Центральная симметрия.

Подготовили ученики X «А» класса:
Зацепина Екатерина,
Павлова Юлия.

Центральная симметрия.

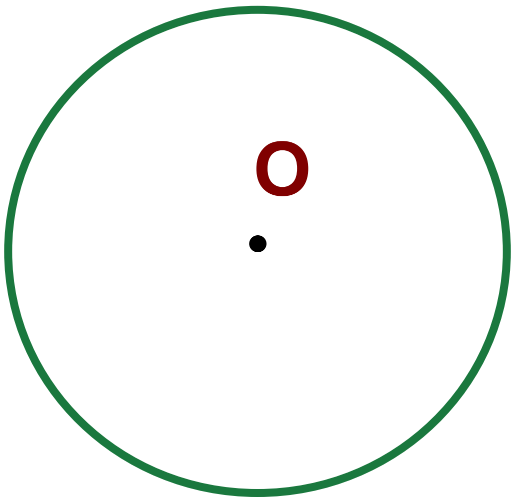
Определение:

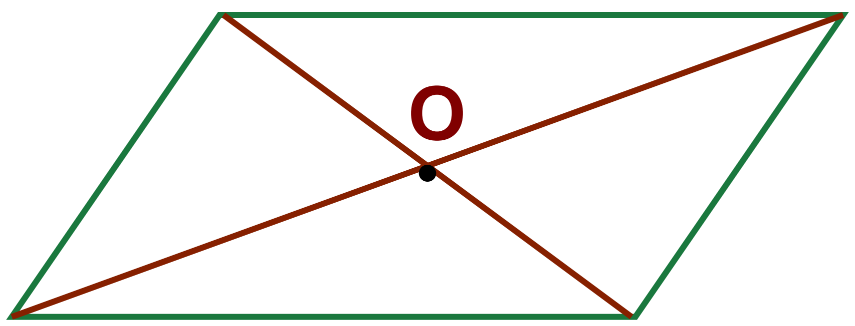
Фигура называется симметричной относительно точки О, если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно точки О также принадлежит этой фигуре. Точка О называется центром симметрии фигуры. Говорят также, что фигура обладает центральной симметрией.

Приведём примеры фигур, обладающие центральной симметрией:

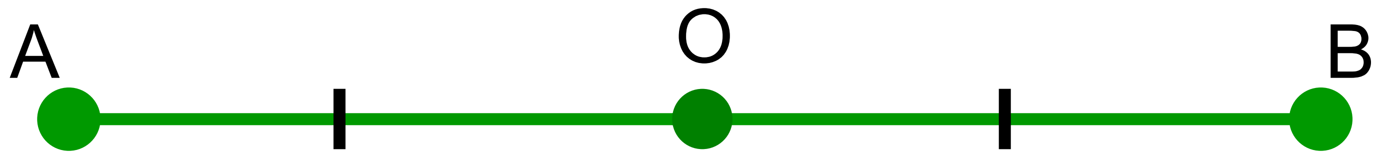
Простейшими фигурами, обладающими центральной симметрией, является *окружность* и *параллелограмм.*

Центром симметрии окружности является центр окружности,а центром симметрии параллелограмма - точка пересечения его диагоналей.



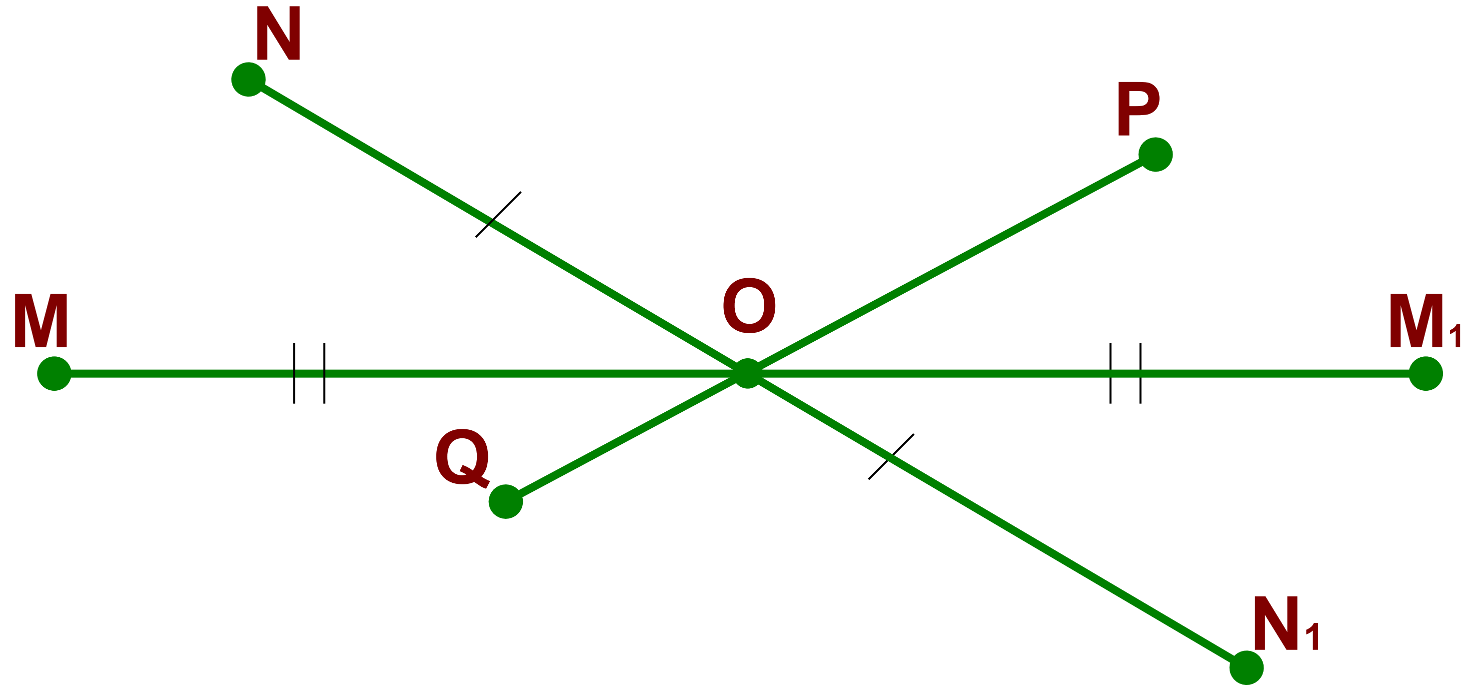


Две точки А и В называются симметричными относительно точки О, если О - середина отрезка АВ. Точка О считается симметричной самой себе.



