



Длина окружности

Учитель математики Спицына Татьяна Дмитриевна
МБОУ ТСОШ № 1 имени А.А.Мезенцева, Таксимо,
Республика Бурятия

Дайте названия линиям и
точкам

ОКРУЖНОСТЬ

ЦЕНТР ОКРУЖНОСТИ

радиус (r)


диаметр (d)


Точка окружности

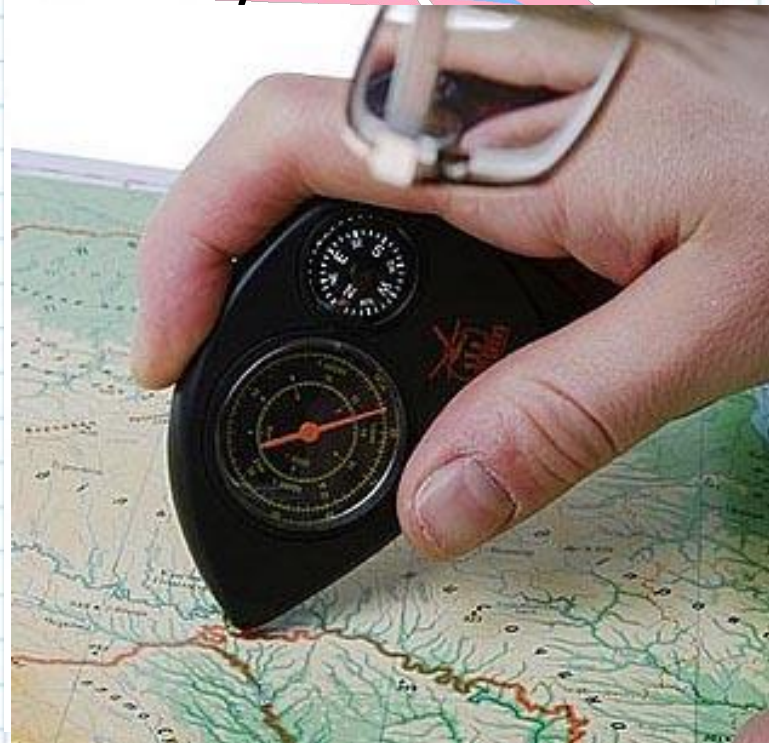
Какой формулой
связаны радиус и диаметр?

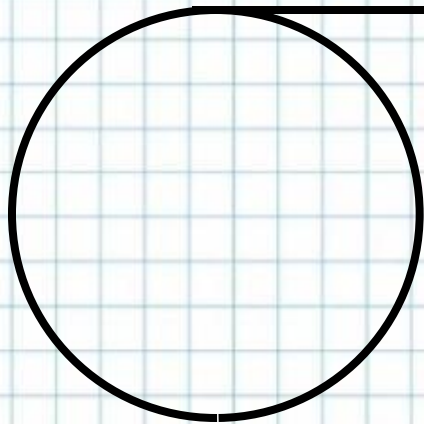
$$d = 2r$$

Длину отрезка можно измерить с помощью линейки, длину ломаной можно найти, измерив её звенья и сложив их длины. С помощью специального прибора для измерения длин кривых линий - курвиметра можно измерить и длину окружности.

 А как вы думаете: каким образом измерить длину окружности без этого прибора?

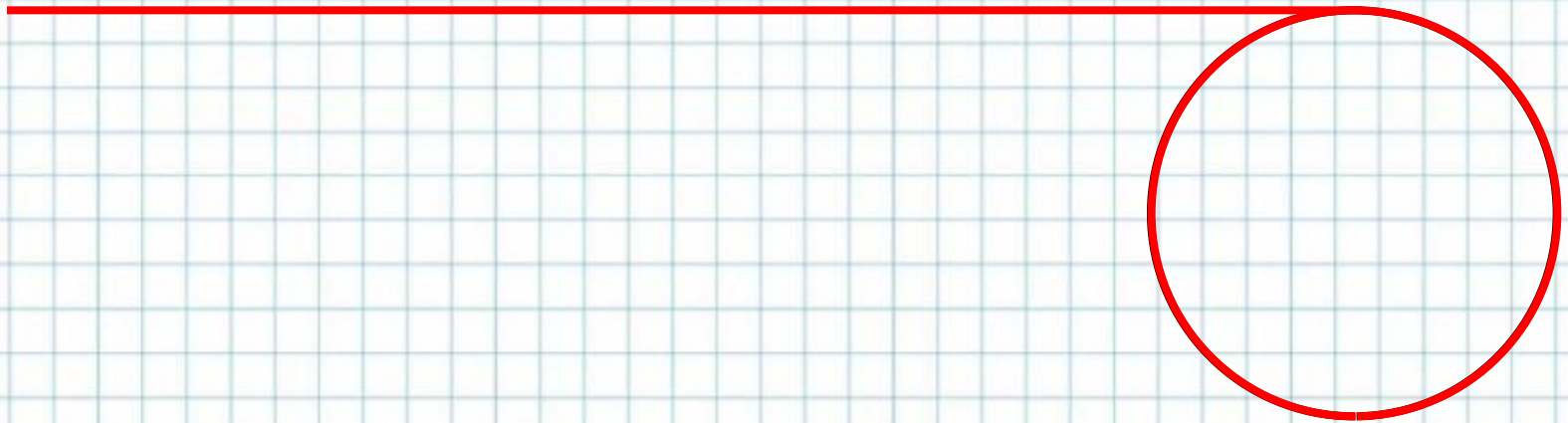




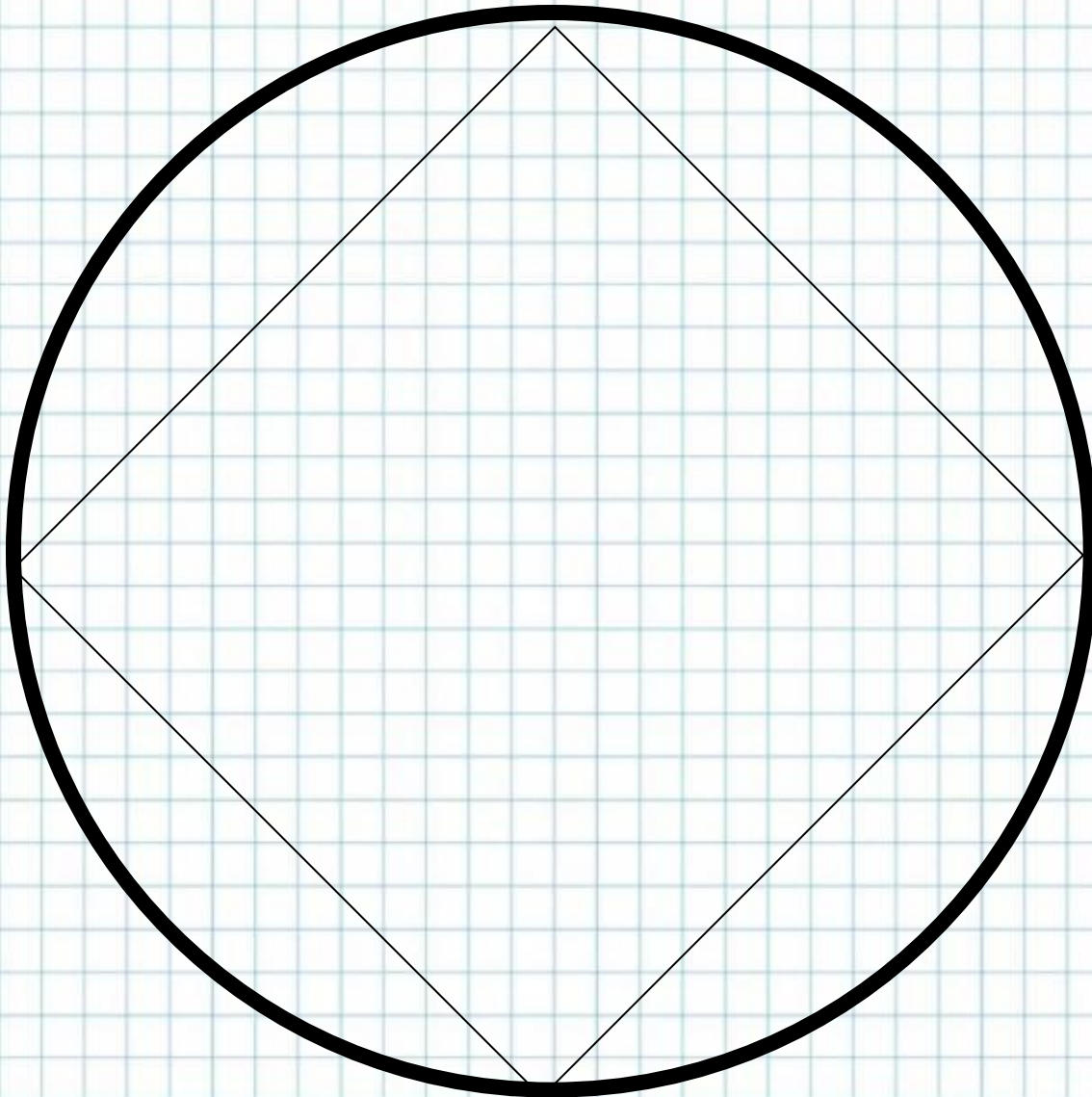


Представим. Что мы разрезаем окружность и «распрямляем» ее в нить.

