ИНТЕРПОЛЯЦИЯ И АППРОКСИМАЦИЯ

Кафедра Информационных технологий и управляющих систем

Предмет «Вычислительные методы и их применение в ЭВМ»

Лекция

Доцент Стрельцова Г. А.

Введение

Если зависимость y(x) представлена рядом табличных отсчетов $y_i(x_{i)}$, то интерполяция значений y(x) – это вычисление значений y(x) при заданном x, расположенном в интервале между отсчетами.

За пределами общего интервала определения y(x) , вычисление y(x) называют экстраполяцией (предсказанием значений функции).

Аппроксимация в системах компьютерной математики – это получение приближенных значений какого - либо выражения.

Повестка дня

- Список изучаемых разделов:
- **Интерполяция и ее виды.**
- **Особенности аппроксимации функций.**
- **Методы интерполяции и аппроксимации.**
- **Примеры решения задач интерполяции и аппроксимации в Maple**
- Время, отводимое на каждый раздел: 5-10 минут.

Обзор

Разделы лекции

Интерполяция и ее виды

Особенности аппроксимации функций

Методы интерполяции и аппроксимации

Примеры решений задач интерполяции и аппроксимации в Maple

Словарь терминов

Интерполирующая функция – это функция F(x), которая принадлежит известному классу и принимает в узлах интерполяции те же значения, что и искомая y(x).

Узлы интерполяции y(x)– это значения x в интервале [a, b] определения данной функции y(x), которые однозначно определены.

Интерполяция и ее виды

Основная задача интерполирования.

На отрезке [a, b] заданы n+1 точки x_0, x_1, … x_i, … x_n (узлы интерполяции) и значения функции y(x) в этих точках $y(x_0) = y_0$, $y(x_1) = y_1$, … $y(x_i) = y_i$, … $y(x_n) = y_n$.

Требуется определить интерполирующую функцию F(x), которая:

1. Относится к известному классу,
2. Принимает в узлах интерполяции те же значения, что и y(x): $F(x_0) = y_0$, $F(x_1) = y_1$, … $F(x_i) = y_i$, … $F(x_n) = y_n$.

Интерполяция и ее виды

Геометрическое представление:

Найти кривую y = F(x) определенного типа, проходящую через заданную систему точек

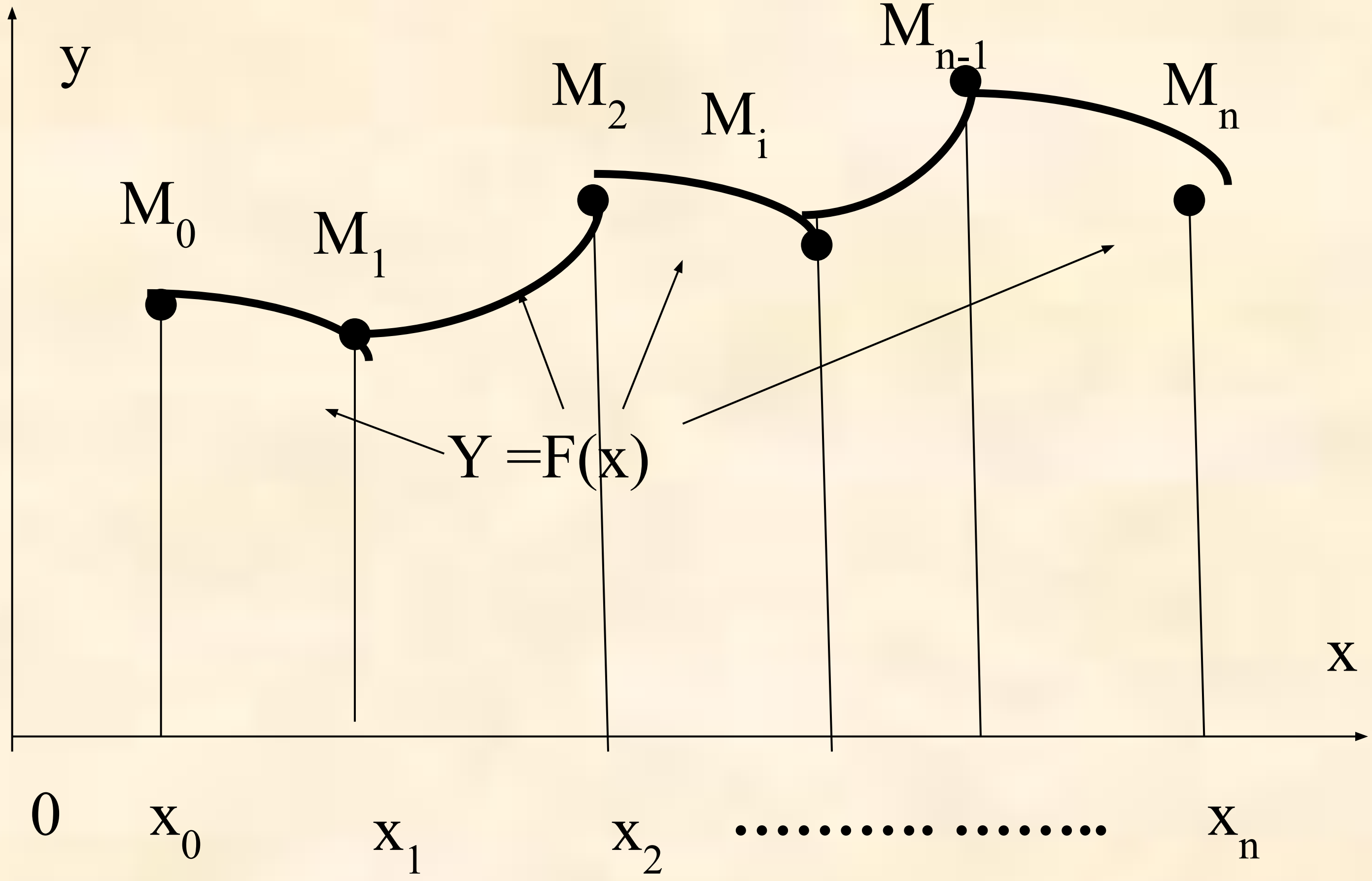
$M(x_i, y_i)$, где I =0,1,2,..n.

