

Помехоустойчивое кодирование

Основные идеи

Литература

- Алгебраическая теория кодирования Автор: Берлекэмп Э. Издательство: Мир Год: 1971
- Теория кодов, исправляющих ошибки Мак-Вильямс Ф.Дж., Слоэн Н.Дж.А. Издательство: Связь Год: 1979
- Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение. [Морелос-Сарагоса Р.](#).: Издательство: Техносфера, Год: 2006.

Кодирование информации

- **Кодирование источника** – устранение «лишней», сжатие информации
- **Кодирование канала** – добавление избыточности для обнаружения и/или исправления ошибок (в результате шума) – защита от случайных воздействий

Шум

- Может произойти из-за магнитной бури, молнии, метеоритного дождя, случайного искажения звука в радиопередаче, плохой печати изображения или текста, плохой слышимости ...
- В результате шума сообщение может исказиться

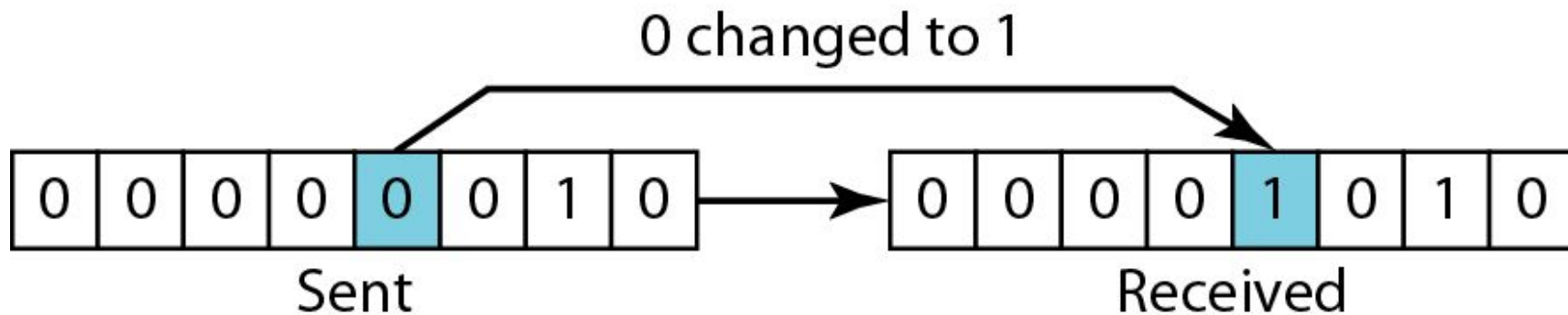
Канал

- Например, телефонная линия или атмосфера

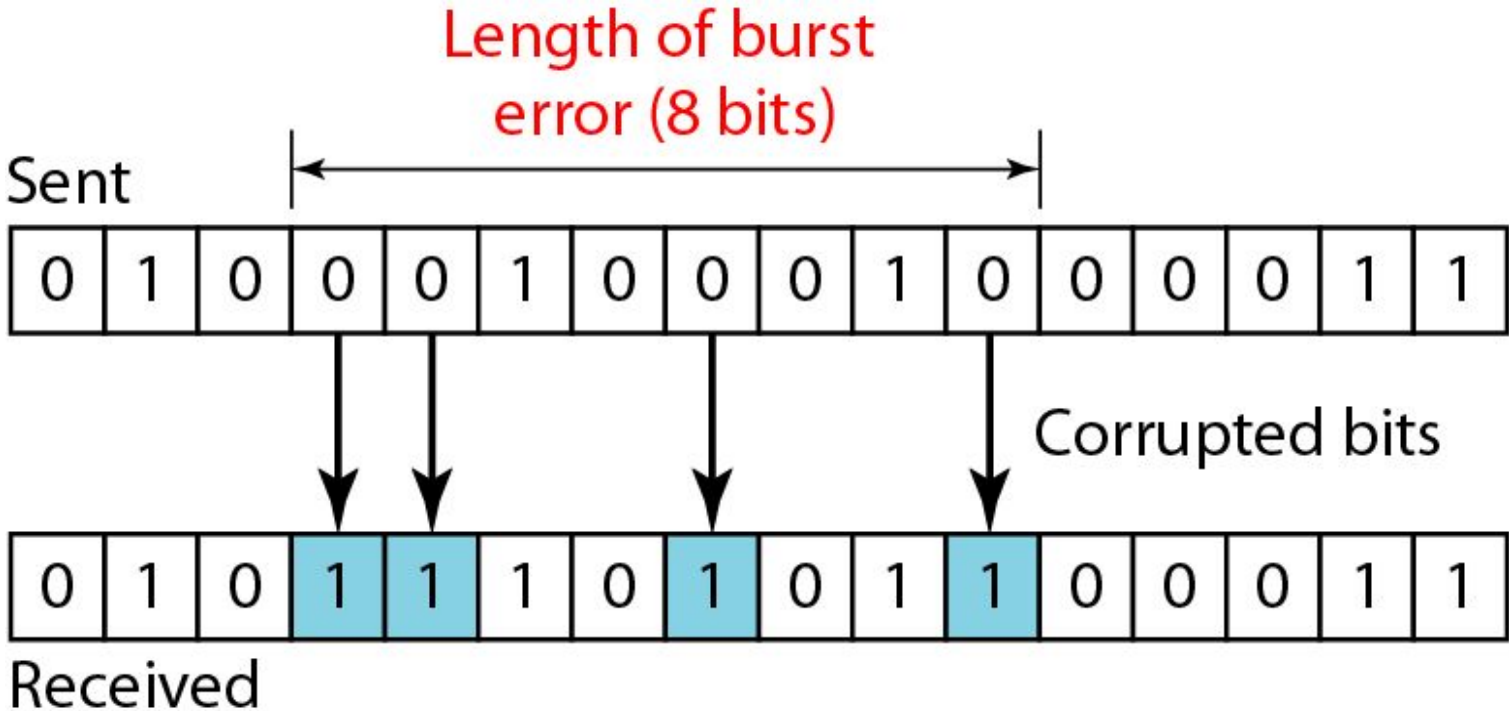
Методы борьбы со случайными ошибками

- Введение избыточности
- Цели: обнаружение и/или исправление ошибок

Ошибка в одном разряде



Пакет ошибок длины 8



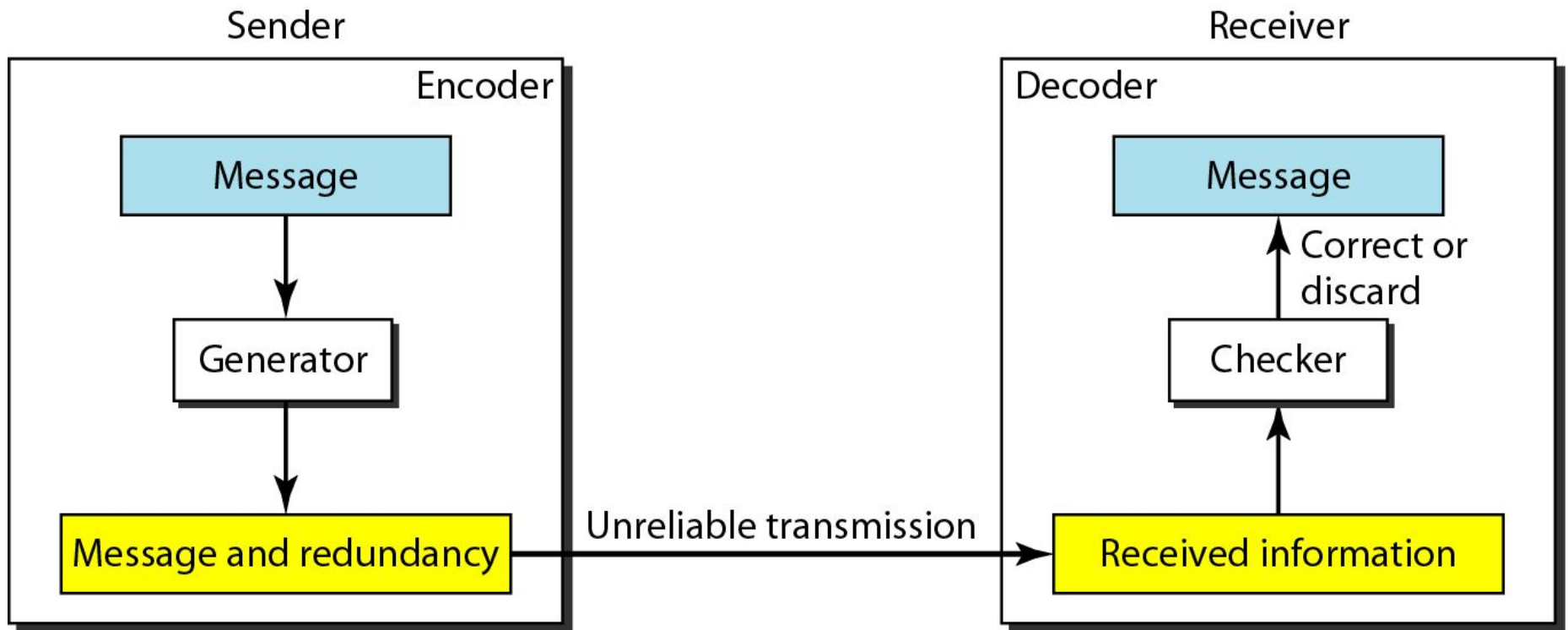
Модель ошибки

- *Ошибка* – замена в двоичном сообщении 0 на 1 и\или наоборот, замена 1 на 0