Длина получившегося в этом случае отрезка и есть длина окружности.

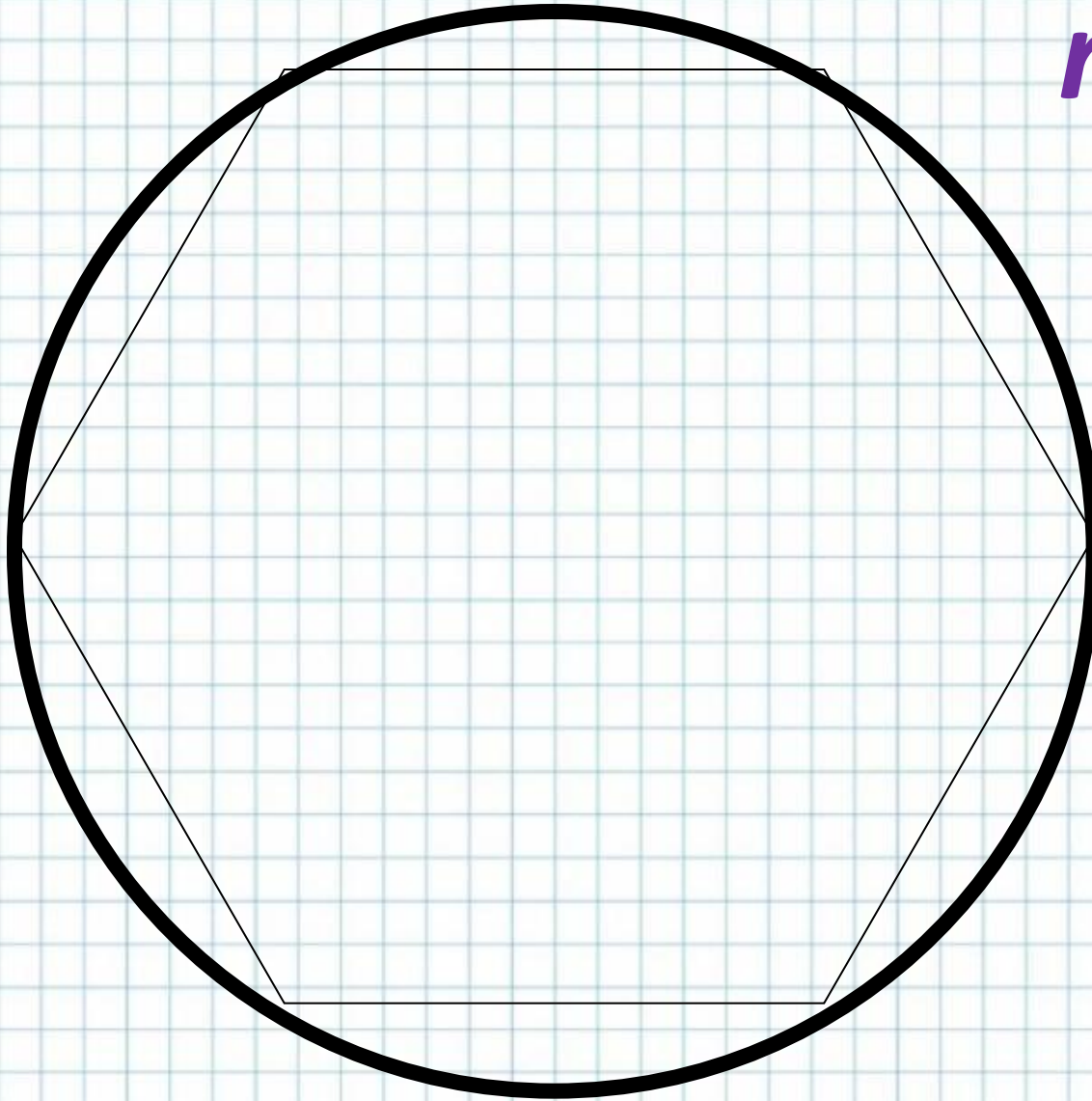


Длина окружности обозначается буквой
С

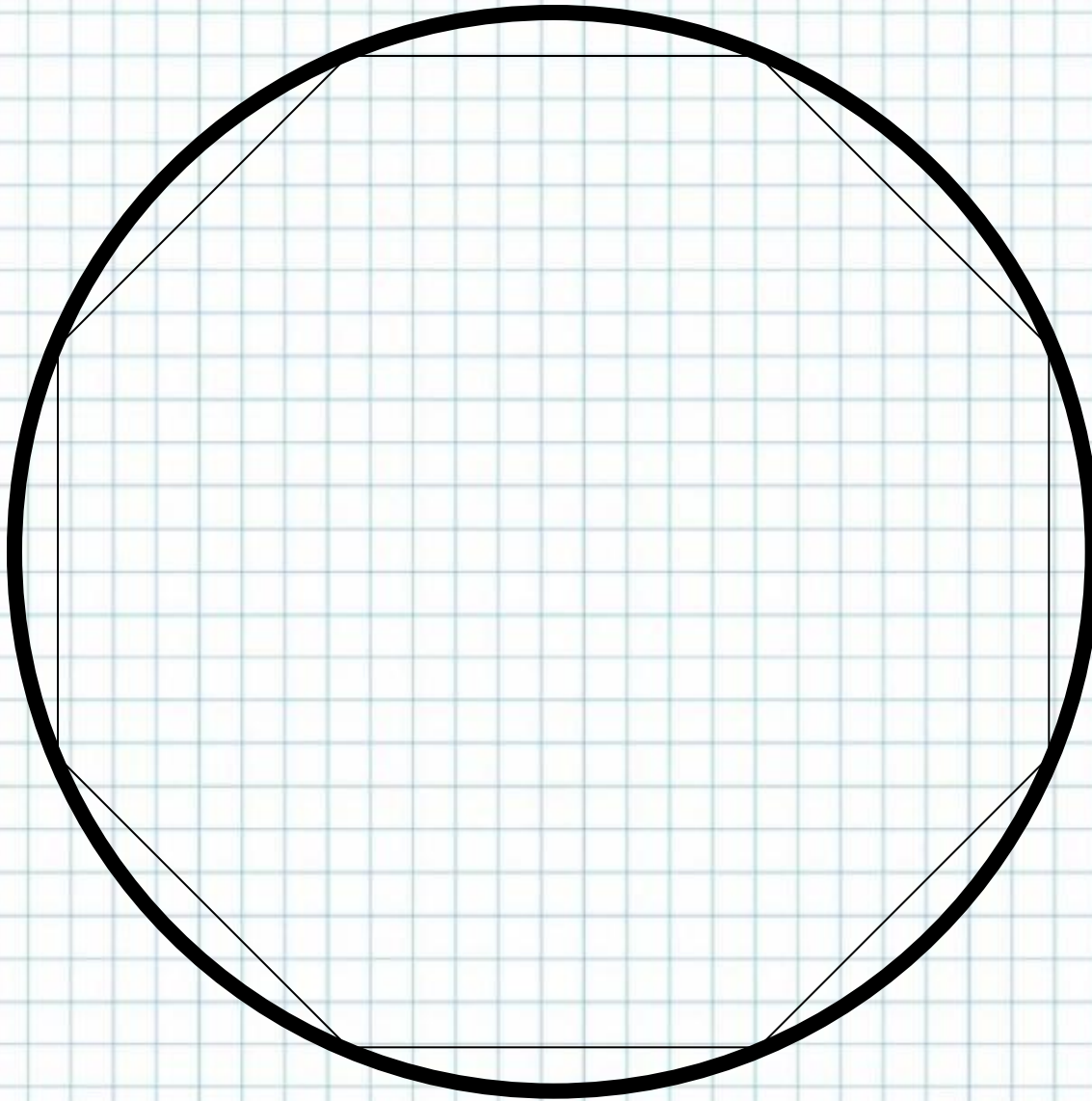


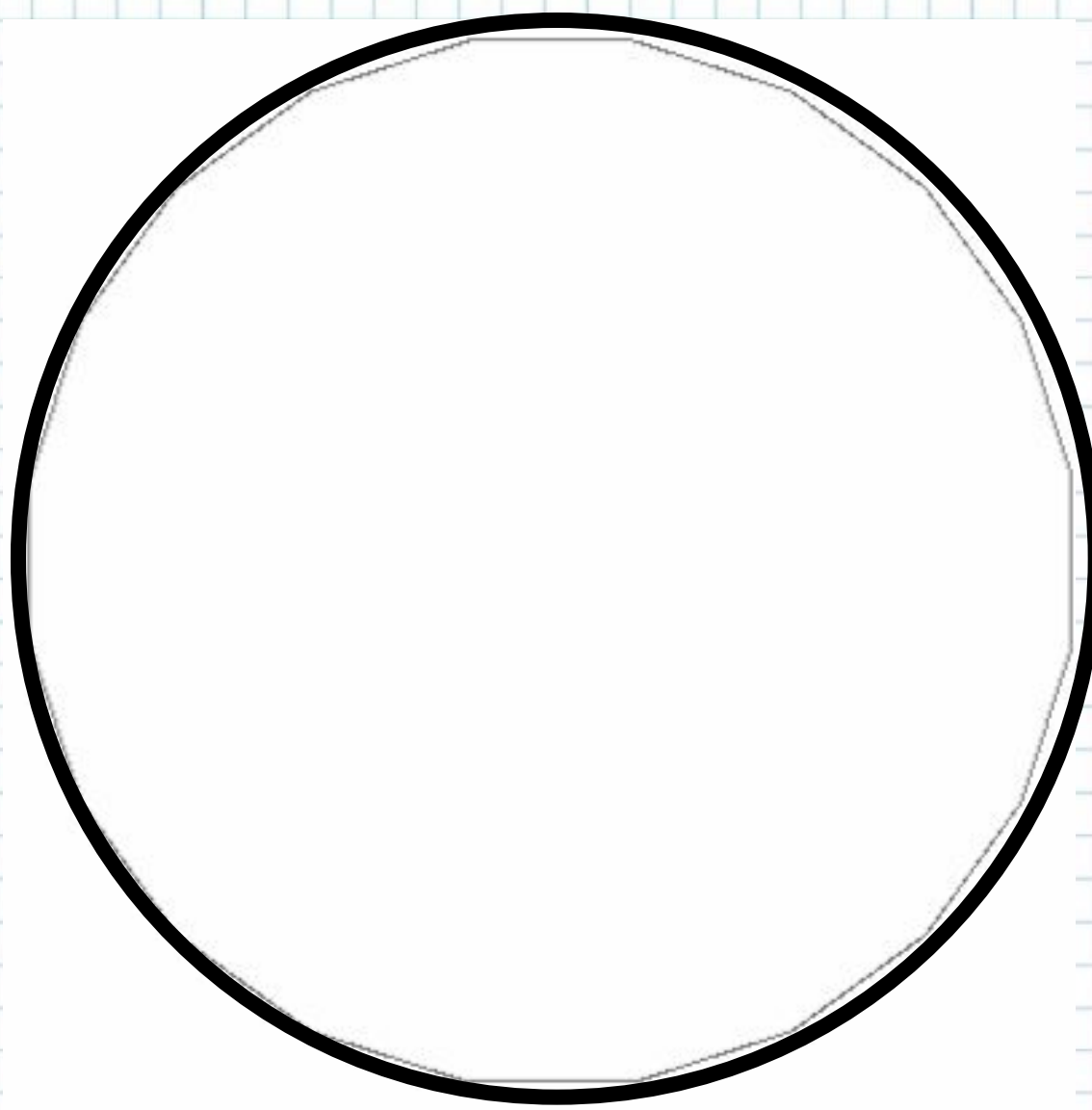
$n = 4$

$n = 6$



$n = 8$