В общем случае задача является неопределенной.

Однако она становится однозначной, если вместо произвольной функции F(x) искать, например, полином $P_n(x)$ степени, удовлетворяющий условиям $P_n(x_0) = y_0$, $P_n(x_1) = y_1$, … $P_n(x_i) = y_i$, … $P_n(x_n) = y_n$.

Интерполяция и ее виды

Геометрическое представление интерполяции



Интерполяция и ее виды

Основные виды интерполяционных полиномов:

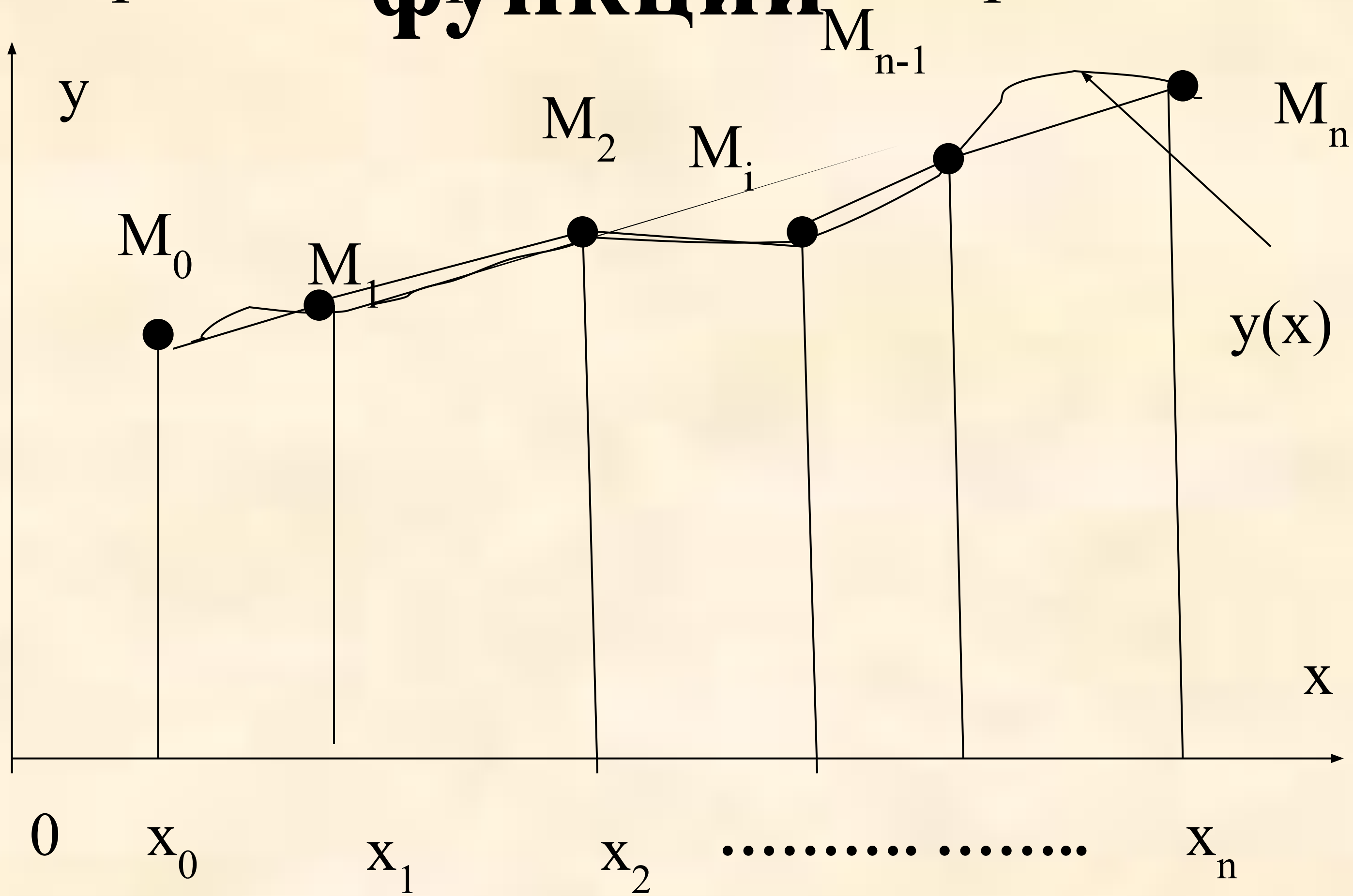
1. Канонический полином,
2. Полином Ньютона,
3. Полином Лангранжа,
4. Полином Эйткена,
5. Полином Чебышева.

