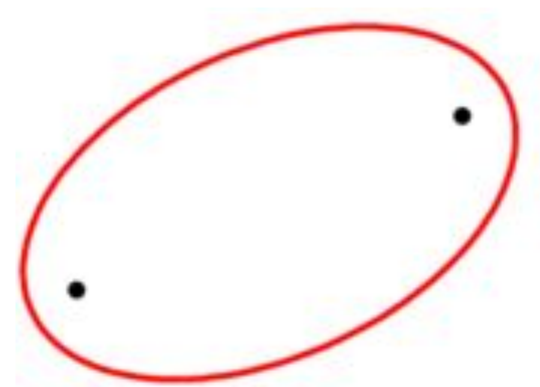
Презентация на тему: Парабола и ее свойства

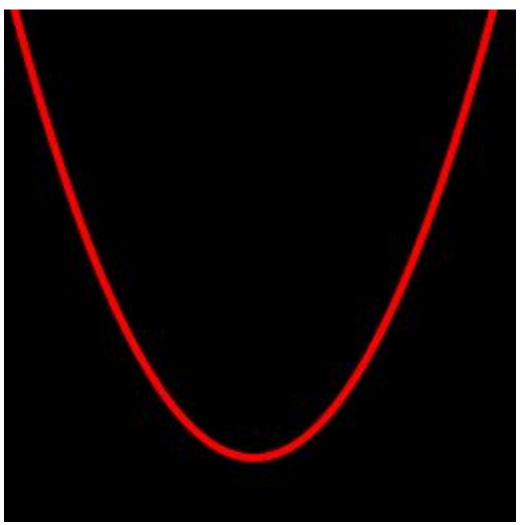
Выполнил:
Ученик 10 б класса
Гречкин Ярослав
Учитель Шамсутдинова Р.Р.
Школа №80 2008

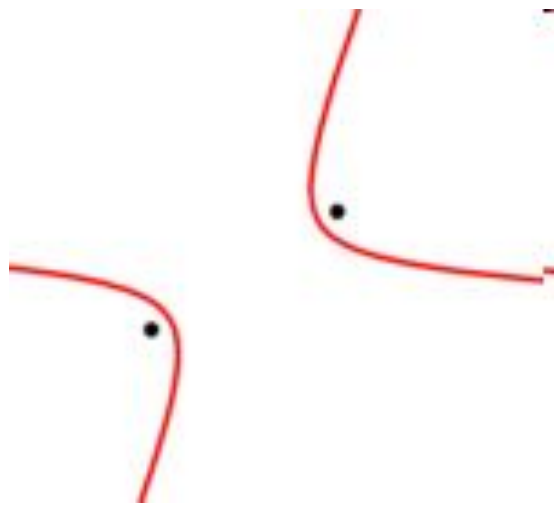
Содержание

Конические сечения

- Конические сечения – парабола, гипербола, эллипс.







Парабола. Фокус. Директриса

- Парабола - геометрическое место точек плоскости, для каждой из которых расстояние до фиксированной точки этой плоскости, называемой фокусом, равно расстоянию до фиксированной прямой, лежащей в той же плоскости и называемой директрисой параболы. Парабола – кривая второго порядка.
- Фокус – произвольная точка параболы.
- Директриса – прямая, лежащая в плоскости параболы и обладающая тем свойством, что отношение расстояния от любой точки кривой до фокуса кривой к расстоянию от той же точки до этой прямой есть величина постоянная, равная эксцентриситету.
- Эксцентриситет – числовая характеристика конического сечения.