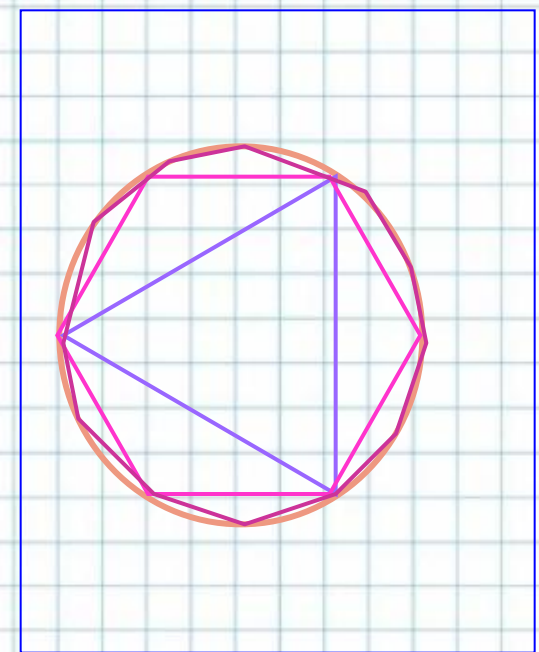
$$n \rightarrow \infty$$

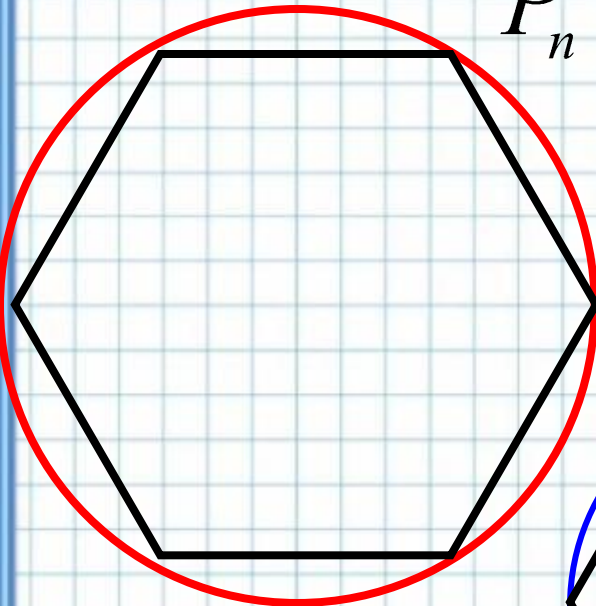
$$P_n \rightarrow C$$

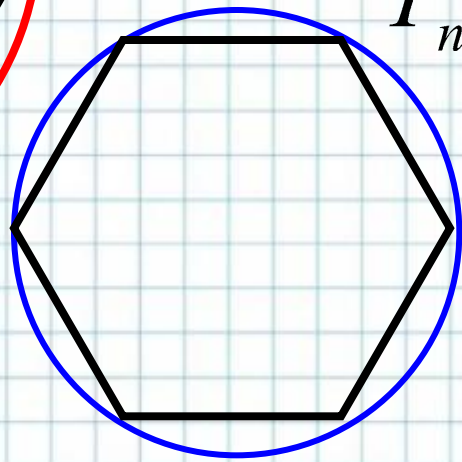
Периметр любого вписанного в окружность многоугольника

является приближённым значением
длины окружности.