Например:

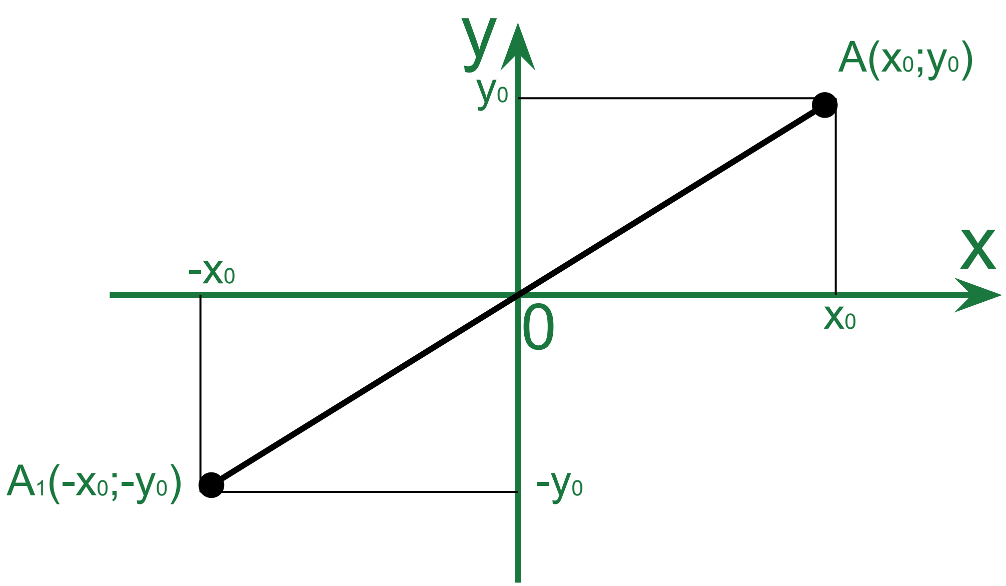
На рисунке точки M и M_1, N и N_1 симметричны относительно точки O, а точки P и Q не симметричны относительно этой точки.



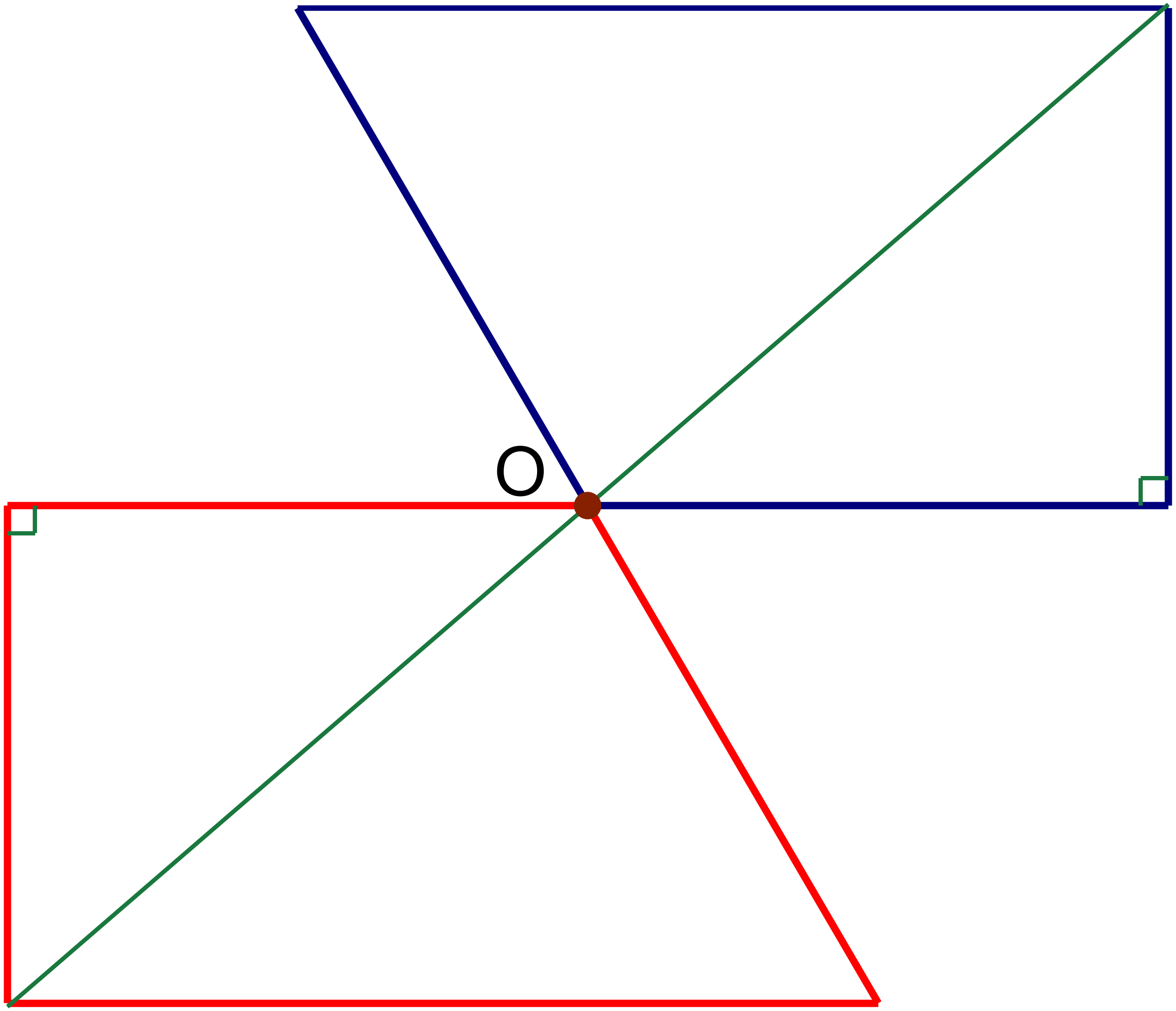
Центральная симметрия в прямоугольной системе координат:

Если в прямоугольной системе координат точка *A* имеет координаты $(x_0;y_0)$, то координаты $(-x_0;-y_0)$ точки A_1, симметричной точке *A* относительно начала координат, выражаются формулами