Историческая справка

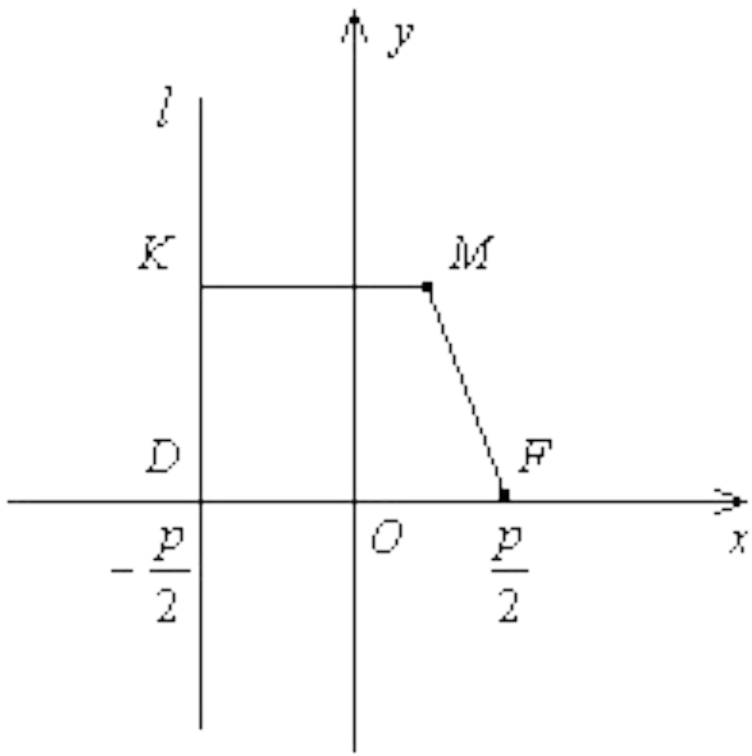
Открывателем конических сечений предположительно считается Менехм (4 в. до н.э.), ученик Платона и учитель Александра Македонского. Менехм использовал параболу и равнобочную гиперболу для решения задачи об удвоении куба.

Трактаты о конических сечениях, написанные Аристеем и Евклидом в конце 4 в. до н.э., были утеряны, но материалы из них вошли в знаменитые Конические сечения Аполлония Пергского (ок. 260–170 до н.э.), которые сохранились до нашего времени. Аполлоний отказался от требования перпендикулярности секущей плоскости образующей конуса и, варьируя угол ее наклона, получил все конические сечения из одного кругового конуса, прямого или наклонного. Аполлонию мы обязаны и современными названиями кривых – эллипс, парабола и гипербола.

В своих построениях Аполлоний использовал двухполостной круговой конус. Со времен Аполлония конические сечения делятся на три типа в зависимости от наклона секущей плоскости к образующей конуса. Парабола образуется, когда секущая плоскость параллельна одной из касательных плоскостей конуса. Фокусы эллипса и гиперболы были известны еще Аполлонию, но фокус параболы, по-видимому, впервые установил Папп (2-я пол. 3 в.), определивший эту кривую как геометрическое место точек, равноудаленных от заданной точки (фокуса) и заданной прямой, которая называется директрисой. Построение параболы с помощью натянутой нити, основанное на определении Паппа, было предложено Исидором Милетским (6 в.).

Вывод уравнения параболы

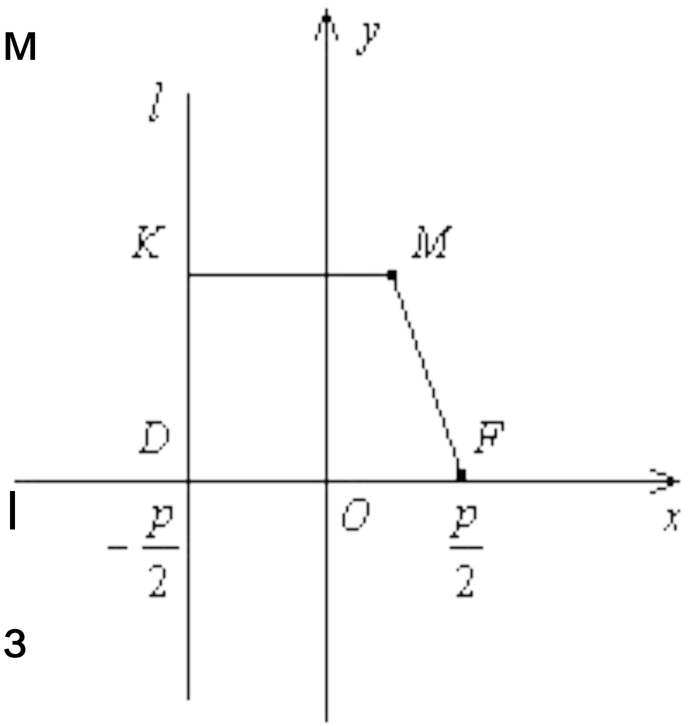
Чтобы получить уравнение кривой, соответствующей этому определению, введем подходящую систему координат. Для этого из фокуса F опустим перпендикуляр FD на директрису l. Начало координат O расположим на середине отрезка FD, ось 0_x направим вдоль отрезка FD так, чтобы ее направление совпадало с направлением вектора $\overrightarrow{DF}$. Ось o_y проведем перпендикулярно оси o_x .