- При увеличении числа сторон правильный многоугольник всё ближе и ближе «прилегает» к окружности.
- *Длина окружности – это предел*, к которому стремится периметр правильного вписанного многоугольника при неограниченном увеличении числа его сторон.




$$P'_n = n \cdot 2R' \sin \frac{180^\circ}{n}$$

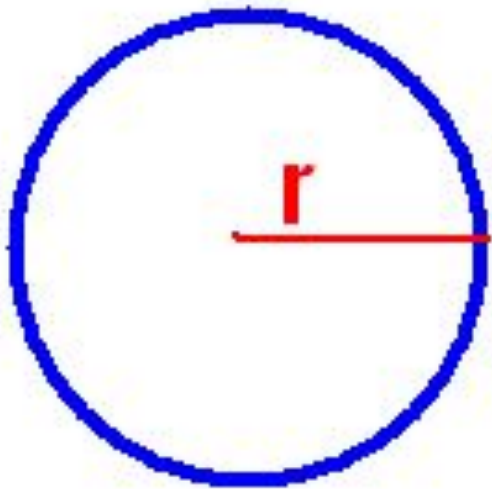

$$P_n = n \cdot 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$$

$$\frac{P_n}{P'_n} = \frac{2R}{2R'}$$


$$\frac{P_n}{P'_n} = \frac{2R}{2R'} \quad \longrightarrow \quad \frac{C}{C'} = \frac{2R}{2R'}$$

$$\downarrow$$
$$\frac{C}{2R} = \frac{C'}{2R'}$$

$$\frac{C}{2R} = \pi$$



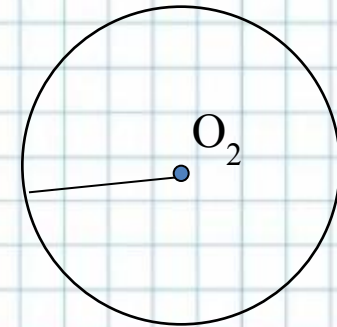
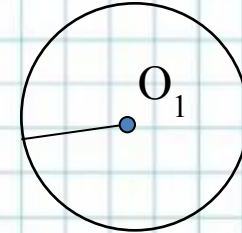
$$C = \pi d$$

$$C = 2\pi r$$

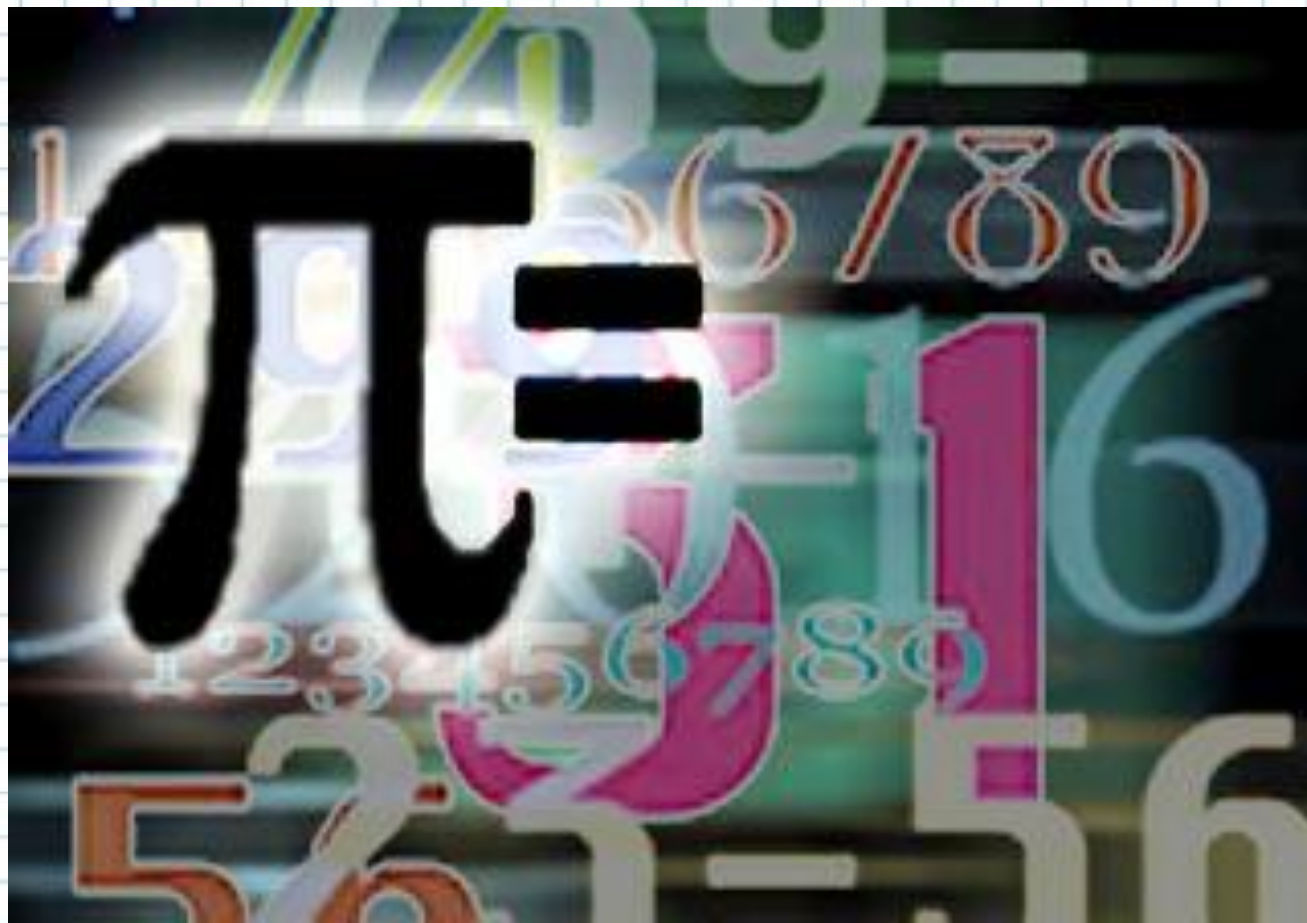
СВОЙСТВО ДЛИНЫ ОКРУЖНОСТИ.


- *Отношение длины окружности к её диаметру есть одно и то же число для всех окружностей.*

$$\frac{C_1}{2R_1} = \frac{C_2}{2R_2}.$$



Число π




$$\pi = \frac{22}{7} \approx 3,14159265358$$
$$9793238462643 \dots$$

$$\pi \approx 3,14$$



Обозначение буквой π ввёл в употребление в 17 веке великий математик **Леонард Эйлер**.

π

Обозначение числа происходит от первой буквы греческого слова **периферия**, что означает "**окружность**".

Чаще всего используется его значение, равное 3,14.

Более точное значение, равное **3,1416** легко запомнить по фразе: "**Что я знаю о кругах**". Здесь число букв в каждом слове дает соответствующую цифру в записи значения числа.

Есть и другие фразы для запоминания числа π :

3,14159265358979323846

«Это я знаю и помню прекрасно:

Пи многие знаки мне лишни, напрасны.

Доверимся знаньям громадным

Тех, пи кто сосчитал, цифр армаду»;

«Вот я знаю я число, именуемое Пи»; 3,141592

А есть и стихотворения, например:

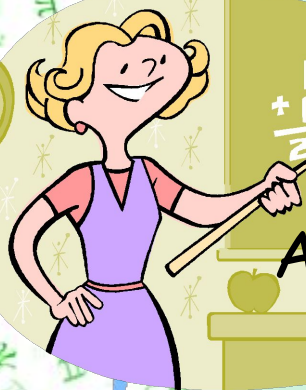
Чтобы нам не ошибаться,

надо правильно прочесть:

три, четырнадцать, пятнадцать,

девяносто два и шесть!

3,1415926



- Из древнеегипетских и вавилонских источников известно, что потребности того времени вполне удовлетворяло число, равное трем. Позже римляне принимали π равное $3,12$.
- В Древнем Египте π считали равным $256/81=3,1604\dots$
- В истории математики известно, что первое вычисление на основе строгих теоретических рассуждений было выполнено выдающимся математиком древности Архимедом.
- Архимед (ок.287-212 г.г. до н.э.) жил в г. Сиракузы на о. Сицилия. Погиб от рук римского воина. Перед гибелью Архимед сказал воину: «Не тронь мои круги!». В своем труде «Об измерении круга» он доказал, что π находится между числами $3\frac{1}{7}$ и $3\frac{1}{4}$, т.е. $3,1408 < \pi < 3,1429$.
- Идеи Архимеда почти на два тысячелетия опередили свое время. Значение числа π , вычисленное им, многие годы удовлетворяло практическим расчетам людей.