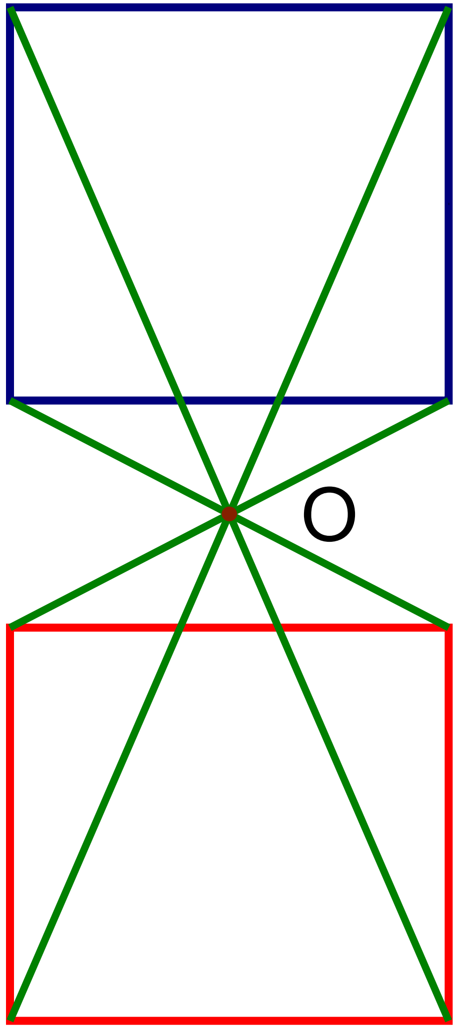
$$\boxed{x_0 = -x_0} \qquad \boxed{y_0 = -y_0}$$



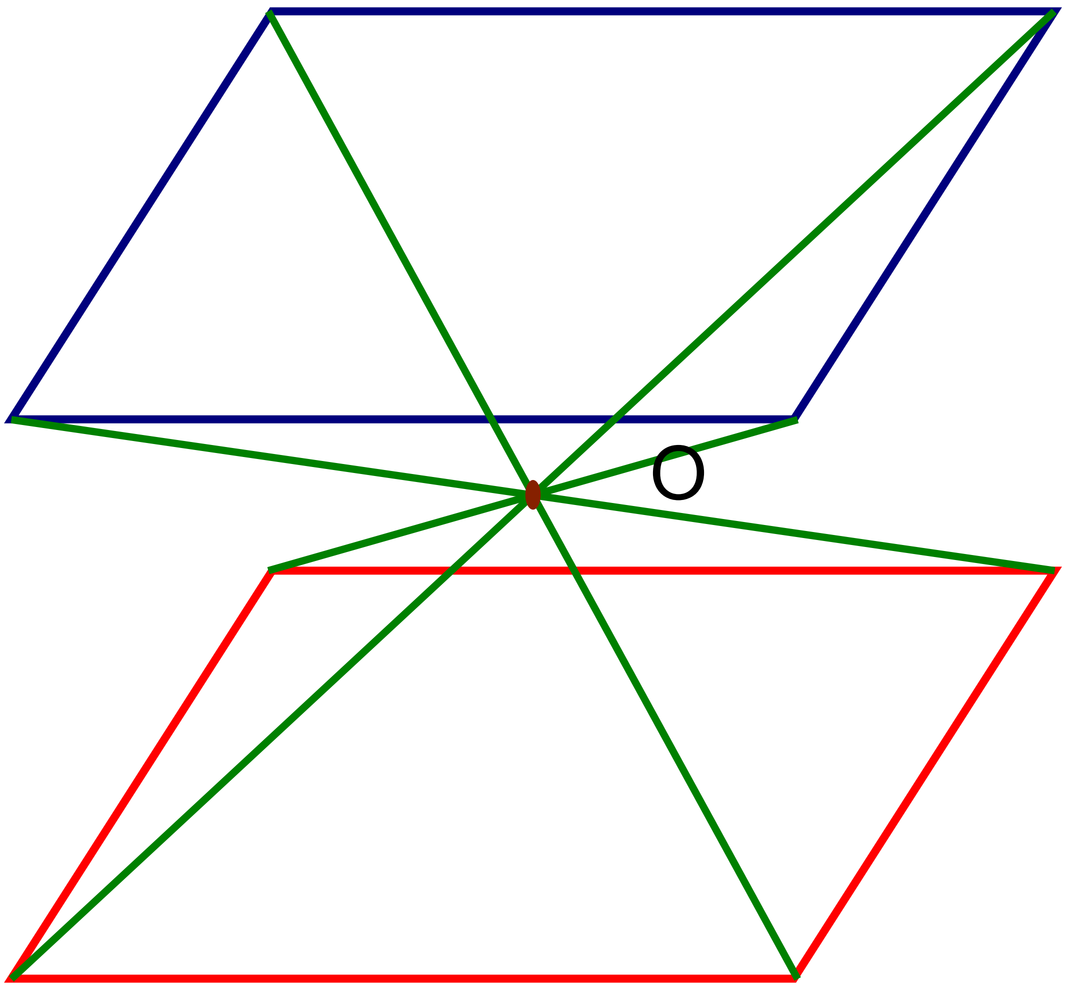
Центральная симметрии в прямоугольных трапециях:



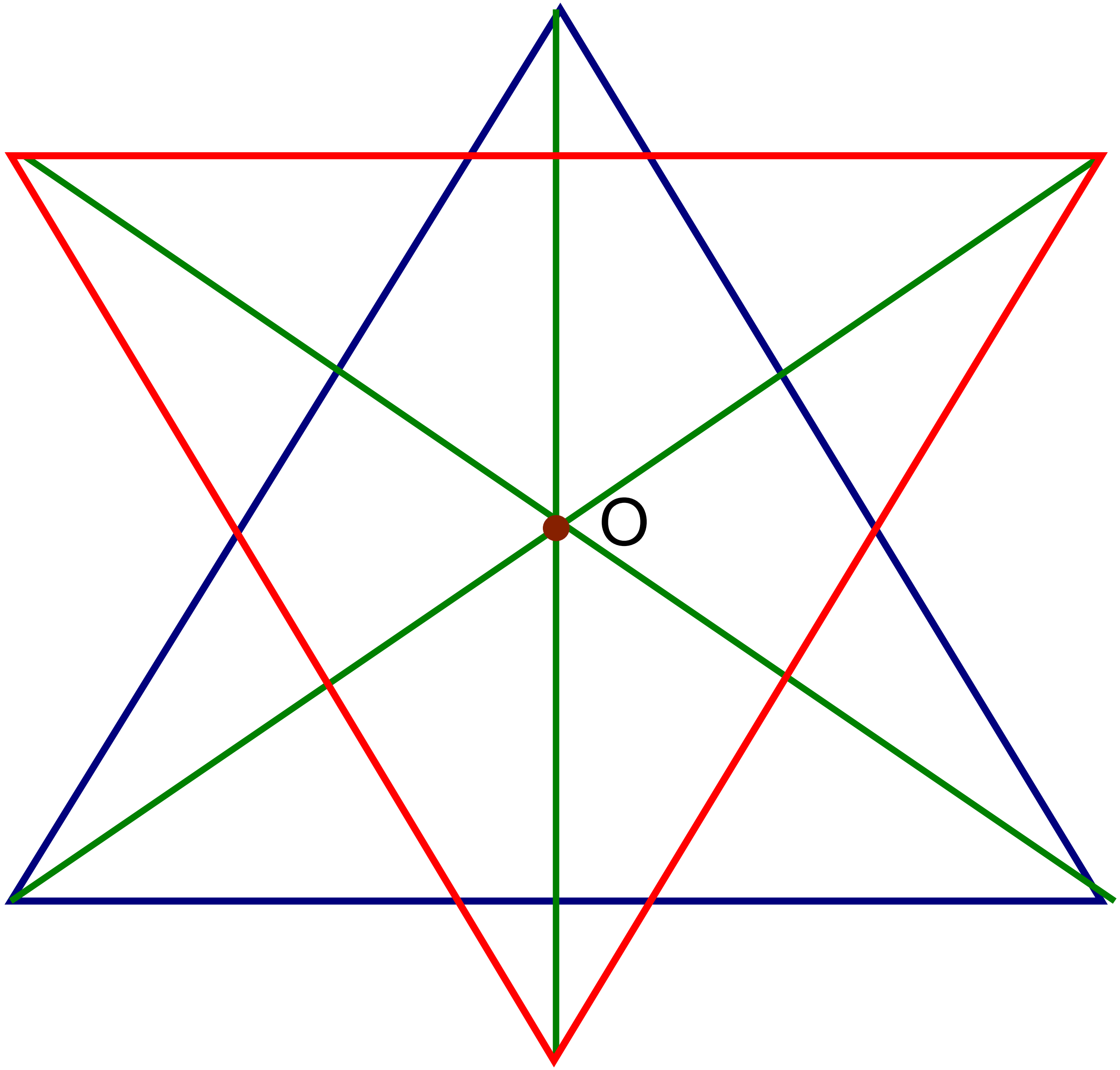
Центральная симметрия в квадратах:



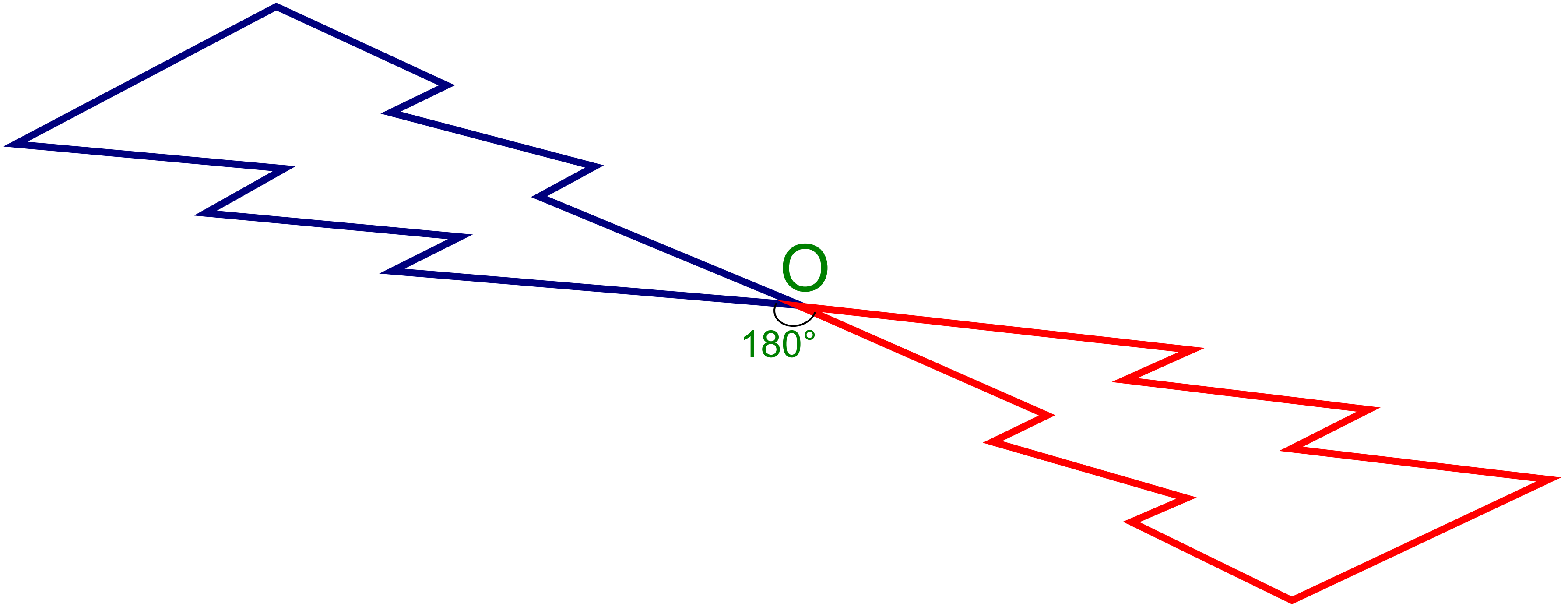
Центральная симметрия в параллелограммах:



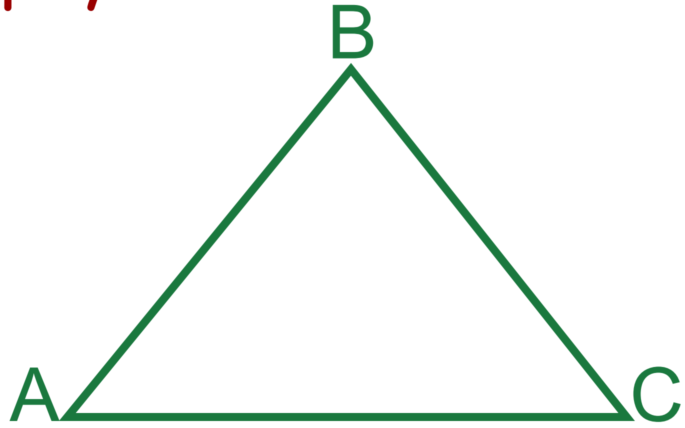
Центральная симметрия в шестиконечной звезде:



Точка О является центром симметрии, если при повороте вокруг точки О на 180° фигура переходит сама в себя.



Прямая также обладает центральной симметрией, однако в отличие от других фигур, которые имеют только один центр симметрии(точка О на рисунках), у прямой их бесконечно много - любая точка прямой является её центром симметрии. Примером фигуры, не имеющей центра симметрии, является треугольник.