Пусть расстояние между фокусом и директрисой параболы равно p. Тогда в выбранной системе координат парабола имеет уравнение $y^2 = 2px$

Вывод уравнения параболы

- В выбранной системе координат фокусом параболы служит точка $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, а директриса имеет уравнение $x = -\frac{p}{2}$ Пусть $M(x;y)$ текущая точка параболы. Тогда по формуле для плоского случая находим
$$FM = \sqrt{\left(x-\frac{p}{2}\right)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{\left(x-\frac{p}{2}\right)^2 + y^2}.$$
- Расстоянием от точки M до директрисы l служит длина перпендикуляра MK, опущенного на директрису из точки M. Из рисунка очевидно, что $MK = x + \frac{p}{2}$
- Тогда по определению параболы MK=FM ,то есть:
$$x + \frac{p}{2} = \sqrt{\left(x-\frac{p}{2}\right)^2 + y^2}.$$
$$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2 = \left(x-\frac{p}{2}\right)^2 + y^2,$$



Каноническое уравнение параболы

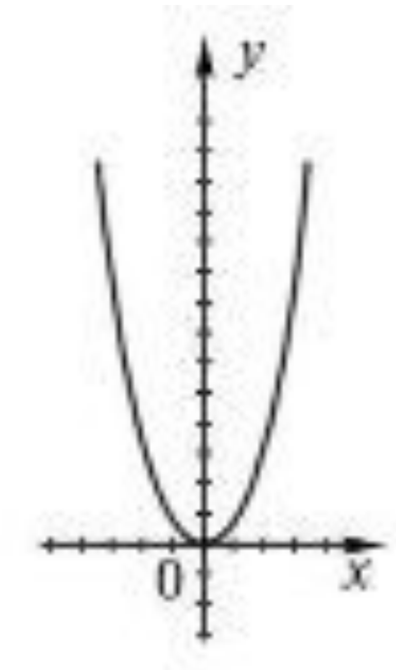
$$x^2 + px + \frac{p^2}{4} = x^2 - px + \frac{p^2}{4} + y^2.$$

Свойства параболы

- Парабола имеет ось симметрии.

Доказательство:

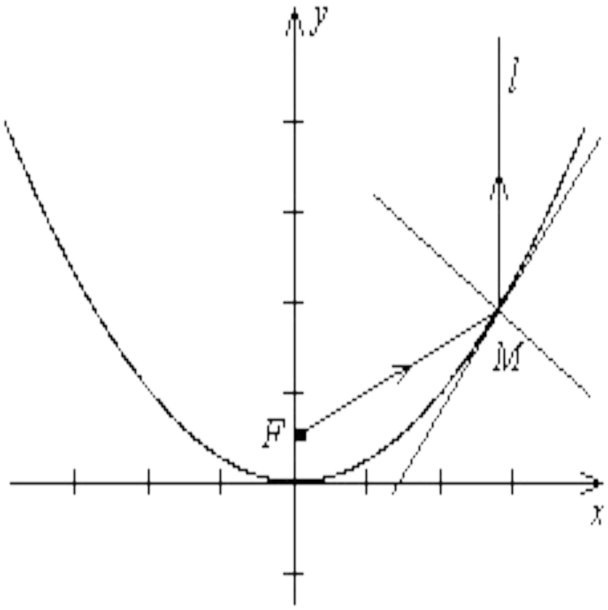
Переменная y входит в уравнение только во второй степени. Поэтому, если координаты точки M (x ; y) удовлетворяют уравнению параболы, то и координаты точки N (x ; – y) будут ему удовлетворять. Точка N симметрична точке M относительно оси Ox . Следовательно, ось Ox является осью симметрии параболы в канонической системе координат.