- Вычислением числа π занимались в более поздние века многие знаменитые математики.
- Французский математик Франсуа Виет вычислил в 1579 году π с 9 знаками.
- Голландский математик Лудольф Ван Цейлен в 1596 г. публикует результат своего десятилетнего труда – число π , вычисленное с 32 знаками.
- Леонард Эйлер (1707-1783) – ученый необычайной широты интересов и творческой продуктивности, автор свыше 800 работ по математическому анализу, дифференциальной геометрии, теории чисел, приближенным вычислениям, небесной механике, математической физике, оптике, баллистике, кораблестроению, теории музыки. 1736 г ввел число π для отношения длины окружности к длине ее диаметра.
- Постепенно увеличивая точность значений, в течение XVIII-XX веков нашли его значение с огромной точностью до 808 десятичных знаков.



Запомнить знаки π человечество пытается уже давно. Но как уложить в память бесконечность? Любимый вопрос мнемонистов-профессионалов. Разработано множество уникальных теорий и приёмов освоения огромного количества информации. Многие из них опробованы на π .

Мировой рекорд, установленный в прошлом столетии в Германии = **40 000** знаков. Российский рекорд значений числа π 1 декабря 2003 года в Челябинске установил Александр Беляев. За полтора часа с небольшими перерывами на школьной доске Александр написал **2500** цифр числа π .

Мировой рекорд по запоминанию знаков числа π принадлежит японцу **Акира Харагути** (Akira Haraguchi). Он запомнил число π до **100-тысячного знака** после запятой.

Ему понадобилось почти 16 часов, чтобы назвать всё число целиком (на запоминание ушло 10 лет).




510 знаков после запятой:

$\pi \approx 3,141$ 592 653 589 793 238 462 643 383 279 502 884 197
169 399 375 105 820 974 944 592 307 816 406 286 208 998 628 034
825 342 117 067 982 148 086 513 282 306 647 093 844 609 550 582
231 725 359 408 128 481 117 450 284 102 701 938 521 105 559 644
622 948 954 930 381 964 428 810 975 665 933 446 128 475 648 233
786 783 165 271 201 909 145 648 566 923 460 348 610 454 326 648
213 393 607 260 249 141 273 724 587 006 606 315 588 174 881 520
920 962 829 254 091 715 364 367 892 590 360 011 330 530 548 820
466 521 384 146 951 941 511 609 433 057 270 365 759 591 953 092
186 117 381 932 611 793 105 118 548 074 462 379 962 749 567 351
885 752 724 891 227 938 183 011 949 129 833 673 362...

Сто миллионов знаков после запятой

3,1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923078164062862089986280348253421170679821480865132823066
470938446095505822317253594081284811745028410270193852110555964462294895493038196442881097566593344612847564823378678316527
120190914564856692346034861045432648213393607260249141273724587006606315588174881520920962829254091715364367892590360011330
530548820466521384146951941511609433057270365759591953092186117381932611793105118548074462379962749567351885752724891227938
183011949129833673362440656643086021394946395224731907021798609437027705392171762931767523846748184676694051320005681271452
635608277857713427577896091736371787214684409012249534301465495853710507922796892589235420199561121290219608640344181598136
297747713099605187072113499999983729780499510597317328160963185950244594553469083026425223082533446850352619311881710100031
378387528865875332083814206171776691473035982534904287554687311595628638823537875937519577818577805321712268066130019278766
111959092164201989380952572010654858632788659361533818279682303019520353018529689957736225994138912497217752834791315155748
572424541506959508295331168617278558890750983817546374649393192550604009277016711390098488240128583616035637076601047101819
429555961989467678374494482553797747268471040475346462080466842590694912933136770289891521047521620569660240580381501935112
533824300355876402474964732639141992726042699227967823547816360093417216412199245863150302861829745557067498385054945885869
269956909272107975093029553211653449872027559602364806654991198818347977535663698074265425278625518184175746728909777727938
00081647060016145249192173217214772350141441973568548161361157352552133475741849468438523239073941433345477624168625189835
694855620992192221842725502542568876717904946016534668049886272327917860857843838279679766814541009538837863609506800642251
252051173929848960841284886269456042419652850222106611863067442786220391949450471237137869609563643719172874677646575739624
138908658326459958133904780275900994657640789512694683983525957098258226205224894077267194782684826014769909026401363944374
553050682034962524517493996514314298091906592509372216964615157098583874105978859597729754989301617539284681382686838689427
741559918559252459539594310499725246808459872736446958486538367362226260991246080512438843904512441365497627807977156914359
977001296160894416948685558484063534220722258284886481584560285060168427394522674676788952521385225499546667278239864565961
163548862305774564980355936345681743241125150760694794510965960940252288797108931456691368672287489405601015033086179286809
208747609178249385890097149096759852613655497818931297848216829989487226588048575640142704775551323796414515237462343645428
584447952658678210511413547357395231134271661021359695362314429524849371871101457654035902799344037420073105785390621983874
478084784896833214457138687519435064302184531910484810053706146806749192781911979399520614196634287544406437451237181921799
983910159195618146751426912397489409071864942319615679452080951465502252316038819301420937621378559566389377870830390697920
773467221825625996615014215030680384477345492026054146659252014974428507325186660021324340881907104863317346496514539057962
685610055081066587969981635747363840525714591028970641401109712062804390397595156771577004203378699360072305587631763594218
731251471205329281918261861258673215791984148488291644706095752706957220917567116722910981690915280173506712748583222871835
209353965725121083579151369882091444210067510334671103141267111369908658516398315019701651511685171437657618351556508849099
898599823873455283316355076479185358932261854896321329330898570642046752590709154814165498594616371802709819943099244889575
712828905923233260972997120844335732654893823911932597463667305836041428138830320382490375898524374417029132765618093773444
030707469211201913020330380197621101100449293215160842444859637669838952286847831235526582131449576857262433441893039686426
243410773226978028073189154411010446823252716201052652272111660396



Теперь известно, что число π иррациональное, может быть представлено в виде бесконечной непериодической десятичной дроби.

С помощью компьютера число π вычислено с точностью до миллиона знаков, но это представляет скорее технический, чем научный интерес...

Существует даже праздник числа π !

Неофициальный праздник «День числа π » отмечается **14 марта**, которое в американском формате дат (месяц/день) записывается как 3.14, что соответствует приближённому значению числа π . Ещё одной датой, связанной с числом π , является **22 июля**, которое называется «Днём приближённого числа π », так как в европейском формате дат этот день записывается как 22/7, а значение этой дроби является приближённым значением числа π .



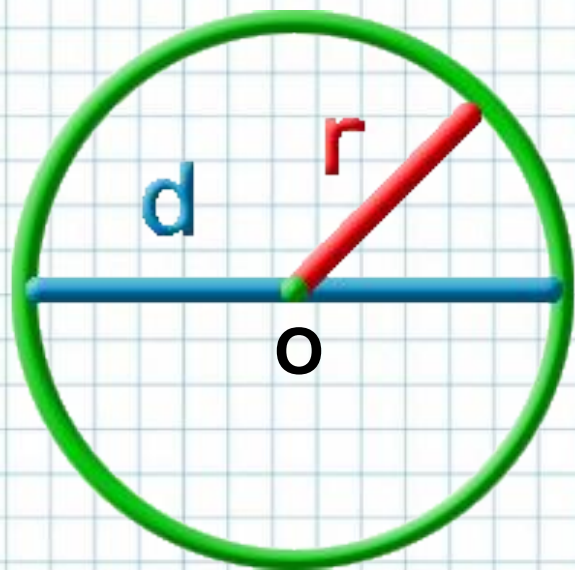


В Сиэтле (США) существует памятник числу 77, который находится на ступенях перед зданием Музея искусств

ПОРЕШАЕМ

!!!
Задачи по теме
«Длина
окружности»

Теоретические сведения



O – центр окружности
r- радиус окружности
d- диаметр окружности
C – длина окружности

$$C = 2\pi r$$

Задача:

- 1) вычислить длину окружности, если ее диаметр равен 6 см
- 2) вычислить длину окружности, если ее радиус равен 4 см

$$C = \pi D$$

$$C = 2\pi R$$

$$\pi \approx 3,14$$

Решение:

1)

$$C = \pi D$$

$$D = 6 \text{ см}$$

$$C = 3,14 \cdot 6 = 18,84 \text{ (см)}$$

Ответ: длина окружности 18,84 см

2)

$$C = 2\pi R$$

$$R = 4 \text{ см}$$

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 = 25,12 \text{ (см)}$$

Ответ: длина окружности 25,12 см

Задача:

Длина окружности цирковой арены равна 41 м. Найдите диаметр арены цирка

$$C = \pi D$$

$$C = 2\pi R$$

$$\pi \approx 3,14$$

Решение:

$$C = \pi D$$

$$C = 41 \text{ м} \quad \pi = 3,14$$

$$41 = 3,14 \cdot D$$

$$D = 41 : 3,14$$

$$D = 4100 : 314$$

$$D = 13 \text{ (м)}$$

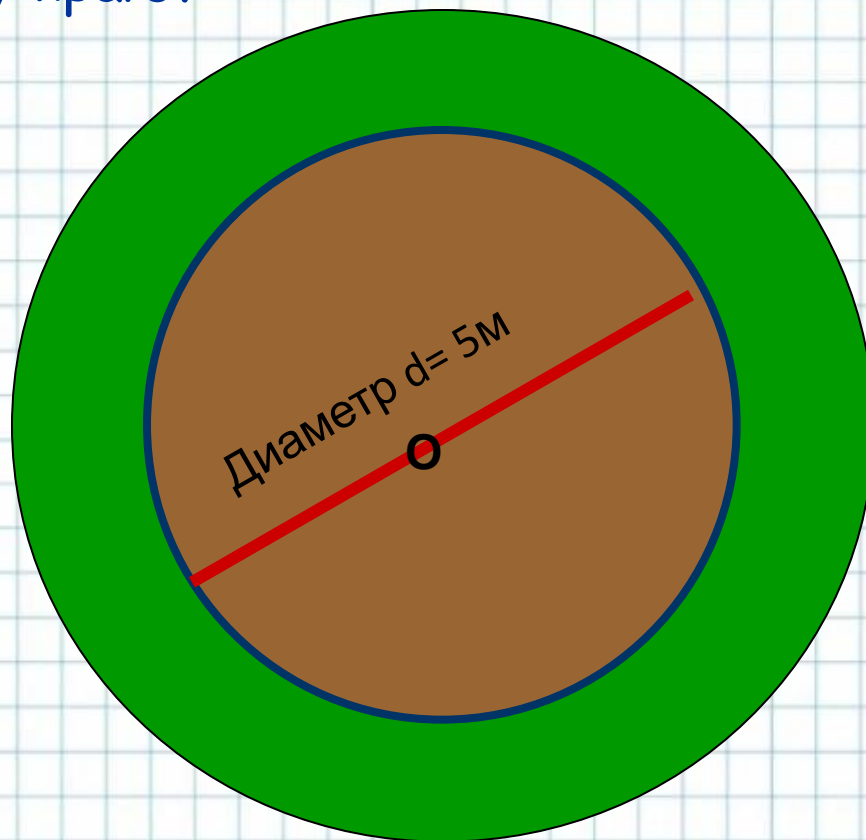
Ответ: диаметр цирковой арены равен **13 м**

Цветочная клумба имеет форму круга, диаметр которого 5м. Эту клумбу нужно обнести дерном. Какой длины полосу дерна нужно подготовить, если длину полоски считать по внутреннему краю?

$$C = \pi D$$

$$\pi \approx 3,14$$

$$C = 2\pi R$$



Длина окружности - C ?

Решение:

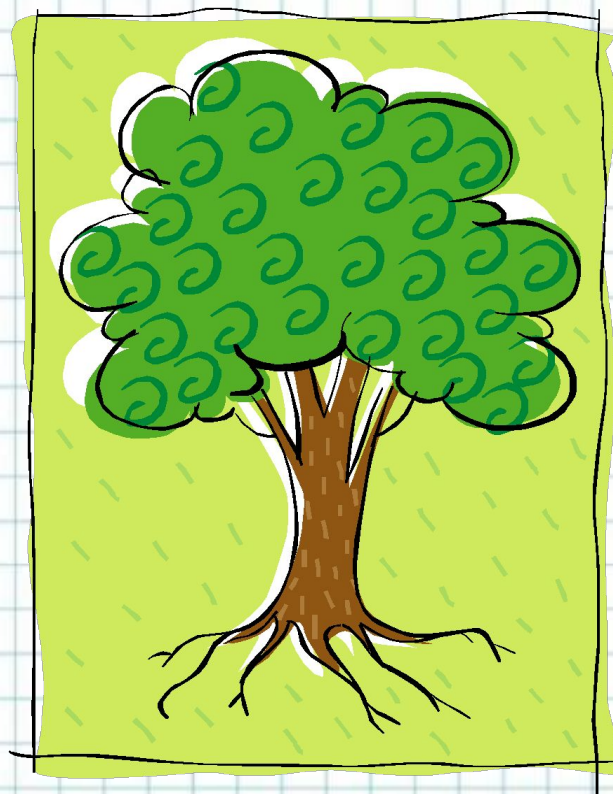
$$C = \pi D$$

$$\pi \approx 3,14$$

$$C = 3,14 \cdot 5 = 15,7 \text{ (м)}$$

Ответ: длина полосы дерна равна **15,7 м**

Ныне самым старым деревом является гигантский кипарис, который растет в одном из сел Южной Мексики. Диаметр ствола этого дерева 16 м. 28 человек, взявшись за руки, еле могут обхватить его. Вычисли длину обхвата дерева.



Решите задачу



$C=0,03$
 $d=0,01$
 $S=0,000075$

подсказка

ОТВЕТ

Решение

$0,35 * 6 = 2,1$ (км) прошел кот за 6 часов

$2,1 : 70 = 0,03$ (км) длина 1 круга

Из формулы длины окружности найдем радиус

$r=0,03:6 = 0,005$ (км)

$d= 2 * 0,005=0,01$ (км)

$S=3*0,000025=0,000075$ (кв.км)



Отлитый в 1735 г. Царь колокол, хранящийся в Московском Кремле, имеет диаметр основания 6,6 м. Вычислите длину окружности основания Царь-колокола.