Применение на практике:

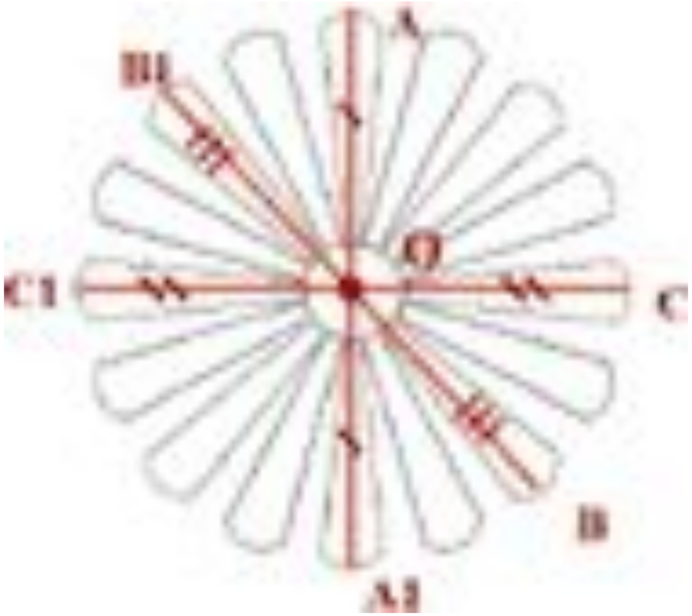
Примеры симметрии в растениях:

Вопрос о симметрии в растениях возник ещё в 5 веке до н. э. На явление симметрии в живой природе обратили внимание в Древней Греции пифагорейцы в связи с развитием ими учения о гармонии. В 19 веке появлялись отдельные работы, касающиеся этой темы. А в 1961 году как результат многовековых исследований, посвященных поиску красоты и гармонии окружающей нас природы, появилась наука **биосимметрика**.

Центральная симметрия характерна для различных плодов: голубика, черника, вишня, клюква. Рассмотрим разрез любой из этих ягод. В разрезе она представляет собой окружность, а окружность, как нам известно, имеет центр симметрии. Центральную симметрию можно наблюдать на изображении таких цветов как цветок одуванчика, цветок мать-и-мачехи, цветок кувшинки, сердцевина ромашки, а в некоторых случаях центральной симметрией обладает и изображение всего цветка ромашки. Её сердцевина представляет собой окружность, и поэтому центрально симметрична, так как мы знаем, что окружность имеет центр симметрии. Весь же цветок обладает центральной симметрией только в случае четного количества лепестков. В случае же нечетного количества лепестков, вспомните анютины глазки , он обладает только осевой.

Выводы:

- По нашим наблюдениям, в любом растении можно найти какую-то его часть, обладающую осевой или центральной симметрией. Это могут быть листья, цветы, стебли, стволы деревьев, плоды, и более мелкие части, такие как сердцевина цветка, пестик, тычинки и другие.
- Осевая симметрия присуща различным видам растений и грибам, и их частям.
- Центральная симметрия наиболее характерна для плодов растений и некоторых цветов.



Ромашка

Анютины глазки

Центральная симметрия в архитектуре:

Во второй половине XVIII - первой трети XIX века Петербург приобрёл воспетый А.С. Пушкиным “строгий, стройный вид”, который придала городу архитектура классицизма. Все здания, построенные в стиле классицизм, имеют четкие прямолинейные симметричные композиции. В начале XIX века по проекту А.Н. Воронихина было сооружено выдающееся произведение искусства – Казанский собор. Перед Казанским собором симметрично установлены памятники М.И. Кутузову и М.Б. Барклаю-де-Толли, полководцам, разгромившим армию Наполеона.

Примером современных зданий, построенных в середине XX века, является гостиница “Прибалтийская”. Симметричность, как видно из чертежа присутствует как в общей композиции, так и в каждой из трех его составляющих:средняя часть – арка с куполом и пикой на вершине, два боковых крыла гостиницы.

Выводы:

- Принципы симметрии являются основополагающими для любого архитектора, но вопрос о соотношении между симметрией и асимметрией каждый архитектор решает по-разному. Асимметричное в целом сооружение может являть собой гармоническую композицию симметричных элементов.
- Удачное решение определяется талантом зодчего, его художественным вкусом и его пониманием прекрасного. Прогуляйтесь по нашему городу и убедитесь, что удачных решений может быть очень много, но неизменным остается одно – стремление архитектора к гармонии, а это в той или иной степени связано с симметрией.

Казанский собор

Гостиница «Прибалтийская»

Центральная симметрия в зоологии:

Рассмотрим, как связаны животный мир и симметрия.

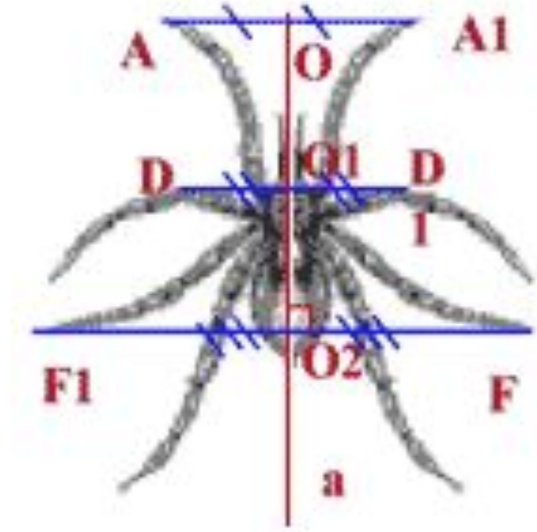
Центральная симметрия наиболее характерна для животных, ведущих подводный образ жизни.

А также есть пример асимметричных животных: инфузория-туфелька и амёба

Выводы:

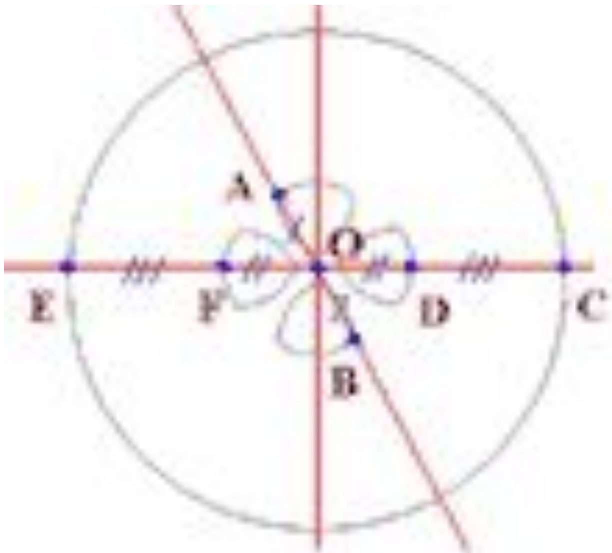
- Симметрию живого существа определяет направление его движения. Для живых существ, для которых ведущим направлением является направление движения "вперед", наиболее характерна осевая симметрия. Так как в этом направлении животные устремляются за пищей и в этом же спасаются от преследователей. А нарушение симметрии привело бы к торможению одной из сторон и превращению поступательного движения в круговое.
- Центральная симметрия чаще встречается в форме животных, обитающих под водой.
- Асимметрию можно наблюдать на примере простейших животных.

