Геометрические задачи в ЕГЭ

Презентация учителя МБОУ «Знаменская средняя общеобразовательная школа» Орловского района Орловской области

Гильц С.И.

№ 247-832-315

Цель урока: обобщить, систематизировать и закрепить знания обучающихся по теме.

ЕГЭ

- Сегодня многие выпускники, 11- классники реально боятся сдавать ЕГЭ по математике. А если человек боится, то, как известно, чтобы запугать его еще сильнее, никаких особых усилий прилагать не нужно. Поэтому надо научиться решать минимум заданий. Программа минимум в этом случае – научиться решать задачи уровней B1, B2, B4, B5, B7 как самые что ни на есть простые. Геометрические задачи:простые-B3,B6, сложнее-B9,B11,сложные - C2, повышенной сложности - C4.

Проверяемые требования (умения)

Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами, а именно:

1. Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)
2. Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы
3. Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами

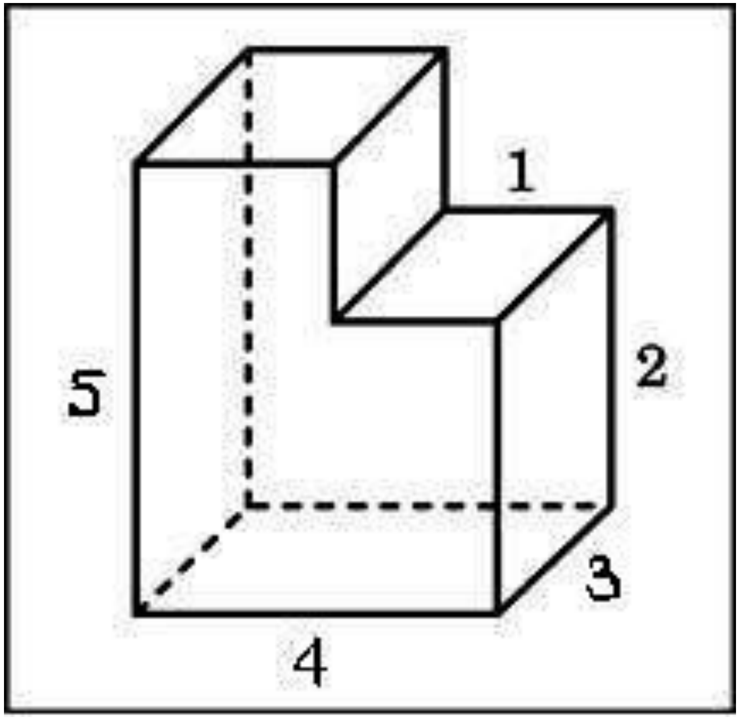
Решение B11

Варианты задач:

- Задача1
- Задача 2

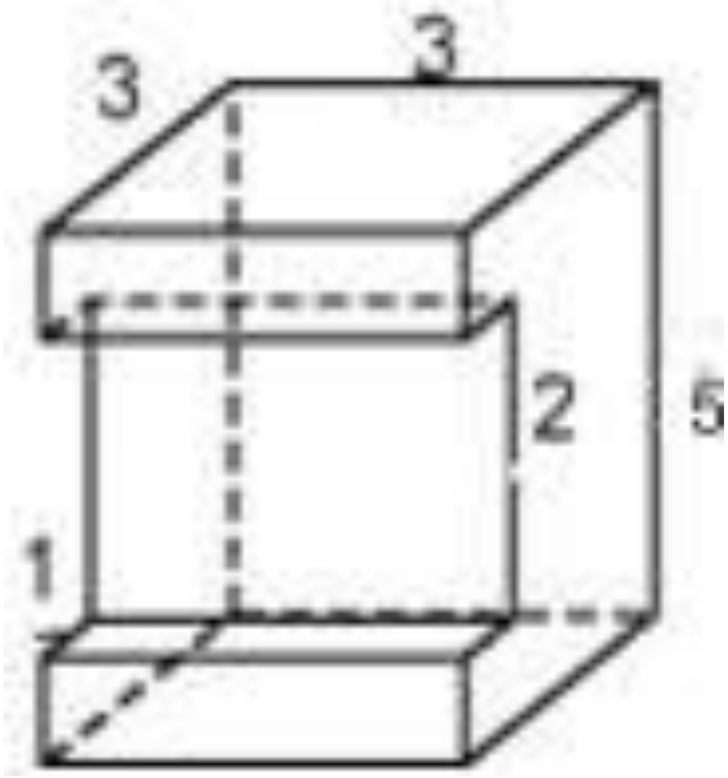
Задание №1

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Задание №2

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке(все двугранные углы прямые).



Решение:

Найдем объем большего прямоугольного параллелепипеда(V1), в котором длина(a) равна 4, ширина(b) равна 3,а высота(c) равна 5. Затем находим объем малого прямоугольного параллелепипеда(V2), в котором длина(a) равна 3, ширина(b) равна 1,а высота(c) равна 3(по построению 5 – 2 = 3).

V = V1 – V2

По формуле объема для прямоугольного параллелепипеда:

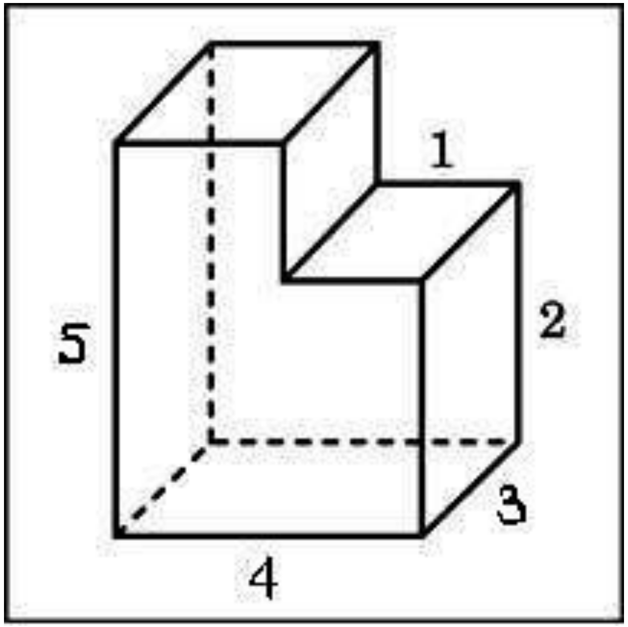
V = abc

V1 = 4·3·5 = 60 (м^3)

V2 = 3·1·3 = 9 (м^3)

V = 60 – 9 = 51 (м^3)

Ответ: 51



Решение:

Площадь поверхности данного многогранника равна сумме площадей параллелепипедов со сторонами 3,3,2,5,1:

$$S = S1 + S2 + S3 + S4 + S5 + S6$$

$$S1 = 2\cdot 3\cdot 3 = 18$$

$$S2 = 3\cdot 5 = 15$$

$$S3 = 2(5\cdot 3 - 2\cdot 1) = 26$$

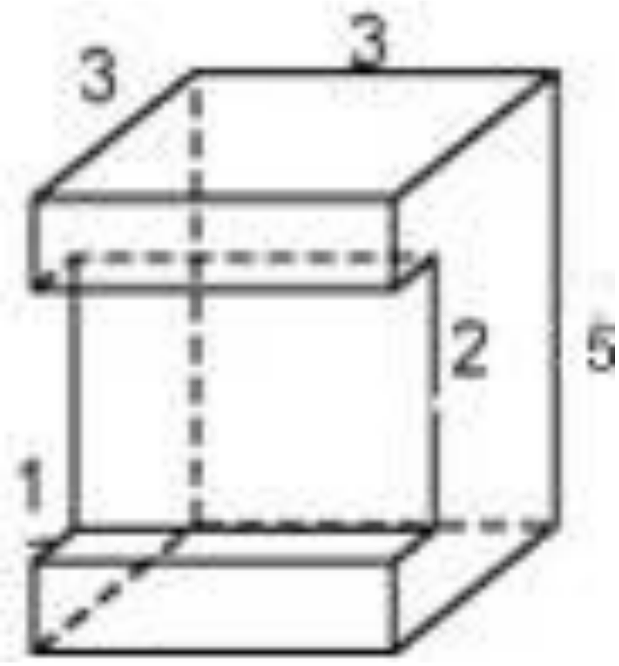
$$S4 = 2\cdot 1,5\cdot 3 = 9$$

$$S5 = 2\cdot 1\cdot 3 = 6$$

$$S6 = 2\cdot 3 = 6$$

$$S = 18 + 15 + 26 + 9 + 6 + 6 = 80$$

Ответ: 80.



Устные упражнения

Что собой представляют задания части В3?

- Задание **В3** является геометрической задачей.
- Задача настолько может быть легкой, что с ней может справиться и второклассник, впервые познакомившийся с понятием “площадь”.

Для успешного решения задач типа В3 необходимо:

- Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами векторов.
- Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей).
- Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

Для успешного решения задач типа В3 необходимо:

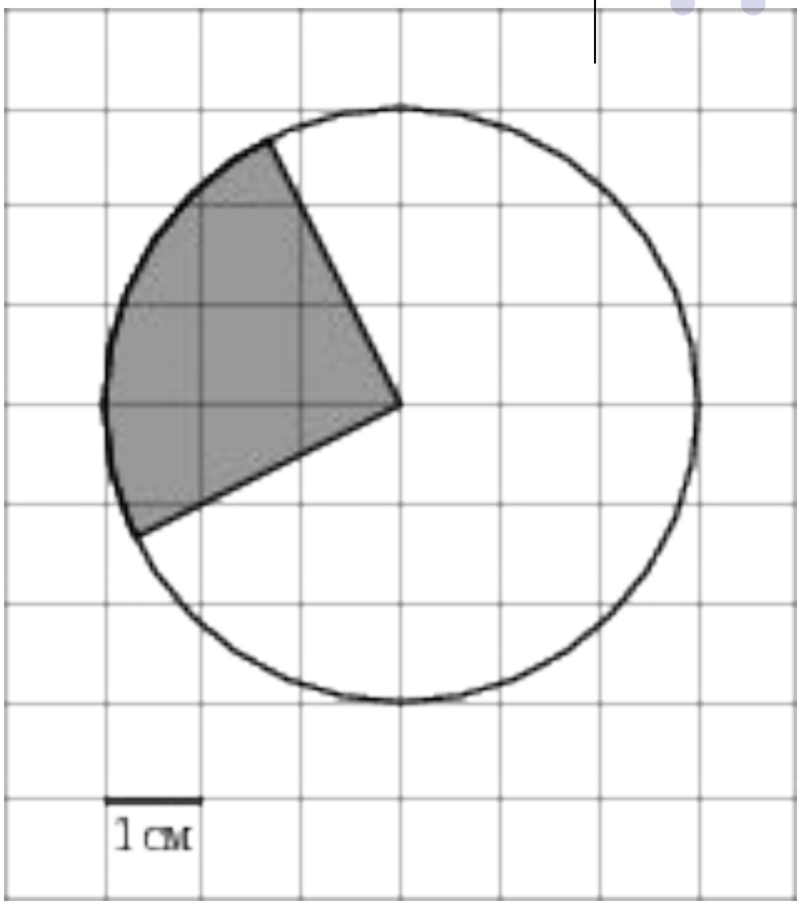
- **Повторить материал по темам:**
  - Планиметрия.
  - Треугольник.
  - Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат.
  - Трапеция.
  - Окружность и круг.
  - Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора.

Возможные задания:

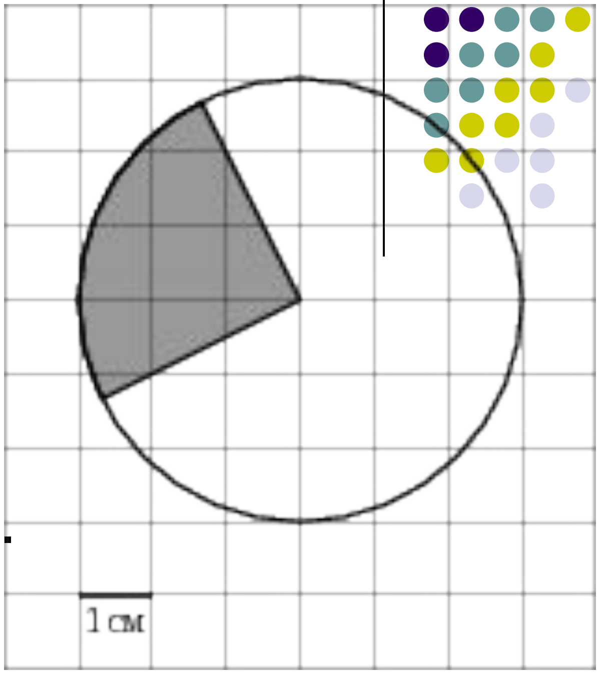
- Задание №1
- Задание №2
- Задание №3
- Задание №4
- Задание №5
- Задание №6

Задание:

Найдите площадь части круга S, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см х 1 см. В ответ запишите S/ π .



Решение:

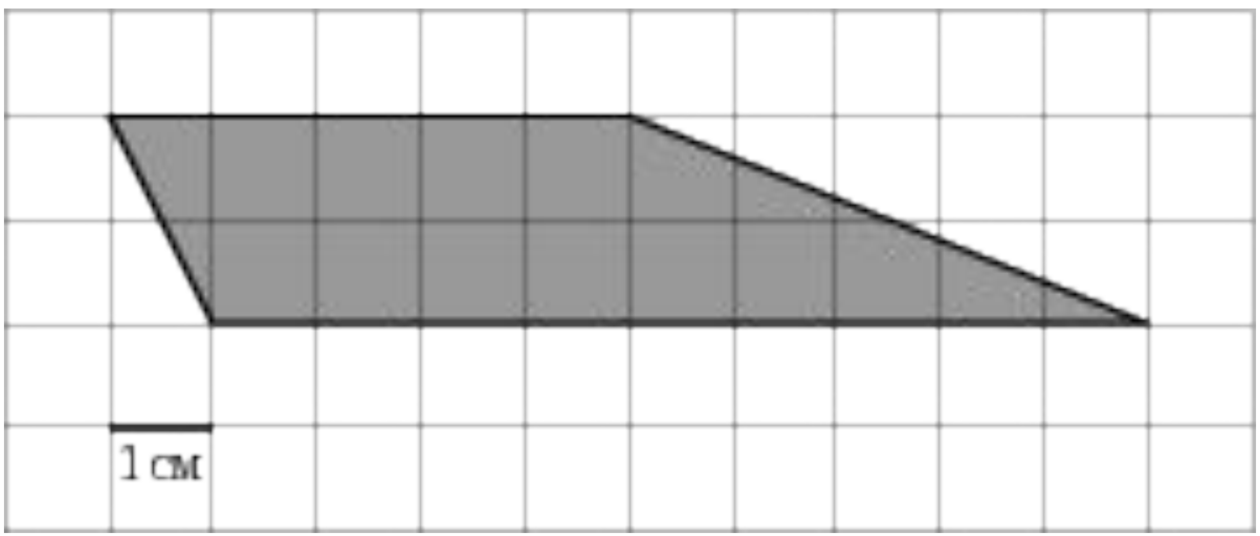


- Площадь круга находиться по формуле: $S = \pi R^2$, где R - радиус.
- В нашем случае $R = 3$ см.
- Однако на рисунке заштрихован не весь круг, а лишь его четвертинка (т.к. угол между двумя радиусами, которые ограничивают заштрихованную часть составляет 90º)
- Тогда площадь заштрихованной части $S = 0{,}25\pi \cdot 3^2 = 2{,}25\ \pi$ (см²)

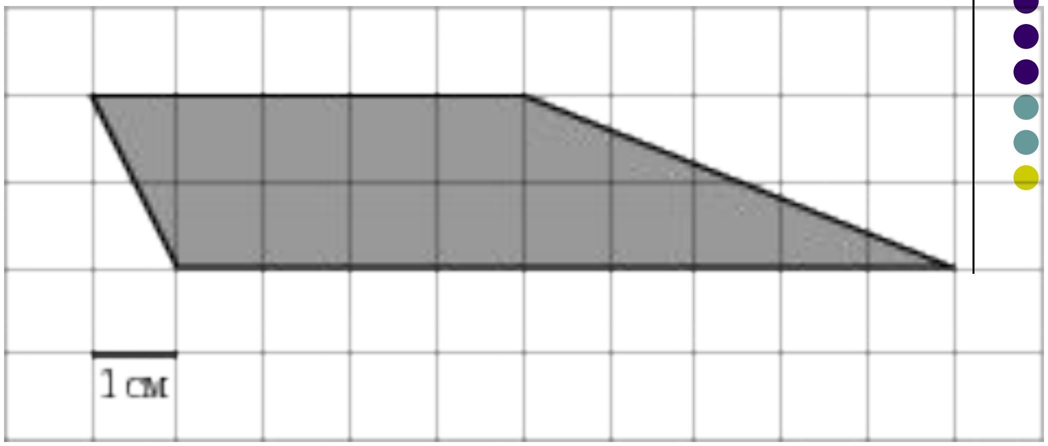
Ответ: 2,25

Задание:

Найдите площадь трапеции, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см х 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Решение:

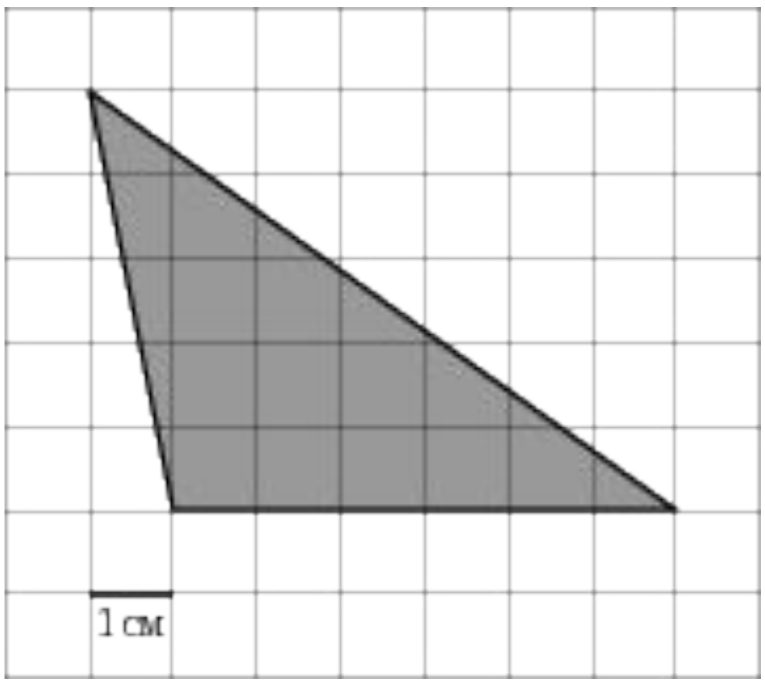


- Площадь трапеции находиться по формуле: $S = 0,5 \cdot (a+b) \cdot h$,
- где a, b - основания трапеции; h - ее высота.
- В нашем случае $a = 9$ см; $b = 5$ см; $h = 2$ см.
- Тогда $S = 0,5 \cdot (9+5) \cdot 2 = 14$ (см²)

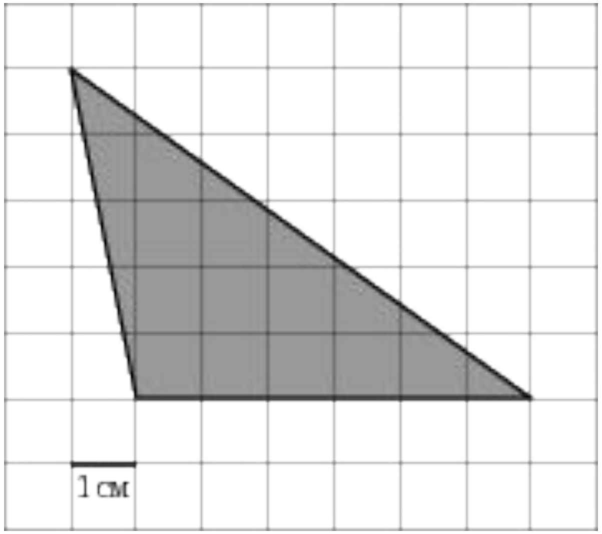
Ответ: 14 см²

Задание:

Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см х 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Решение:



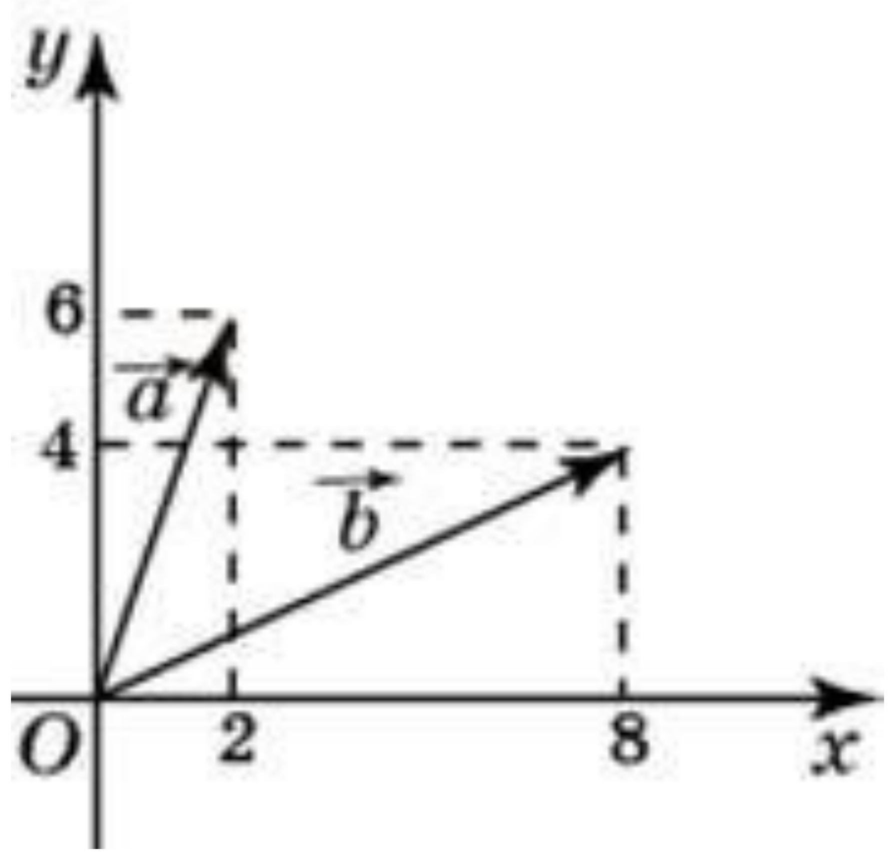
- Площадь треугольника находиться по формуле: $S = 0{,}5 \cdot a \cdot h$,
- где a - основание треугольника; h - его высота.
- В нашем случае $a = 6$ см; $h = 5$ см.
- Тогда $S = 0{,}5 \cdot 6 \cdot 5 = 15$ (см²)

Ответ: 15 см²

Задание:

Найдите сумму координат вектора

$\vec{a} + \vec{b}$



Решение:

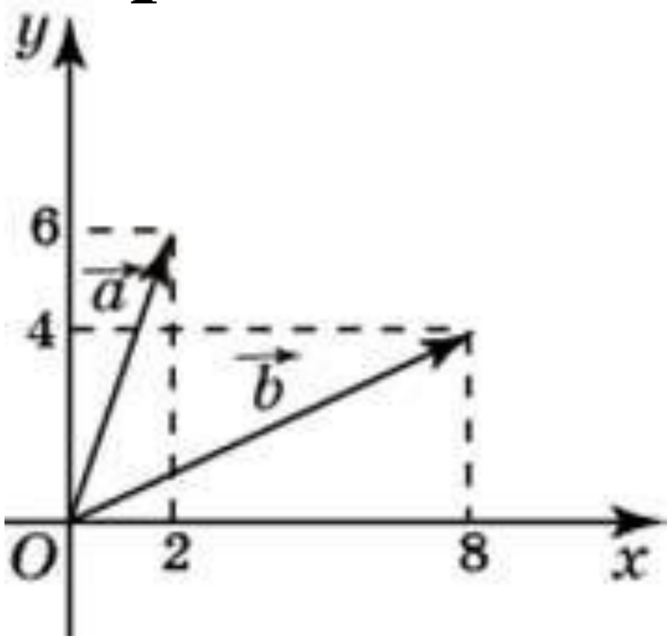
Найдем координаты векторов

$\overrightarrow{a}(2;6)$ **и** $\overrightarrow{b}(8;4)$

Найдем сумму их координат получим :

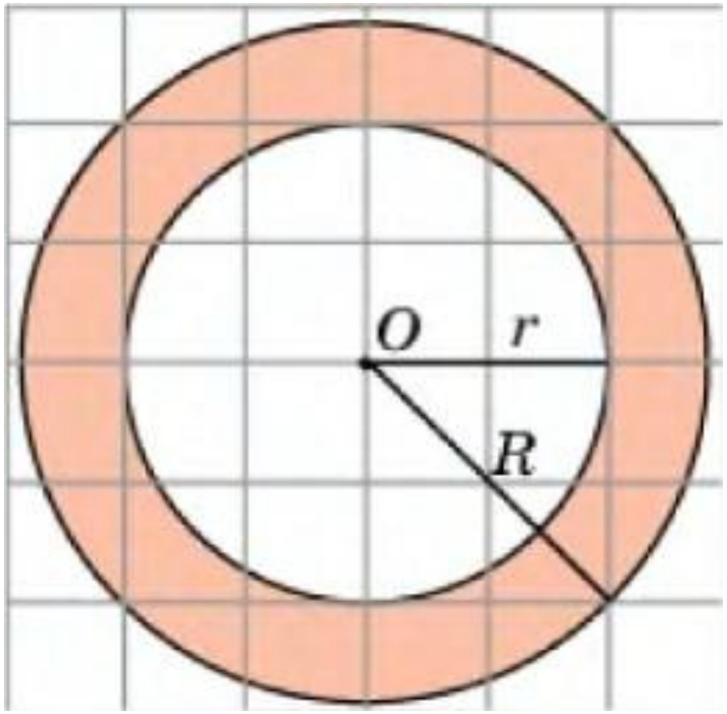
$2+8+6+4=20$

Ответ : 20



Задание:

Найдите площадь S кольца, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите S/π.



Решение:

- Площадь круга находиться по формуле:
- S= πR², где R - радиус.
- Вычтем из площади большего круга, площадь меньшего
- S=S1-S2