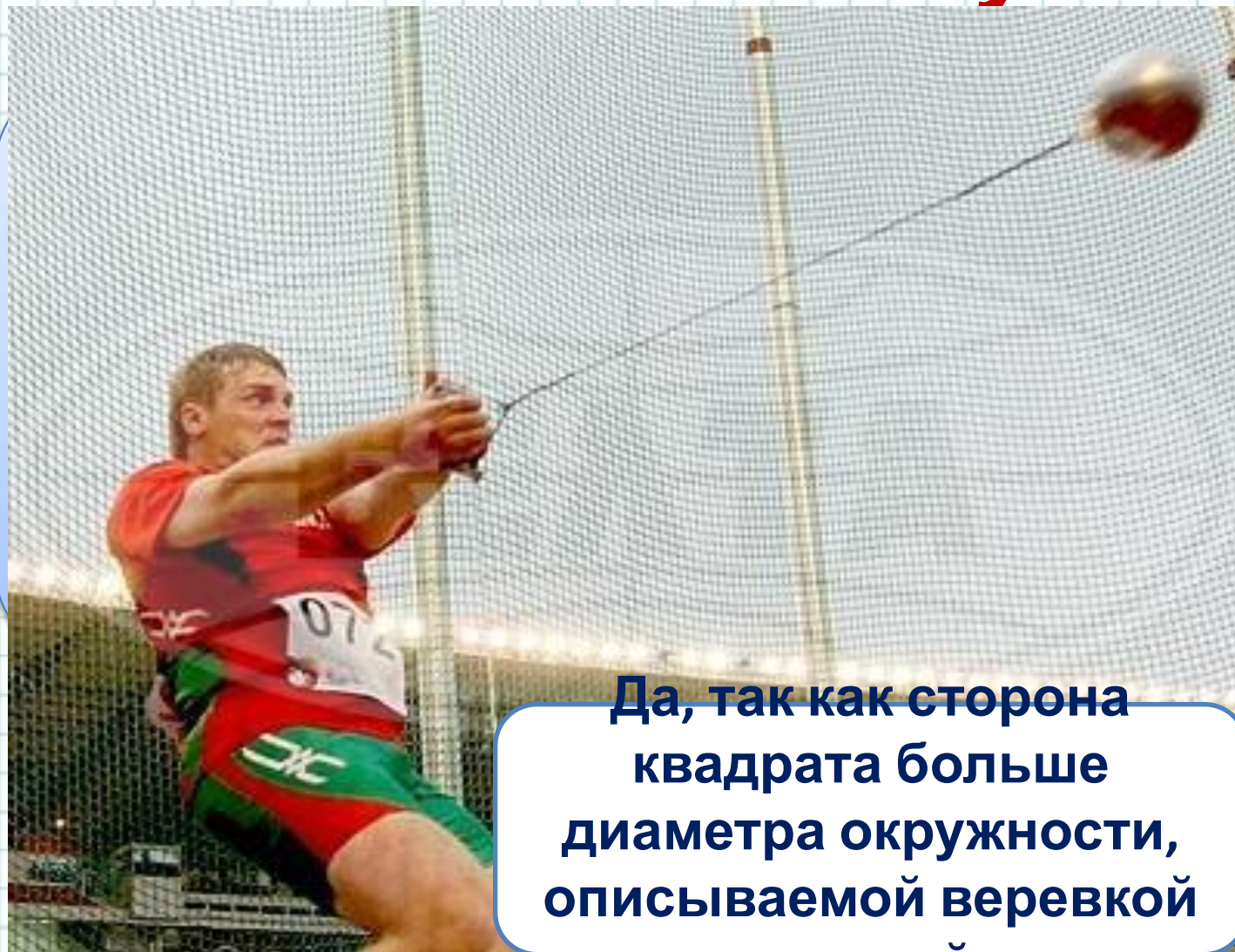
Диаметр колеса обозрения «Глаз Лондона» равен 135 м (рис. 96). Какой путь делает каждая из его гондол за один оборот вокруг центра колеса?

(Кстати, лондонское колесо обозрения самое большое в Европе. А слово «гондола» означает «кабина», а вообще гондолами называют особые лодки, в которых передвигаются жители Венеции по их улицам-рекам).



рис. 96

Решите задачу



Да, так как сторона квадрата больше диаметра окружности, описываемой веревкой и рукой



Решите задачу



0,3



Решите задачу

На побережье Средиземного моря растёт



3338,6 м

ИЛИ

3,3 км

Задача

(О Тунгусском метеорите, 1908 г.)

Диаметр опалённой площади тайги от взрыва Тунгусского метеорита равен примерно 38 км. Какова длина полосы тайги, которая пострадала от метеорита?



Древнегреческий математик
Архимед установил, что
длина окружности
относится к длине
диаметра приблизительно
как 22:7.

Найдите длину
окружности, диаметр
которой 4,2 дм.



Вообразите, что вы обошли землю по экватору. На сколько при этом верхушка вашей головы прошла более длинный путь, чем кончик вашей ноги?

• Решение.

- 1) Ноги прошли путь $2\pi R$, где R радиус земного шара.
- 2) Верхушка головы - $2\pi (R + 1,7)$, где 1,7м рост человека.
- 3) Разность путей равна $2\pi (R + 1,7) - 2\pi R = 2\pi \cdot 1,7 = 10,7\text{м.}$

Итак голова прошла путь на 10,7 м больше, чем ноги.

• **Ответ: 10,7
М.**



Если обтянуть земной шар по экватору проволокой и затем прибавить к её длине 1м, то сможет ли между проволокой и землёй проскочить мышь.

Обычно отвечают, что промежуток будет тоньше волоса.

- **Решение.** Пусть длина промежутка x см. Если R радиус земли, то длина проволоки была $2\pi R$ см, а станет $2\pi (R + x)$ см.

А по условию задачи их разность равна 100 см.

Уравнение.

$$\begin{aligned}2\pi(R + x) - 2\pi R &= 100, \\2\pi x &= 100, \\x &= \frac{100}{2\pi}, \\x &\approx 16 \text{ см.}\end{aligned}$$

- **Ответ:** 16 см.

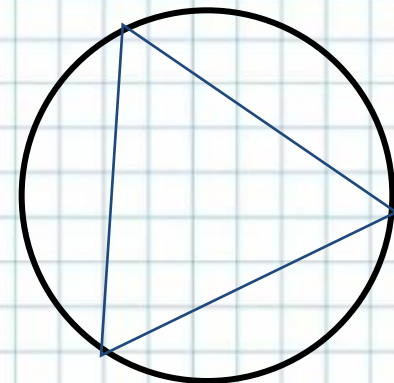
Найти длину окружности описанной около правильного треугольника со стороной a .

- Выразите R через a .

$$a = R\sqrt{3} \Rightarrow R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Подставьте в формулу длины окружности.

$$C = 2\pi R = 2\pi \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{2\pi a\sqrt{3}}{3}.$$



Найти длину окружности описанной около
равнобедренного треугольника с основанием a и
стороной b

- Дано: $\triangle ABC$ – равнобедренный,
вписан в $O(O; R)$; $AB=AC=b$, $BC=a$.

• Найти: S .

• Решение. 1)

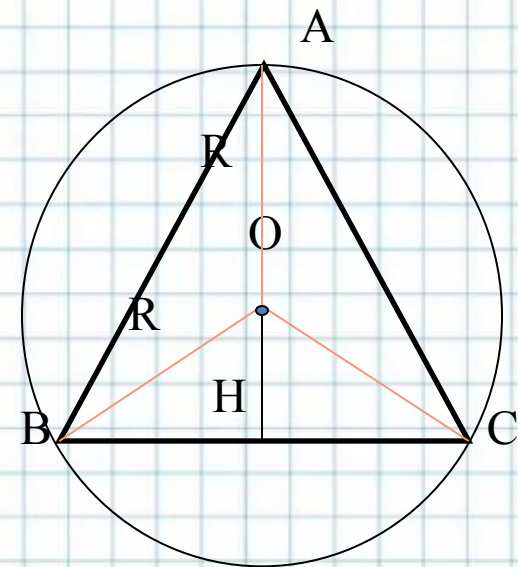
$O \in AH$, где $AH \perp BC$.

2) $BH = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a$.

3) Из $\triangle ABH$: $AH^2 = AB^2 - BH^2 = b^2 - \frac{a^2}{4}$.

4) Так как $AO=R$, то $OH =$

$$AH - AO = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}} - R = \frac{1}{2}\sqrt{4b^2 - a^2} - R.$$



Найти длину окружности описанной около равнобедренного треугольника с основанием a и боковой стороной b .

5) Из $\triangle BON$: $BO^2 = ON^2 + BN^2 = R^2 =$

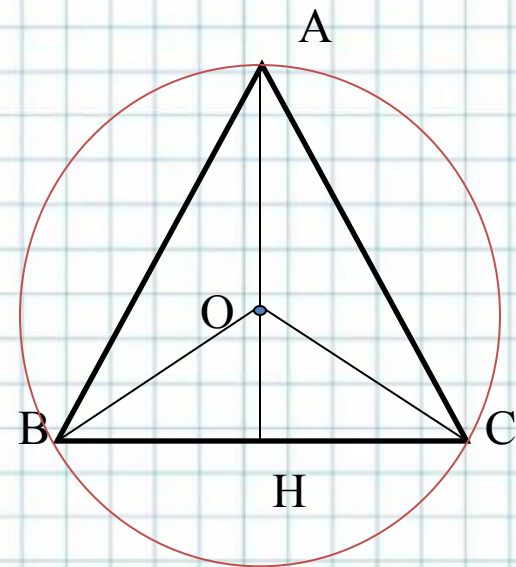
$$\left(\frac{1}{2}\sqrt{4b^2 - a^2} - R\right)^2 + \frac{1}{4}a^2,$$