Лягушка



Паук

Бабочка



Медуза Аурелия

инфузория-туфелька и амёба

Центральная симметрия в транспорте:

Центральная симметрия не совместима с формой наземного и подземного транспорта. Причиной этого служит его направление движения. При рассмотрении вида сверху трамвая, электровоза, телеги, мы видим, что ось симметрии проходит вдоль направления движения. Таким образом, центральную симметрию следует искать в воздушном и подводном транспорте, т. е. в таких видах, где направления: вперед, назад, вправо, влево, – равноценны.

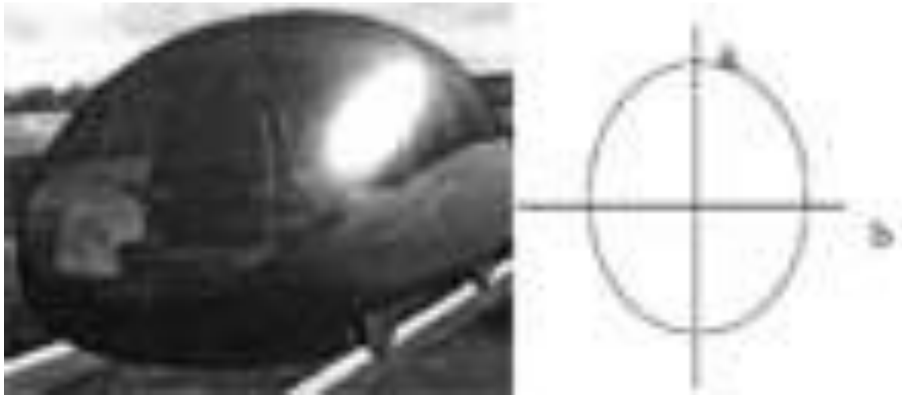
Один из таких видов транспорта – это воздушный шар.

Другой пример воздушного транспорта – это парашют. Ученые относят его изобретение еще к 13 веку. На нашем чертеже мы представили вид сверху воздушного шара. Отметим, что он аналогичен виду сверху парашюта. Как мы видим, эта фигура центрально симметрична. О – центр симметрии.

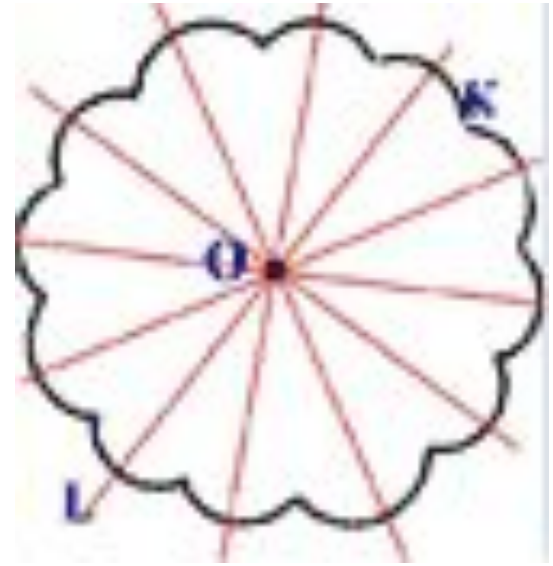
Дальнейшее развитие парашют получил в изобретении нашими учеными "надувного тормозного устройства". Оно предназначено для спуска грузов и человека с орбиты. Надувное тормозное устройство представляет собой эластичную оболочку, наполняемую в космосе. Она имеет гибкую теплозащиту и дополнительную надувную оболочку. На базе него предполагается конструирование и спасательных устройств, которые могут использоваться, например, при пожаре в многоэтажных домах. Вид сверху этого устройства представляет собой круг. А круг, как мы знаем, не только обладает осевой симметрией, но и центральной. Центр симметрии совпадает с центром круга.

Выводы:

- Вид сверху и вид спереди различных видов транспорта обладает либо центральной, либо осевой симметрией.
- Для наземного вида транспорта в большей степени характерна осевая симметрия. Причиной этого является направление его движения.
- Центральная симметрия чаще встречается в форме воздушного и подводного транспорта, для которого направления: вправо, влево, вперед, назад, – равноценны.
- Модели транспорта будущего в той же степени, что и модели настоящего и прошлого обладают различными видами.



Капсула поезда



Парашют (вид сверху)

Надувное тормозное устройство

А также с симметрией мы часто встречаемся в искусстве, архитектуре, технике, быту. В большинстве случаев симметричны относительно центра узоры на коврах, тканях, комнатных обоях.

Симметричны многие детали механизмов, например зубчатые колёса.

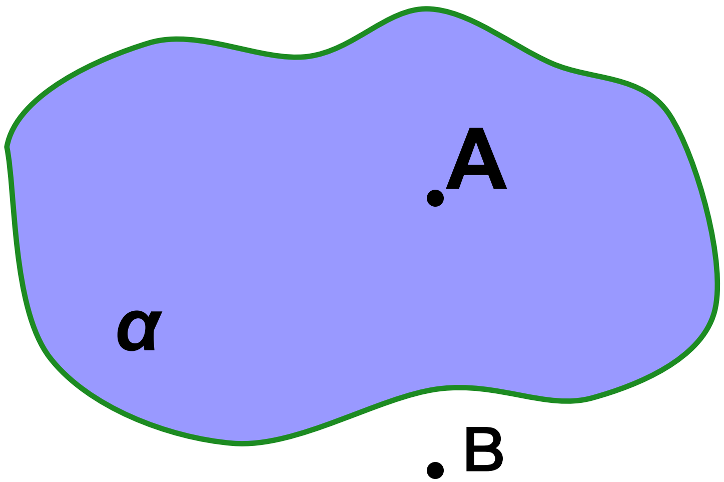
Аксиомы стереометрии и планиметрии

Подготовила: ученица X «А» класса Зацепина Екатерина.

Аксиомы стереометрии.

Аксиома 1(C_1):

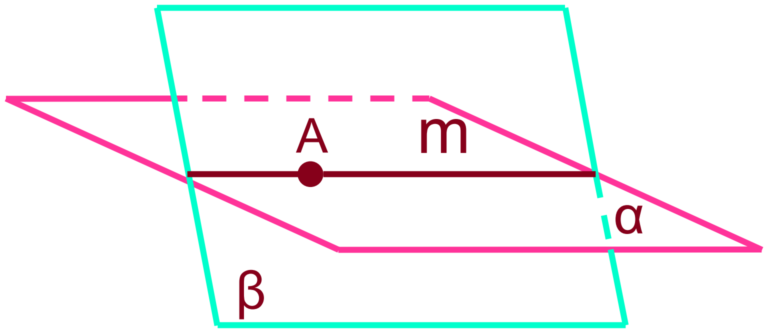
Какова бы ни была плоскость, существуют точки, принадлежащие этой плоскости, и точки, не принадлежащие ей.



