

Понятие логарифма

**Изобретение логарифмов,
сократив работу астронома,
продлило ему жизнь.**

П.С. Лаплас



Задачи:

Ввести понятие логарифма.

Научиться находить значение логарифма.

Вывести простейшие свойства логарифмов.

- Рассмотрим уравнения:

$$2^x = 8$$

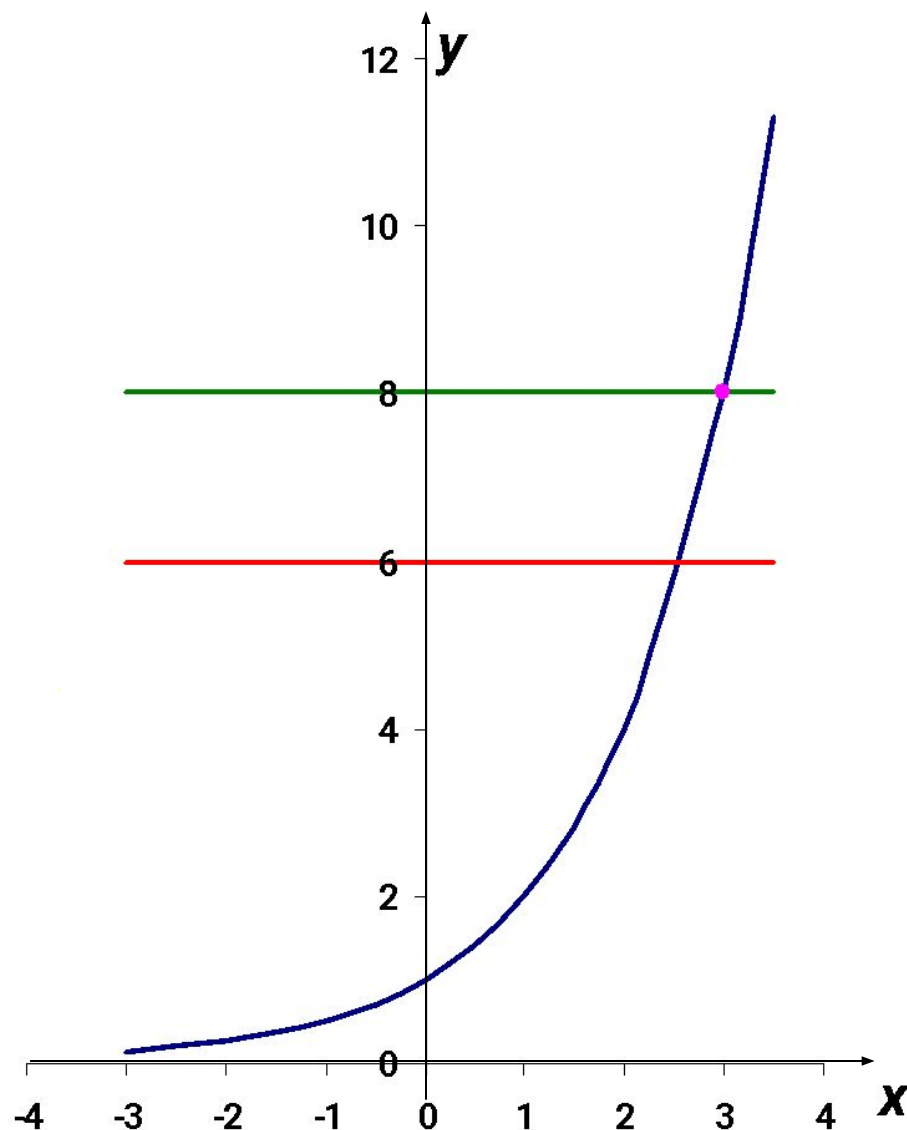
$$3^x = 4$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = 4$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^x = 2$$

- 
-
- Решая показательные уравнения, мы обратили внимание, на то что не всегда можно в правой и левой частях уравнения привести выражения к одному основанию. Такие уравнения решаем графически и можем указать только приближенное значение корня уравнения.

$$Y=2^x$$



Итак, для любого уравнения вида,

$$a^x = b$$

где a и b – положительные числа, причем $a \neq 1$, существует единственный корень и его условились записывать так:

$$x = \log_a b$$

Определение

- **Логарифмом положительного числа b по положительному и отличному от 1 основанию a называют показатель степени, в которую нужно возвести число a , чтобы получить число b .**

Примеры

$$\log_2 8 = 3, \text{ так как } 2^3 = 8;$$

$$\log_3 \left(\frac{1}{27} \right) = -3, \text{ так как } 3^{-3} = \frac{1}{27};$$

$$\log_{\frac{1}{5}} 25 = -2, \text{ так как } \left(\frac{1}{5} \right)^{-2} = 25;$$

$$\log_4 2 = \frac{1}{2}, \text{ так как } 4^{\frac{1}{2}} = 2.$$

Определение логарифма на языке СИМВОЛОВ:

1. $a^{\log_a b} = b$

2. $\log_a b = p :$

$$\begin{cases} a > 0, a \neq 1; \\ b > 0; \\ a^p = b. \end{cases}$$

Свойства, следующие из определения

- 1. $\log_a a = 1;$ $a^1 = a.$
- 2. $\log_a 1 = 0;$ $a^0 = 1.$
- 3. $\log_a a^c = c;$ $a^c = a^c.$

Взаимосвязь операции возведения в степень и логарифмирования

- Возведение в степень
- Логарифмирование

$$7^2 = 49;$$

$$\log_7 49 = 2.$$

$$10^3 = 1000;$$

$$\log_{10} 1000 = 3.$$

$$0,2^5 = 0,0032;$$

$$\log_{0,2} 0,00032 = 5.$$

$$5^{-3} = \frac{1}{125};$$

$$\log_5 \frac{1}{125} = -3.$$

Некоторые особые обозначения

- Логарифм по основанию 10 обычно называют десятичным логарифмом и используют символ $\lg$, $\lg 3,4$; $\lg 5$; $\lg b$
-
- В математике и технике большее применение имеют логарифмы, основанием которых служит особое число e и используют символ $\ln 25$; $\ln x$.

Устная контрольная работа

1. Найдите логарифм следующих чисел по основанию 3:

$$9; \quad 1; \quad 1/27; \quad \sqrt{3}$$

2. Найдите числа, логарифмы которых по основанию 3, равны:

$$0; \quad -1; \quad 3; \quad -2.$$

3. При каком основании логарифм числа $1/16$ равен:

$$1; \quad 2; \quad 4; \quad -1?$$

4. Вычислите:

$$\log_2 8; \quad \lg 0,01; \quad \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{25}; \quad \log_{\sqrt{2}} 8.$$

5. Имеет ли смысл выражение:

$$\log_4(-16); \quad \log_2(3-2\sqrt{2}); \quad \sqrt{\log_{\frac{1}{3}} 9}; \quad \log_{0,5} \cos \frac{\pi}{3}.$$

Проверка

1	2	0	-3	$1/2$
2	0	$1/3$	27	$1/9$
3	$1/16$	$1/4$	$1/2$	16
4	3	-2	2	6
5	нет	да	нет	да

Основные результаты

- ❖ Ввели обозначение для записи корня уравнения вида $a^x = b$.
- ❖ Пополнили словарный запас математического языка:
 - ✓ логарифм числа, основание логарифма;
 - ✓ десятичный логарифм, натуральный логарифм.
- ❖ Ввели новые обозначения: $\log_a b$; $\lg c$; $\ln k$.
- ❖ Научились вычислять значения логарифма.