$$R^2 = \frac{1}{4}(4b^2 - a^2) - R\sqrt{4b^2 - a^2} + R^2 + \frac{1}{4}a^2,$$

$$R\sqrt{4b^2 - a^2} = b^2 \Rightarrow R = \frac{b^2}{\sqrt{4b^2 - a^2}},$$

6) $C = 2\pi R = \frac{2\pi b^2}{\sqrt{4b^2 - a^2}}.$

• Ответ: $\frac{2\pi b^2}{\sqrt{4b^2 - a^2}}.$

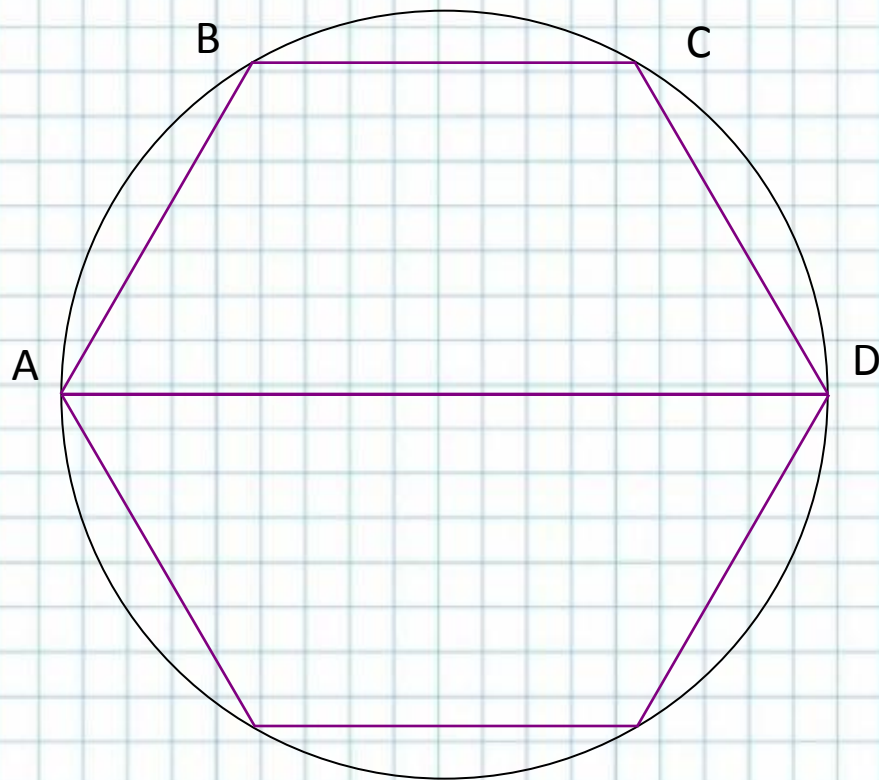


Дана равнобедренная трапеция со сторонами $2a$, a , a ,
 a . Найти длину окружности, описанной около
трапеции

- Дано: $ABCD$ – трапеция,
 $AB=BC=CD=a$, $AD=2a$.
Окр(O ; R) описанная
около окружности.

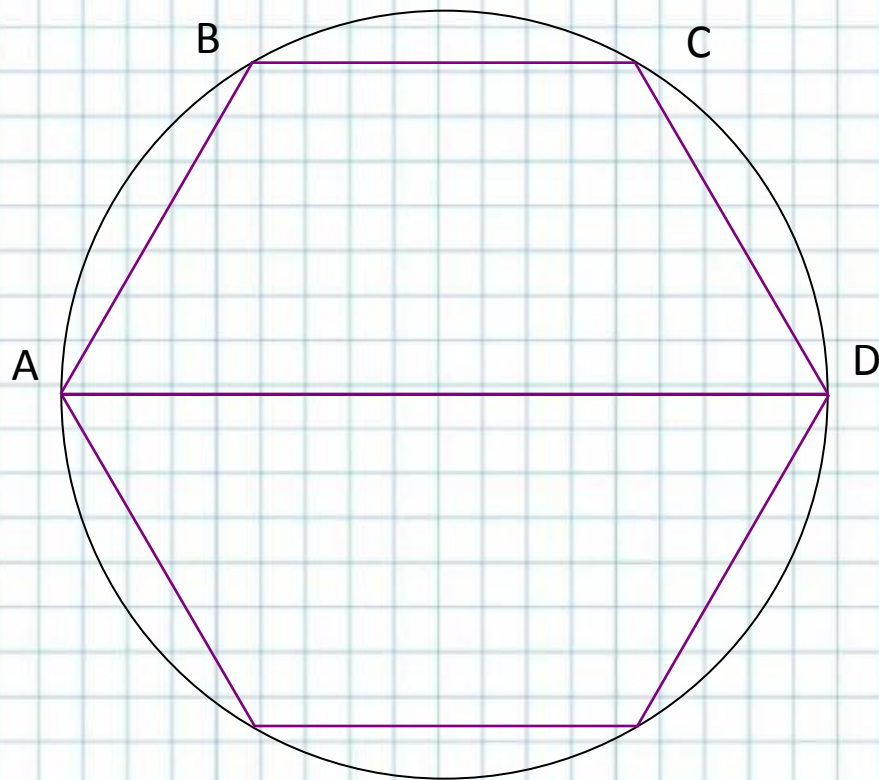
- Найти: Длину
- Решение.

1) Достроим трапецию
 $ABCD$ до правильного
шестиугольника. Тогда
окружность описанная
около шестиугольника
будет описана и около
трапеции.



2) Так как шестиугольник правильный, то радиус описанной окружности равен стороне. А значит $C=2\pi R=2\pi a$.

• **Ответ:**
 $2\pi a$.



Архимед в III в. до н.э. обосновал в своей небольшой работе "Измерение круга" три положения:

- всякий круг равновелик прямоугольному треугольнику, катеты которого соответственно равны длине окружности и её радиусу;
- площади круга относятся к квадрату, построенному на диаметре, как 11 к 14;
- отношение любой окружности к её диаметру меньше $3 \frac{1}{7}$ и больше $3 \frac{10}{71}$.

$$\pi \approx 3,1419\dots$$



В первой половине XV в. обсерватории Улугбека, возле Самарканда, астроном и математик ал-Каши вычислил "пи" с 16 десятичными знаками. Он сделал 27 удвоений числа сторон многоугольников и дошёл до многоугольника, имеющего $3 \cdot 2^{28}$ углов. Ал-Каши произвёл уникальные расчёты, которые были нужны для составления таблицы синусов с шагом в 1'. Эти таблицы сыграли важную роль в астрономии.

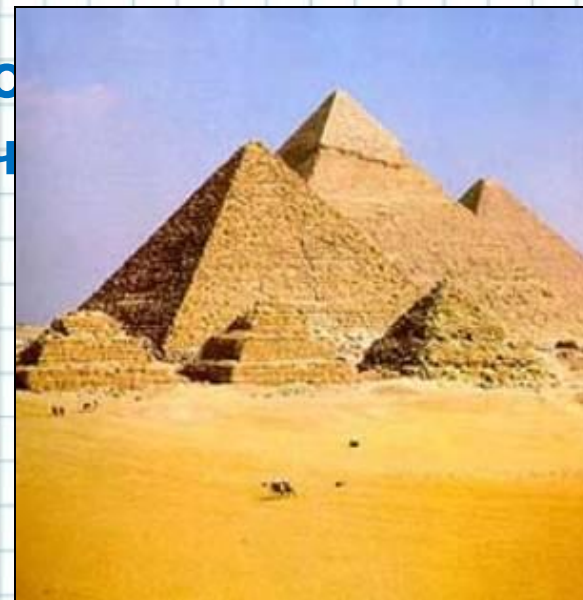
Только через 250 лет после ал-Каши его результат был превзойдён.



Интересные факты

Отношение длины основания Великой Пирамиды к ее высоте, разделенное пополам, дает знаменитое число "пи" .

Возможно, оно намеренно зашифровано в размерах Пирамиды Хеопса, причём более точным значением, чем его знал великий Архимед, живший позже на 2000 лет!



Интересные факты



Лидером по тупым законам по праву может считаться Американский штат Индиана. Там наряду с законами запрещающими носить усы людям часто прибегающим к поцелуям, продавать молоко в винных магазинах и перекрашивать в другой цвет птиц и животных, действует закон о том, что на территории штата число π. следует считать равным 4

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