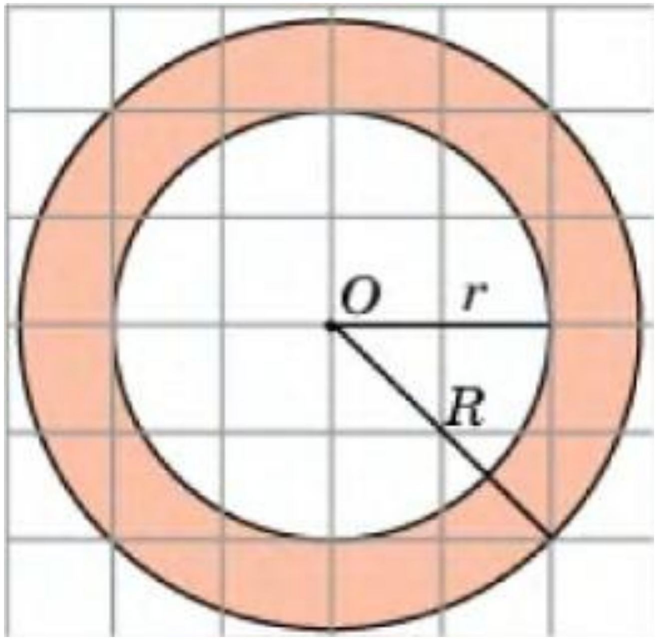
$$S_1 = (2\sqrt{2})^2 * \pi = 8\pi$$

$$S_2 = 2^2 * \pi = 4\pi$$

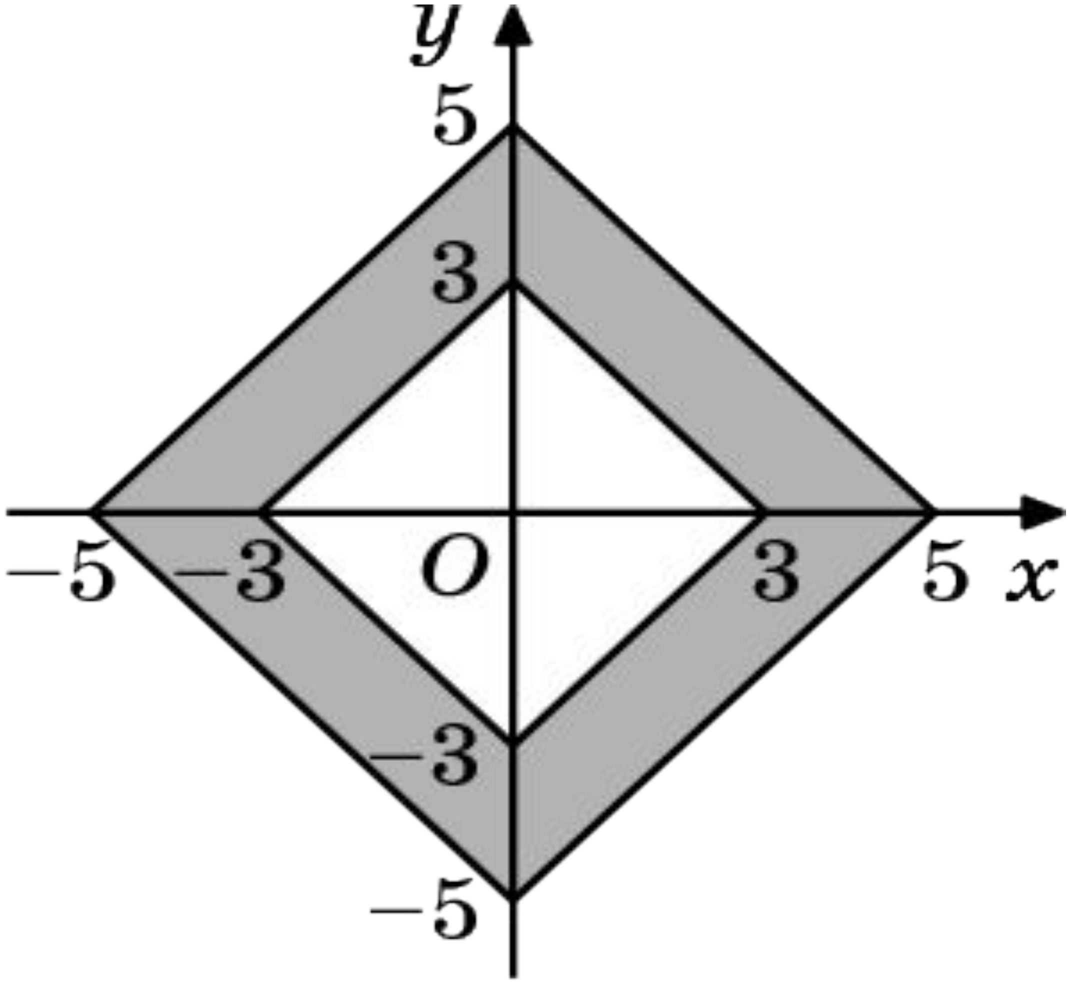
$$S_{\text{иск.}} = 8\pi - 4\pi = 4\pi$$

- S/π=4

Ответ: 4 см²



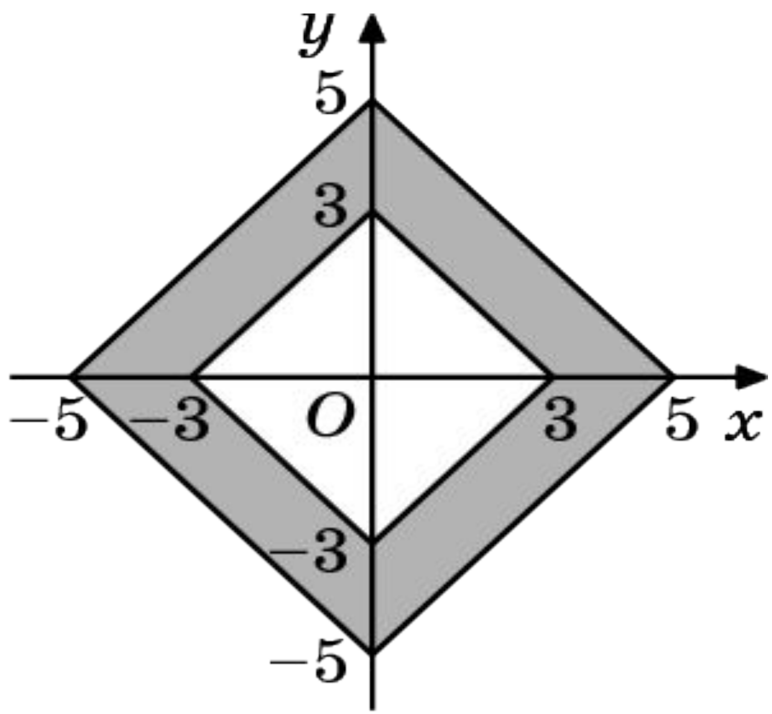
Задание:



Решение:

- Sромба = $(d_1 \cdot d_2)/2$, где d_1, d_2 - диаметры
- Вычтем из площади большего ромба, площадь меньшего. Площадь ромба находим по формуле.
- Sф = $S2 - S1$
- $S1 = (6 \cdot 6)/2 = 18$
- $S2 = (10 \cdot 10)/2 = 50$
- SФ = $50 - 18 = 32$

Ответ: 32 см²



Работа по группам

- 1,2,3 группы решают задачи В61,2,3 группы решают задачи В6, В91,2,3 группы решают задачи В6, В9, В11
- 4,5 группы решают задачи С2

Теория

$$tg\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Задание В6. Основы геометрии. Чаще всего встречаются задания на решение треугольников, но знать надо все фигуры планиметрии. Необходимые знания: виды треугольников; понятия биссектрисы, медианы, высоты; тригонометрические функции и их значения; основное тригонометрическое тождество; формулы приведения; теорема Пифагора. *И помните при правильном решении ответ получается точно без корня.*

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

Типичные ошибки при решении задания В6 в ЕГЭ

- выпускник чаще всего может перепутать катет с гипотенузой;
- выпускник чаще всего не знает или неверно записывает отношение сторон при использовании тригонометрических функций;