- Пример:
ИСХОДНОЕ
СЛОВО: 00010100
- ОШИБОЧНЫЕ
СЛОВА:
00110100,
00000100,
00101100

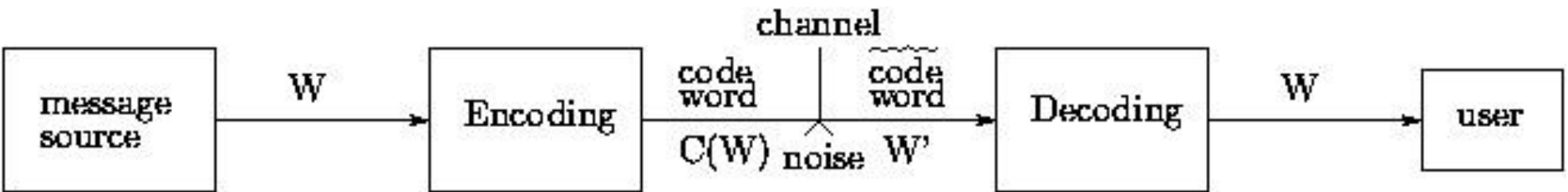
Другие модели

- Стирающий канал
- Канал со вставками

Структура кодера и декодера

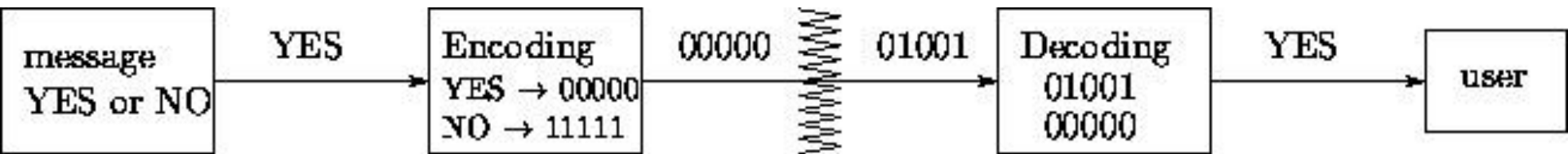


Передача по зашумленному каналу



Передача по зашумленному каналу

Пример:



в результате шума сообщение 00000
искажается в 01001

Продолжение примера

- Кодирование:

$$0 \rightarrow 00000$$

$$1 \rightarrow 11111$$

- Код – множество кодовых слов:

$$\{00000, 11111\}$$

Метод борьбы с шумом

Избыточность

0 кодируется как 00000,
а 1 кодируется как 11111.