$A \in \alpha$, $B \notin \alpha$

Аксиома 2(C_2):

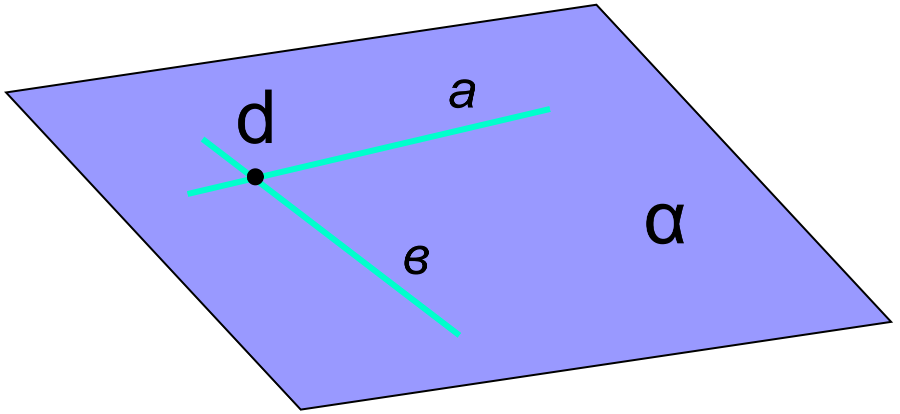
Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по одной прямой, проходящей через эту точку.



$$\left.\begin{array}{l} A \in \alpha \\ A \in \beta \end{array}\right\} \Rightarrow \alpha \cap \beta = m$$

Аксиома 3(C_3):

Если две различные прямые имеют общую точку, то через них можно провести плоскость, и притом только одну.



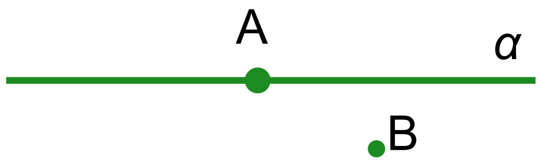
$a \cap b = d$

$a, b, d \in \alpha$

Аксиомы планиметрии.

Аксиома I:

Какова бы не была прямая, существуют точки, принадлежащие этой прямой, и точки, не принадлежащие ей. Через любые две точки можно провести прямую, и только одну.

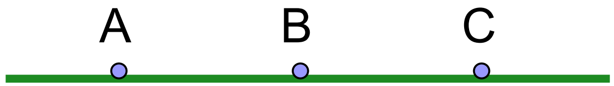


$A \in \alpha$, $B \notin \alpha$

A,B=α

Аксиома II:

Из трёх точек на прямой одна и только одна лежит между двумя другими.



Аксиома III:

Каждый отрезок имеет определённую длину, большую нуля. Длина отрезка равна сумме длин частей, на которые он разбивается любой его точкой.

$$|AB| > 0$$

Аксиома III:

Каждый отрезок имеет определённую длину, большую нуля. Длина отрезка равна сумме длин частей, на которые он разбивается любой его точкой.

AC + CB > 0

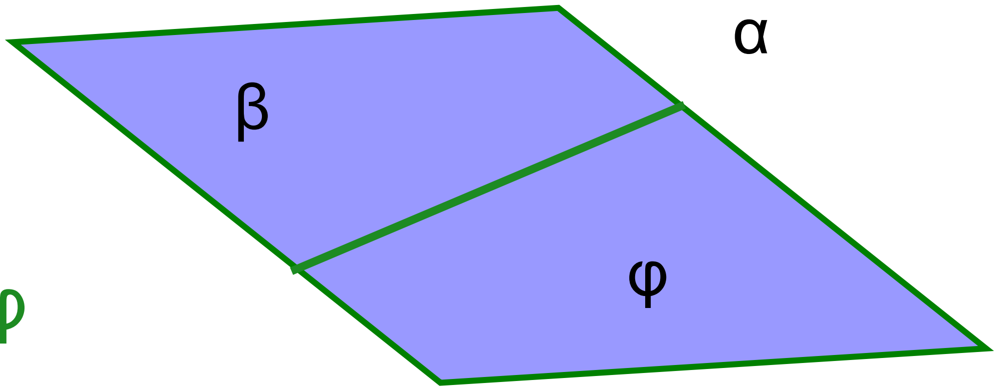
Аксиома III:

Каждый отрезок имеет определённую длину, большую нуля. Длина отрезка равна сумме длин частей, на которые он разбивается любой его точкой.

AC+CB > 0

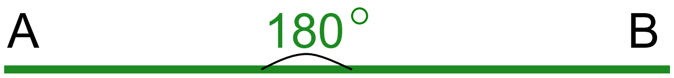
Аксиома IV:

Прямая, принадлежащая плоскости, разбивает эту плоскость на две полуплоскости: β и φ



Аксиома V:

Каждый угол имеет определённую градусную меру, большую нуля. Развёрнутый угол равен 180°. Градусная мера угла равна сумме, градусных мер углов,на которые он разбивается любым лучом, проходящим между его сторонами.



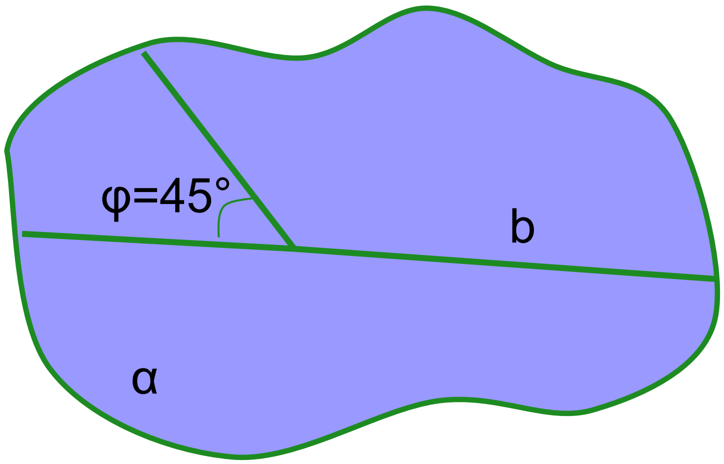
Аксиома VI:

На любой полупрямой от её начальной точки можно отложить отрезок заданной длины, и только один.