Задания для решения

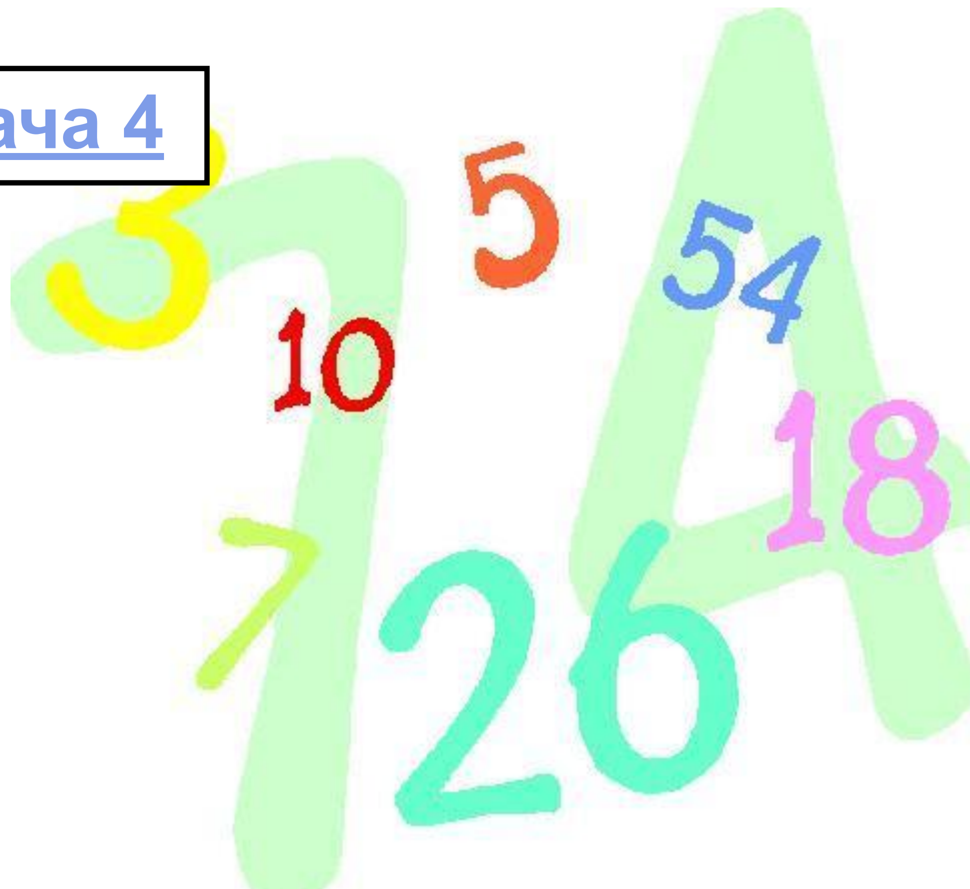
Задача 1

Задача 2

Задача 3

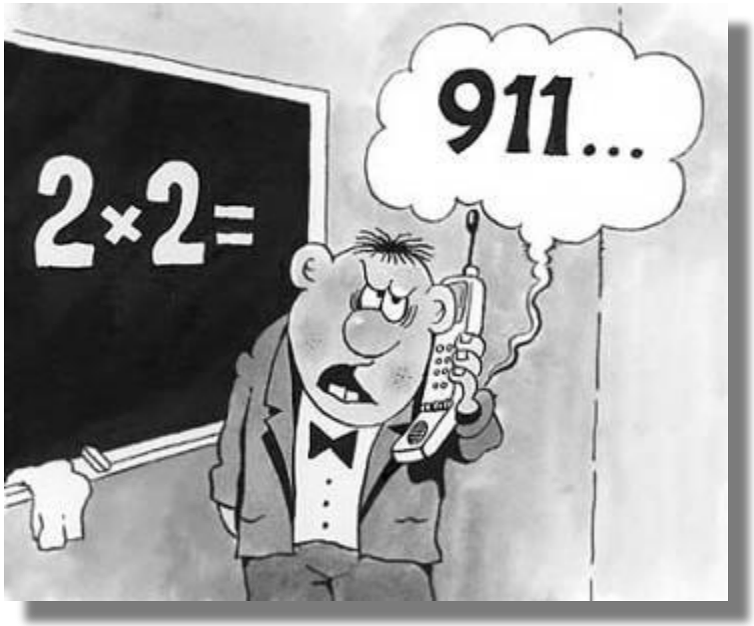
Задача 4

Задача 5



Задача 1

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC боковая сторона AB равна 15,а высота, проведенная к основанию, равна 9. Найдите косинус угла A.



Решение:

Т.к $\cos\alpha = \frac{AH}{AB}$

(прилежащий катета/ гипотенузу)

Найдем АН.

По т.Пифагора из Δ АВН:

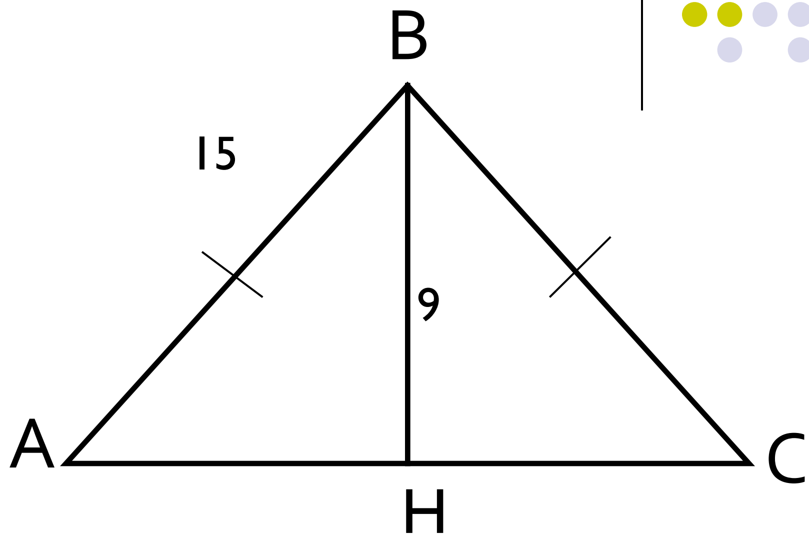
$$AH = \sqrt{AB^2 - AH^2}$$

следовательно,

$$AH = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12$$

$$\cos\angle A = \frac{12}{15} = 0{,}8$$

Ответ: 0,8



Задача 2:

В Δ ABC $\angle$C равен 90°,

$\sin\angle A = \frac{11}{14}$, $AC = 10\sqrt{3}$.

Найти AB.

Решение:

Нам известен прилежащий катет, следовательно, зная синус угла А можно найти его косинус.
По основному тригонометрическому тождеству:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$$

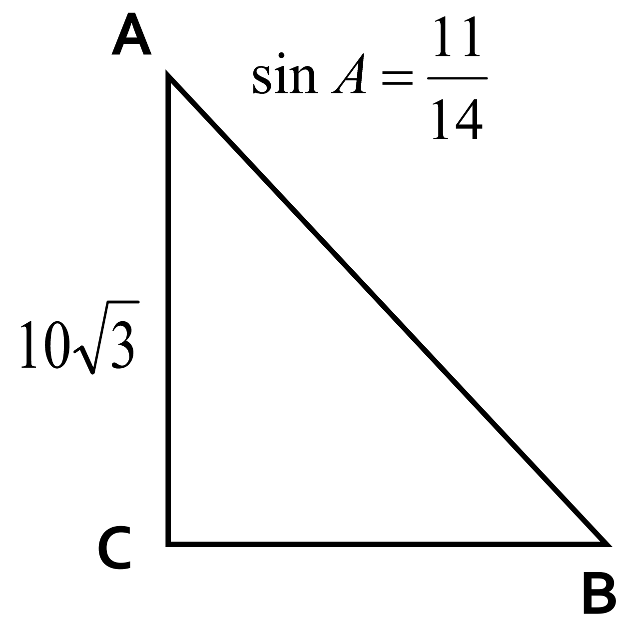
$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{196}{196}-\frac{121}{196}} = \sqrt{\frac{75}{196}} = \frac{5\sqrt{3}}{14}$$