Пример(1)

Alice

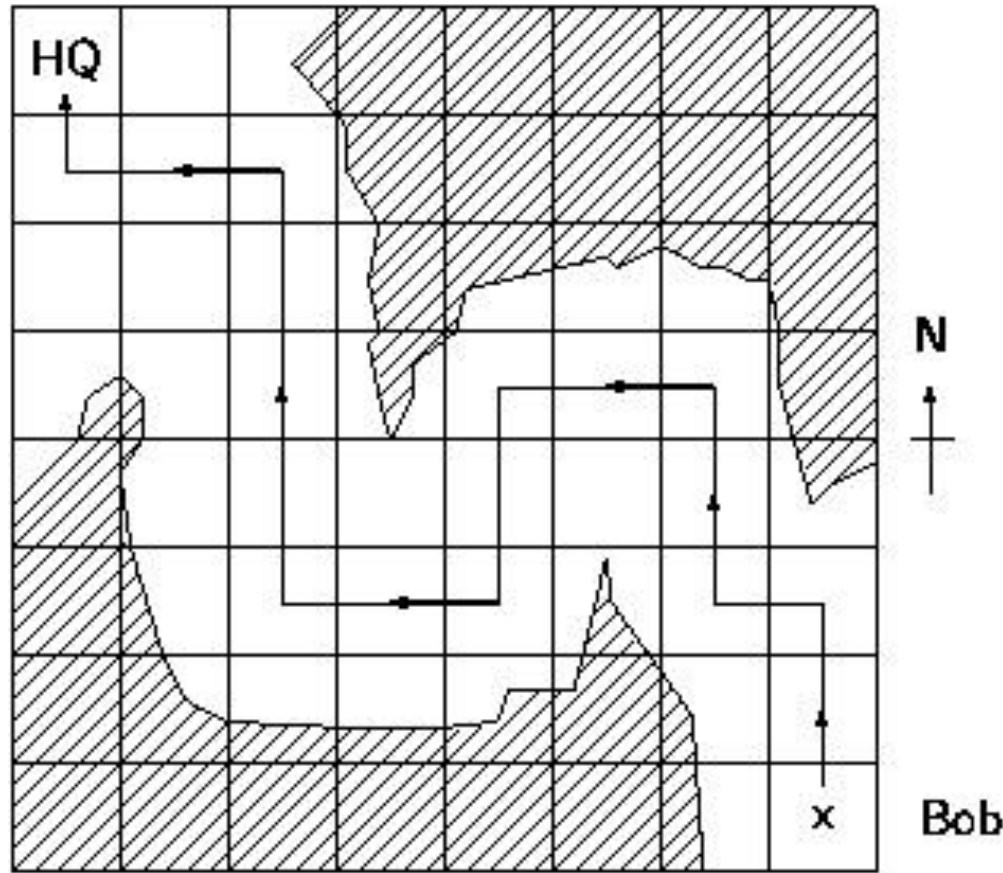


Fig. 1

Сообщение Алисы:

NNWNNWSSWWNNNNWWN

Пример(2)

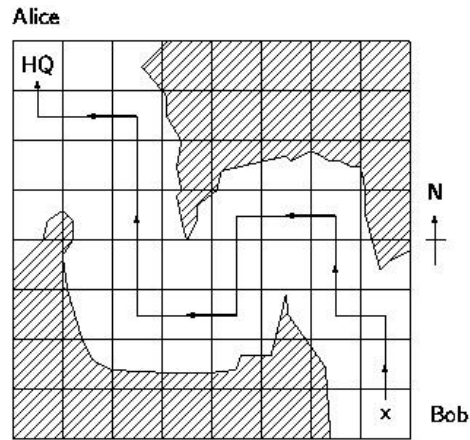


Fig. 1

Сообщение Алисы:
NNWNNWWSSWWNNNNWWN

Исходное множество символов: {E,W,S,N}

Множество кодовых слов {00,01,10,11}
– любая ошибка приводит к катастрофе

Пример(3)

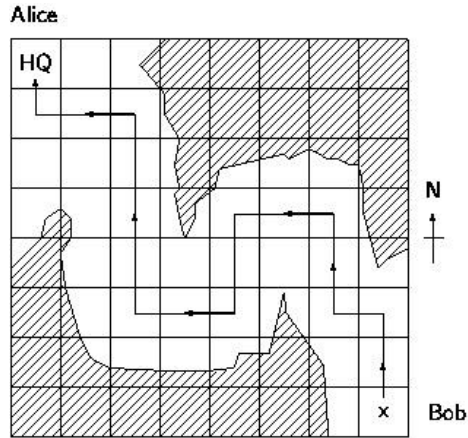


Fig. 1

Сообщение Алисы:
NNWNNWSSWNNNNWWN

Исходное множество символов: {E,W,S,N}

Множество кодовых слов {000,011,101,110}
– обнаружение любой ошибки

Пример(4)