AB є α

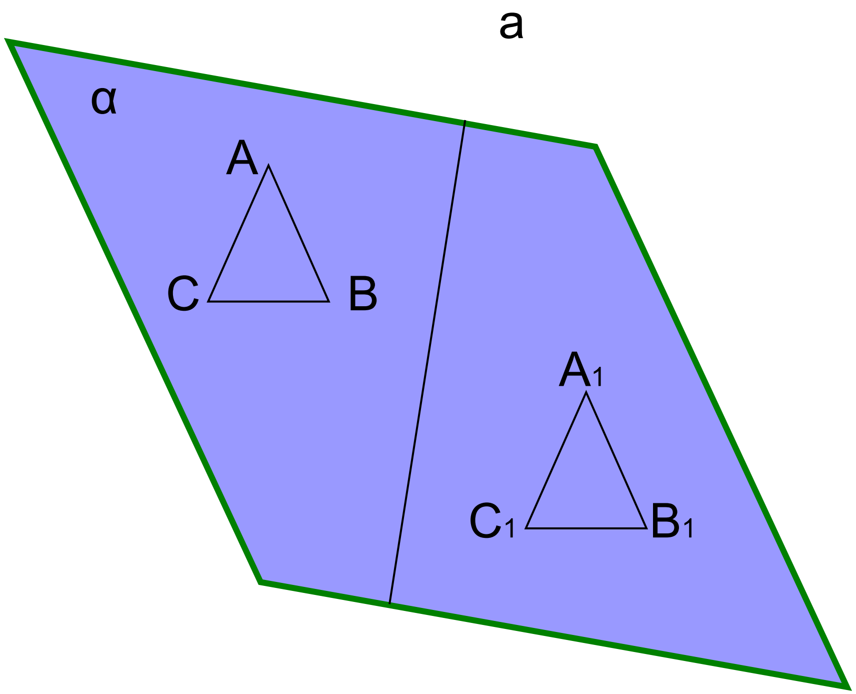
Аксиома VII:

От полупрямой на содержащей её плоскости в заданную полуплоскость можно отложить угол с заданной градусной мерой, меньшей 180, и только один. φ = 45°< 180°



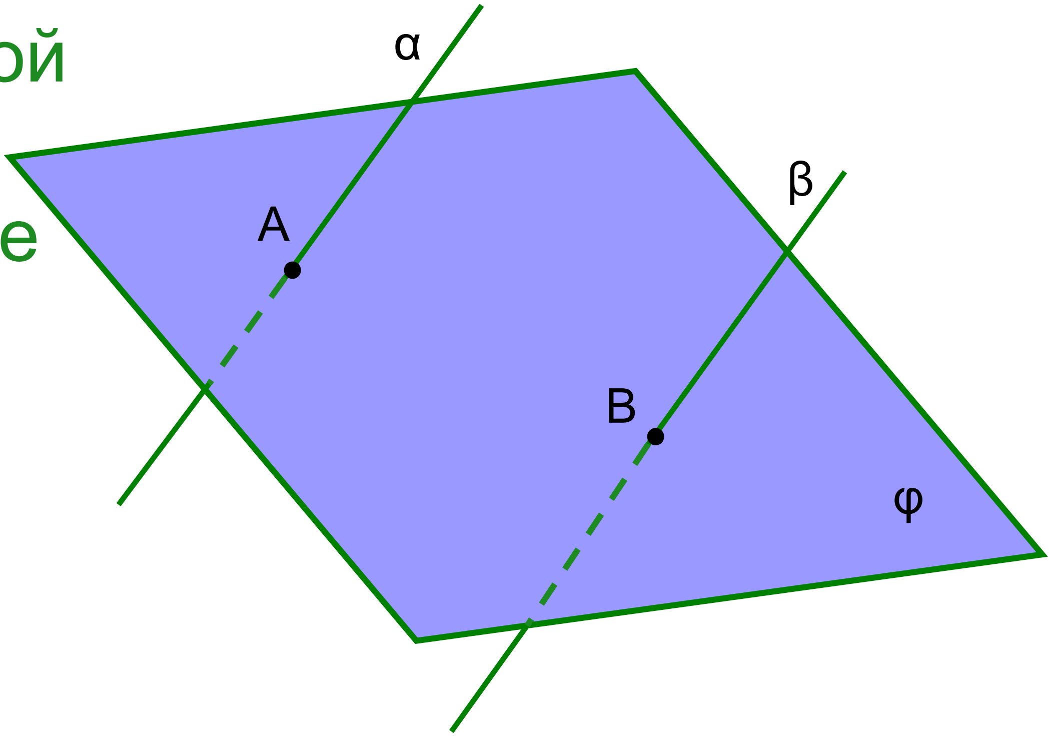
Аксиома VIII:

Каков бы ни был треугольник, существует равный ему треугольник в данной плоскости в заданном расположении относительно данной полупрямой в этой плоскости.



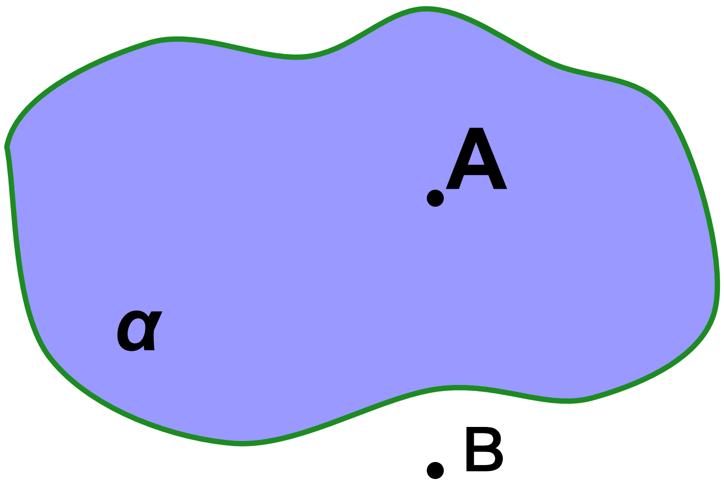
Аксиома IX:

На плоскости через данную точку, не лежащую на данной прямой, можно провести не более одной прямой, параллельной данной.



Аксиома 1(C_1):

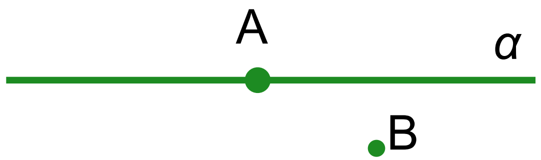
Какова бы ни была плоскость, существуют точки, принадлежащие этой плоскости, и точки, не принадлежащие ей.



$A \in \alpha$, $B \notin \alpha$

Аксиома I:

Какова бы не была прямая, существуют точки, принадлежащие этой прямой, и точки, не принадлежащие ей. Через любые две точки можно провести прямую, и только одну.



$A \in \alpha\ ,\ B \notin \alpha$

A,B=α