Ось симметрии называется осью параболы . Точка пересечения параболы с осью называется вершиной параболы . Вершина параболы в канонической системе координат находится в начале координат.

Свойства параболы

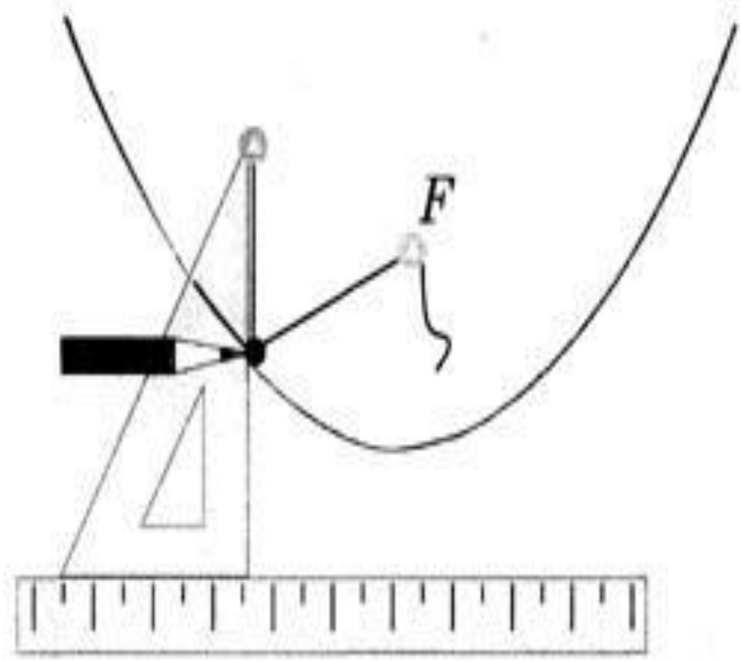
Пусть F фокус параболы, M произвольная точка параболы, l луч с началом в точке параллельный оси параболы. Тогда нормаль к параболе в точке M делит угол, образованный отрезком FM и лучом l, пополам.



Это свойство означает, что луч света, вышедший из фокуса , отразившись от параболы, дальше пойдет параллельно оси этой параболы. И наоборот, все лучи, приходящие из бесконечности и параллельные оси параболы, сойдутся в ее фокусе. Это свойство широко используется в технике. В прожекторах обычно ставят зеркало, поверхность которого получается при вращении параболы вокруг ее оси симметрии (параболическое зеркало). Источник света в прожекторах помещают в фокусе параболы. В результате прожектор дает пучок почти параллельных лучей света. Это же свойство используется и в приемных антеннах космической связи и в зеркалах телескопов, которые собирают поток параллельных лучей радиоволн или поток параллельных лучей света и концентрируют его в фокусе зеркала.