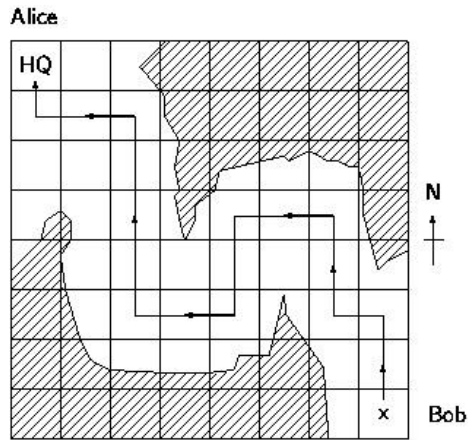


Fig. 1

Сообщение Алисы:
NNWNNWWSSWWNNNNWWN

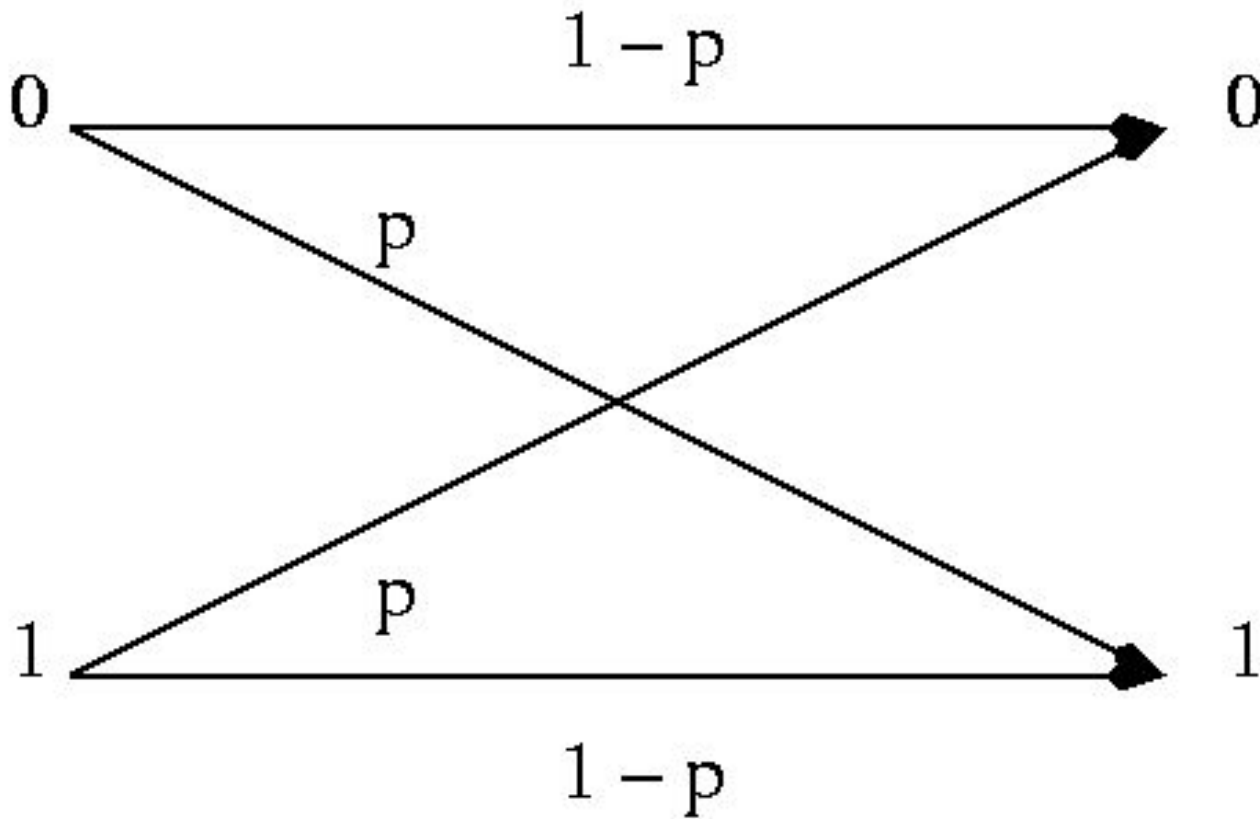
Исходное множество символов: {E,W,S,N}

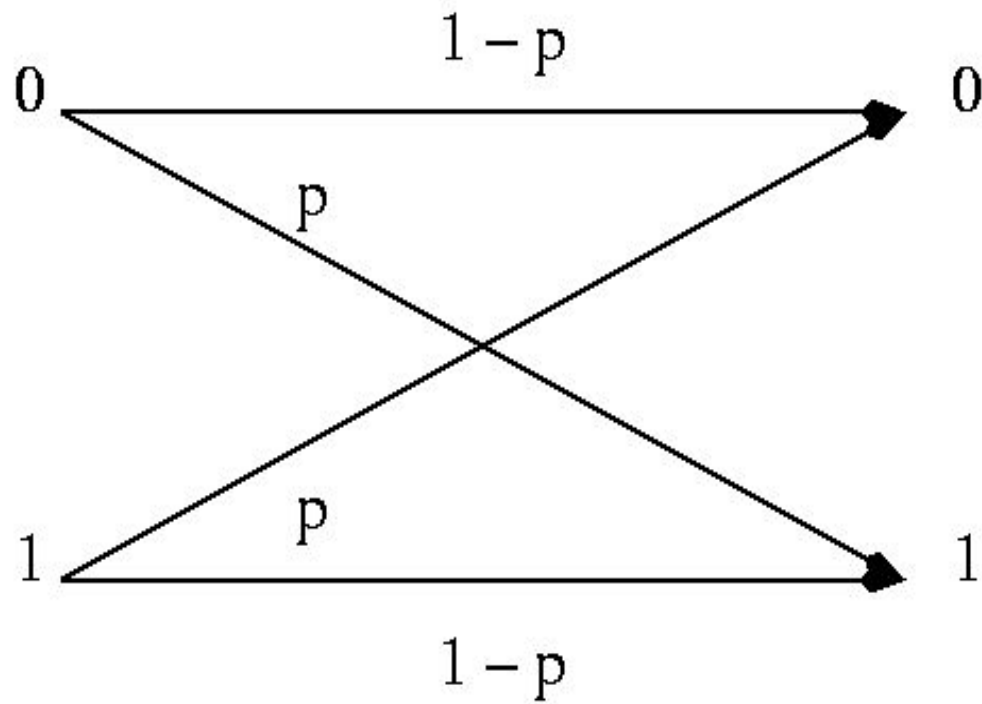
Множество кодовых слов {00000,01101,10110,11011}
– локализация ошибки – возможно ее исправление

Цели передачи по каналу с шумом

1. Быстрое кодирование информации.
2. Простой способ передачи закодированного сообщения.
3. Быстрое декодирование полученной информации.
4. Надежная очистка от шума.
5. Передача максимального объема информации в единицу времени.

