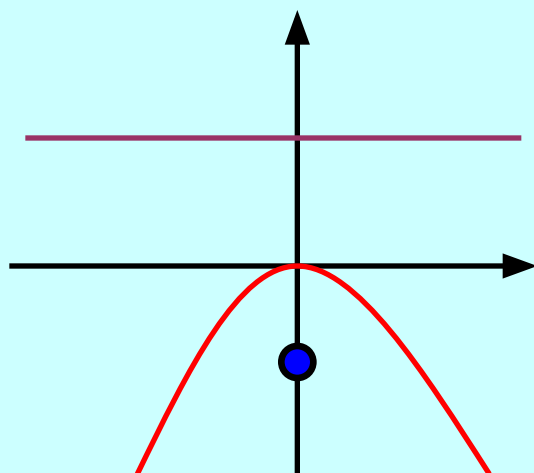
$$x = \frac{p}{2}$$

$$y^2 = -2px$$



$$F\left(0; \frac{p}{2}\right) \quad y = -\frac{p}{2}$$

$$x^2 = 2py$$



$$F\left(0; -\frac{p}{2}\right) \quad y = \frac{p}{2}$$

$$x^2 = -2py$$