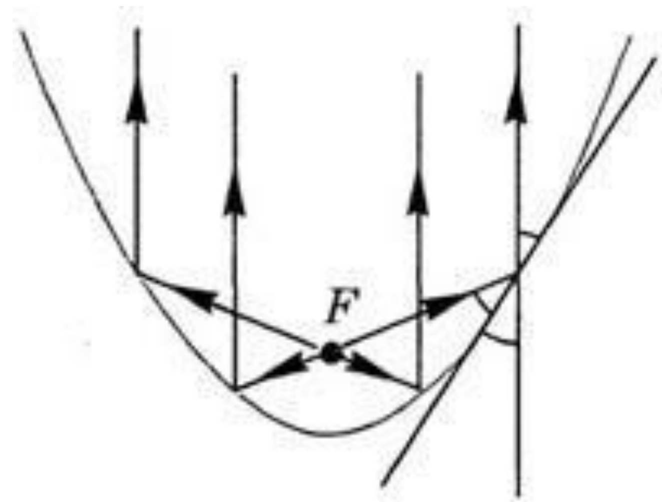
Построение параболы

Для того чтобы нарисовать параболу, потребуется линейка, угольник, нить длиной, равной большему катету угольника, и кнопки. Прикрепим один конец нити к фокусу, а другой - к вершине меньшего угла угольника. Приложим линейку к директрисе и поставим на нее угольник меньшим катетом. Карандашом натянем нить так, чтобы его острие касалось бумаги и прижималось к большему катету. Будем перемещать угольник и прижимать к его катету карандаш так, чтобы нить оставалась натянутой. При этом карандаш будет вычерчивать на бумаге параболу.



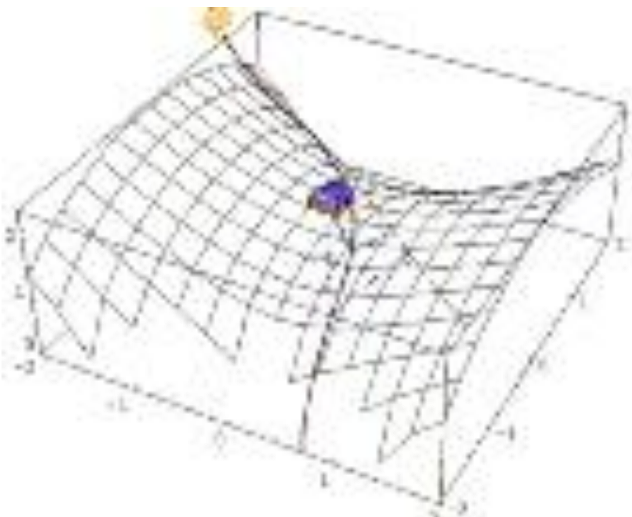
Построение параболы

- Если изготовить зеркальную поверхность в форме параболоида и поместить в ее фокус источник света, то лучи света, отразившись от зеркальной поверхности, пойдут в одном направлении, перпендикулярном директрисе параболы. Поэтому отражающие поверхности прожекторов, автомобильных фар, карманных фонариков, телескопов, параболических антенн и т.д. изготавливают в форме параболоида.

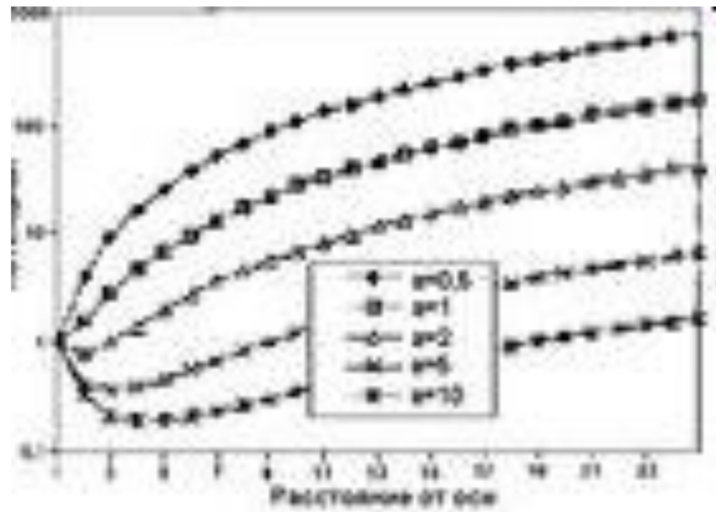


Приложение

- Парабола у Лобачевского



- График движения иона по параболе



Приложение

Золотой мост, США

Скалы Парабола

Библиотека, Норвегия

Ущелье Парабола

Утес Парабола