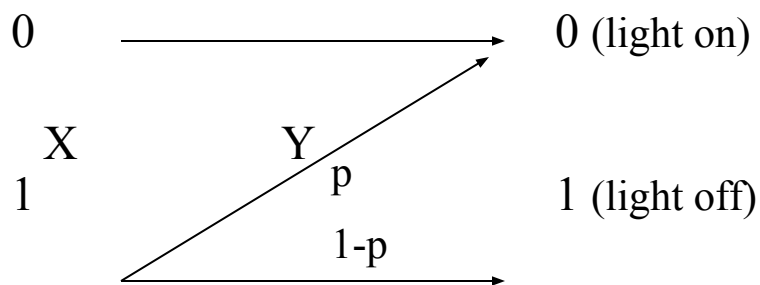
ДСК – двоичный симметричный канал





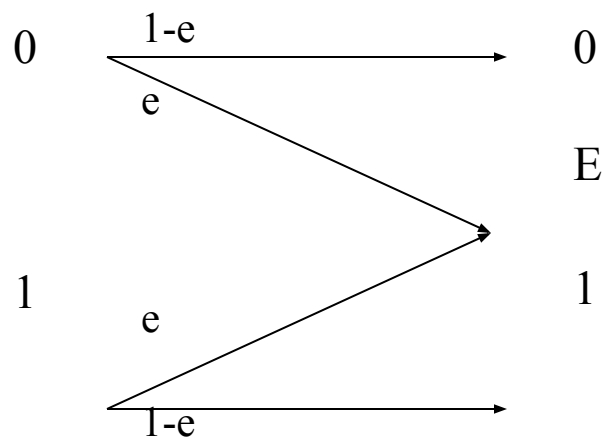
- двоичный : $(0,1)$
- симметричный: $p(0 \rightarrow 1) = p(1 \rightarrow 0)$

Другие модели каналов



$$P(X=0) = P_0$$

Z-канал (оптический)



$$P(X=0) = P_0$$

Стирающий канал (MAC)

BER – bit error rate

- *Это средняя вероятность ошибки одного бита передаваемой информации*

мобильные каналы $\approx 10^{-2}$

проводные каналы $\approx 10^{-5}$

волоконнооптические каналы $\approx 10^{-12}$

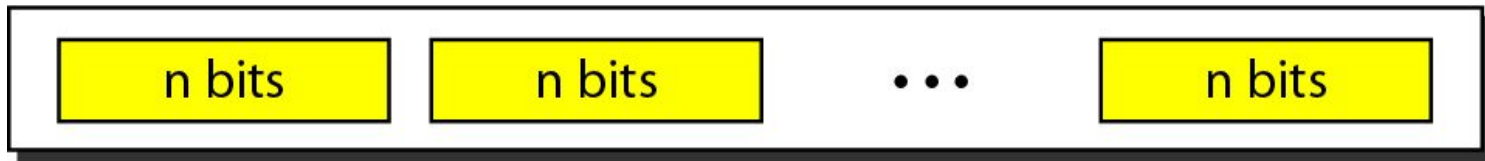
Помехоустойчивое кодирование – две стратегии

- *Исправление ошибки за счет избыточности (FEC – forward error correction)*
- *Обнаружение ошибок с последующим запросом на повторную передачу ошибочно принятой информации (ARR – automatic repeat request)*

БЛОКОВЫЕ КОДЫ



2^k Datawords, each of k bits



2^n Codewords, each of n bits (only 2^k of them are valid)

Помехоустойчивое кодирование – области применения

Хранение информации с высокой плотностью записи
– CD-ROM, DVD

Передача данных при ограниченной мощности сигнала
– спутниковая и мобильная связь

Передача информации по сильно зашумленным каналам
– высокоскоростные проводные линии связи,
мобильная связь

Передача данных по каналам связи с повышенными требованиями к надежности информации –
вычислительные сети, линии передачи со сжатием

Кодирование – замена информационного слова на кодовое

Пример.

Информационное слово	Кодовое слово
000	0000
001	0011
010	0101
011	0110
100	1001
101	1010
110	1100
111	1111

Кодирование – замена информационного слова
на кодовое

В общем случае: $V=\{0,1\}$

Двоичное кодирование:

$$B^k \Rightarrow C \subseteq B^n$$

C – код

Расстояние Хэмминга между двумя словами есть число разрядов, в которых эти слова различаются

Пример

1. Расстояние Хэмминга $d(000, 011)$ есть 2

:

*2. Расстояние Хэмминга $d(10101, 11110)$
равно 3*

Декодирование – исправление ошибки, если она произошла

- Множество кодовых слов
{00000, 01101, 10110, 11011}
- Если полученное слово 10000, то декодируем в «ближайшее» слово 00000
- Если полученное слово 11000 – то только обнаружение, так как два варианта: 11000 – в 00000 или 11000 – в 11011
-

Выводы

Если в процессе передачи по зашумленному каналу кодовое слово отобразится в другое кодовое слово, не совпадающее с переданным, то происходит необнаруживаемая ошибка – **ошибка декодирования**

Хорошие коды должны иметь такую структуру, чтобы была возможность не только обнаруживать, но и исправлять ошибки