Особенности аппроксимации функций

Под аппроксимацией функциональных зависимостей подразумевается получение некоторой конкретной функции, вычисленные значения которой с некоторой точностью аналогичны аппроксимируемой зависимости. Обычно предпочитают найти одну зависимость, которая дает точное значение искомой функции y(x) в узловых точках в пределах погрешности вычислений по умолчанию. Для этого также используют степенные многочлены - полиномы или линейные функции.

Особенности аппроксимации функций

Геометрическое представление аппроксимации



Методы интерполяции и аппроксимации

- Полиномиальные
- Сплайновые
- Линейные
- Рациональные (отношение двух полиномов)
- Метод наименьших квадратов
- Тригонометрические (рядами Фурье).

Примеры решений задач интерполяции и аппроксимации в Maple

Пример. Найти приближенное значение функции z(t) при заданном значении аргумента в табличной форме в точках x = 1, 1.5, 2. построить график найденной зависимости y(x).

t	0.66	0.9	1.17	1.47	1.7	1.74	2.08	2.63	3.12
z	38.9	68.8	64.4	66.5	64.95	59.36	82.6	90.63	113.5

Решение.

```
>t:=[данные из таблицы];
>z:=[данные из таблицы];
>x;=[1, 1.5, 2.0];
>interp(t,z,x);
```

Примеры решений задач интерполяции и аппроксимации в Maple

>z:=y→interp(t,z,x);

>for i from 1 to 3 do x[i]:=z(x[i]); end do;

>l:=[[t[n], z[n] Sn=1..9];

> plot(l,z(y)], y=0.66..3.12,style=[point, line], symbol=circle)

Задача сплайн-интерполяции

Используется функция spline(X, Y, x, method), где параметр method определяет вид сплайна.

В качестве данного параметра используются ключевые слова linear, quadratic, cubic, quadric или числа 1,2 3, 4. Если параметр не указан, то используется кубический сплайн.

Примеры решений задач интерполяции и аппроксимации в Maple

Решение:

> spline(t, z, y);

> zs:=y → spline(t, z, y);

> for I from 1 to 3 do xs[i]:=zs(x[i]); end do;

ZSL:=y → spline(t, z, y, l);

> l:=[[t[n], z[n] Sn=1..9];

> plot(l, zs(y), zsl(y)], y=0.66..3.12, style [point, line, line], symbol=circle)

ВЫВОДЫ

Рассмотренные вопросы

- **Примеры решений в Maple.**

Практические работы

1. **Примеры вычислений в Maple.**