По определению косинуса :

$$\cos A = \frac{AC}{AB}\ ; \quad AB = \frac{AC}{\cos A}$$

$$AB = \frac{10\sqrt{3}}{\frac{5\sqrt{3}}{14}} = 10\sqrt{3}\cdot\frac{14}{5\sqrt{3}} = 28$$

Ответ: 28



Задача 3:

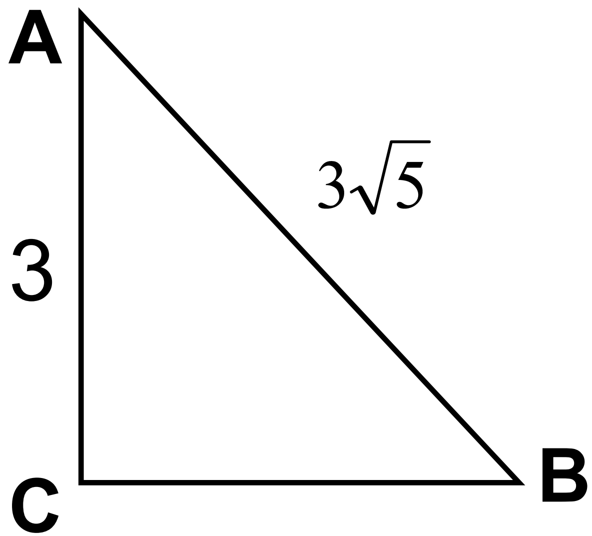
В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 3\sqrt{5}$, AC = 3. Найдите tg $\angle$A.

Решение:

$$tgA = \frac{CB}{AC}$$

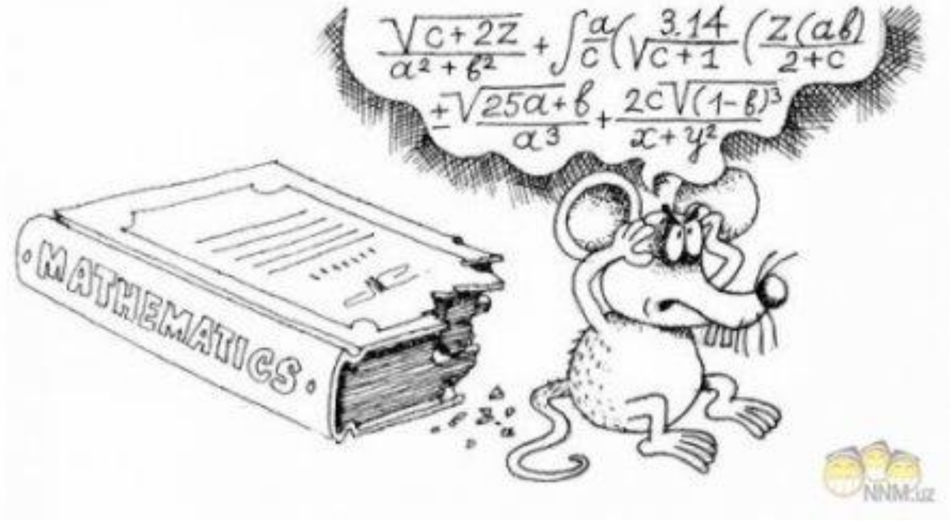
$$CB = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{9 \cdot 5 - 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$tgA = \frac{6}{3} = 2$$



Ответ: 2

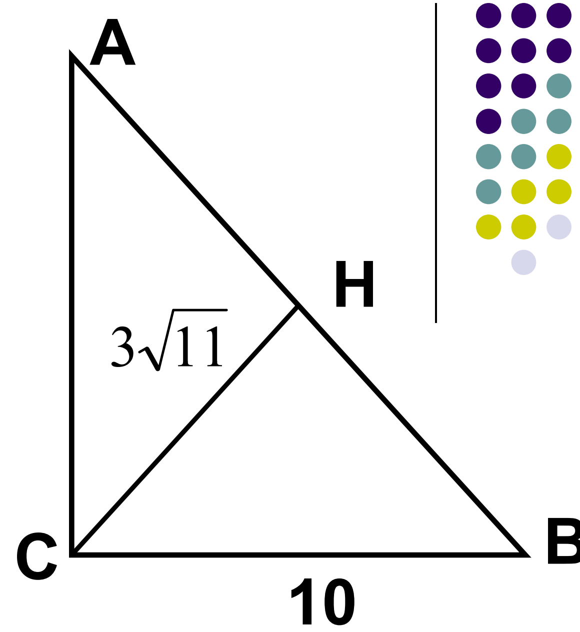
Задача 4:



В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH-высота,BC=10, CH =$3\sqrt{11}$.

Найти sin$\angle$A.

Решение:



Т.к. $\sin\angle A = \dfrac{CB}{AB}$

Из ΔHBC по т.Пифагора найдем HB:

$$HB = \sqrt{100-99} = 1$$

По свойству высоты CH:

$$CH^2 = HB \cdot HA$$

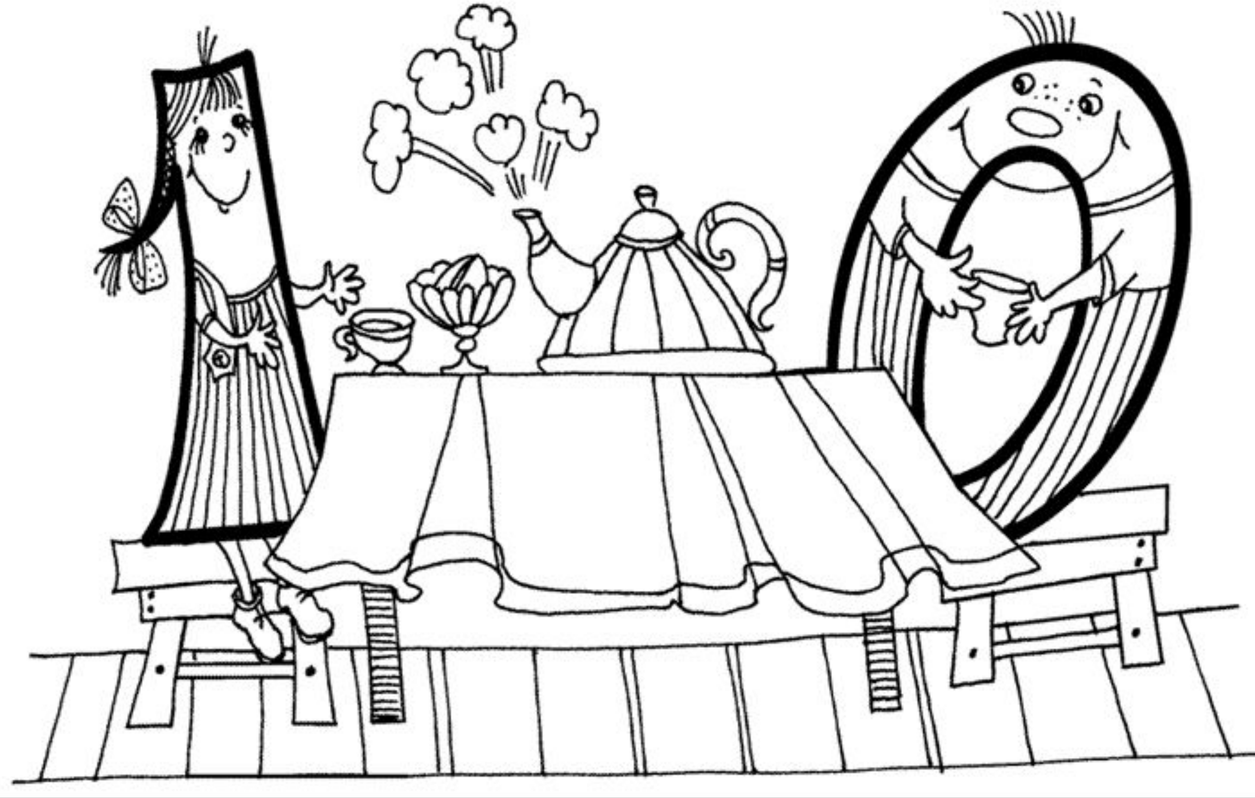
$$AH = \frac{CH^2}{HB} = 99$$

AB=100, следовательно $\sin\angle A = \dfrac{10}{100} = 0{,}1$

Ответ: 0,1

Задача 5:

В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 7\sqrt{2}$, BC = 7.
Найдите тангенс внешнего угла при вершине A.



Решение:

По т.Пифагора найдем АС:

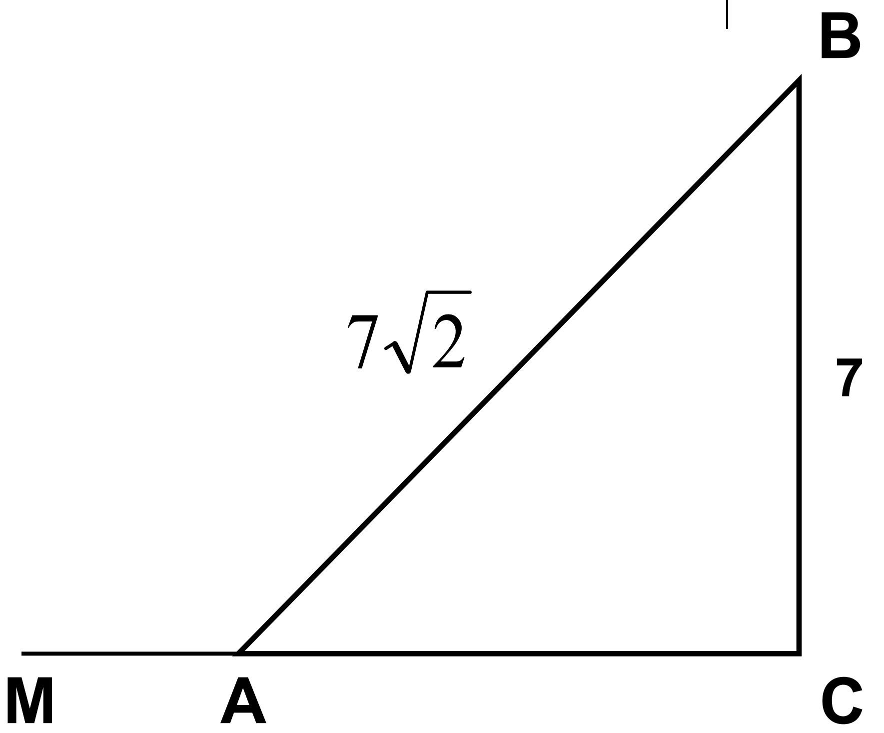
$$AC = \sqrt{49 \cdot 2 - 49} = \sqrt{49} = 7$$

Найдем $tgA = \dfrac{BC}{AC} = 1$

Зная, что tg ∠A= - tg ∠BAM

tg ∠BAM= -1

Ответ: -1



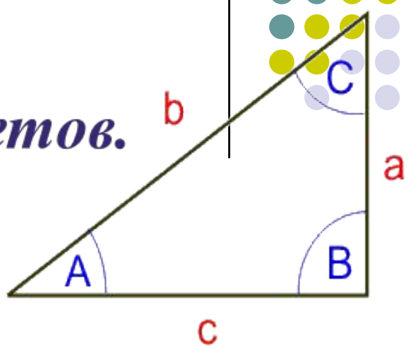
Решение задач типа В9

Основной справочный материал

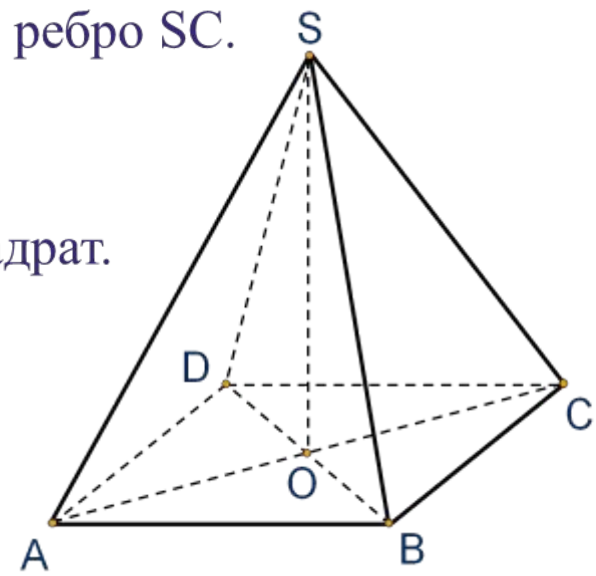
Теорема Пифагора:

квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$b^2=a^2+c^2$$



В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O – центр основания, S – вершина. SO=20, BD=30. Найти боковое ребро SC.



Решение:

Так как SABCD – правильная пирамида, то ABCD – квадрат.

По свойству диагоналей квадрата OB=OD=AO=OC.

Следовательно, $CO=\frac{1}{2}BD=15$.

Из треугольника SOC (угол SOC=90°) найдем SC:

По теореме Пифагора:

$SC^2=SO^2+CO^2=\sqrt{20^2+15^2}=\sqrt{400+225}=\sqrt{625}=25$

Ответ: 25.

Задача №1.

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $D_1B=\sqrt{26}$, $BB_1=3$, $A_1D_1=4$. Найти длину ребра A_1B_1.

Посмотреть решение.

Задача №2.

В правильной треугольной пирамиде SABC медианы основания пересекаются в точке R. Площадь треугольника ABC равна 30, объем пирамиды равен 210. Найдите длину отрезка RS.

Посмотреть решение***Посмотреть решение*****.**

Задача №3.

Найдите квадрат расстояния между вершинами B и D_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, для которого $AB=4$, $AD=6$, $AA_1=5$.

Посмотреть решение***Посмотреть решение*****.**

Задача № 4.

Осевое сечение конуса- равносторонний треугольник, площадь которого равна $12\sqrt{3}$. Найти высоту конуса.

*Посмотреть решение**Посмотреть решение*.

Задача № 5.

Дано два цилиндра. Объем первого равен 12 $м^3$. Радиус основания второго в два раза меньше, чем первого, а высота в три раза больше.

Требуется найти объем второго цилиндра.

*Посмотреть решение**Посмотреть решение*.

Задача № 6.

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу основания шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.

Посмотреть решение.

Теорема Пифагора:

Задача №1

$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед

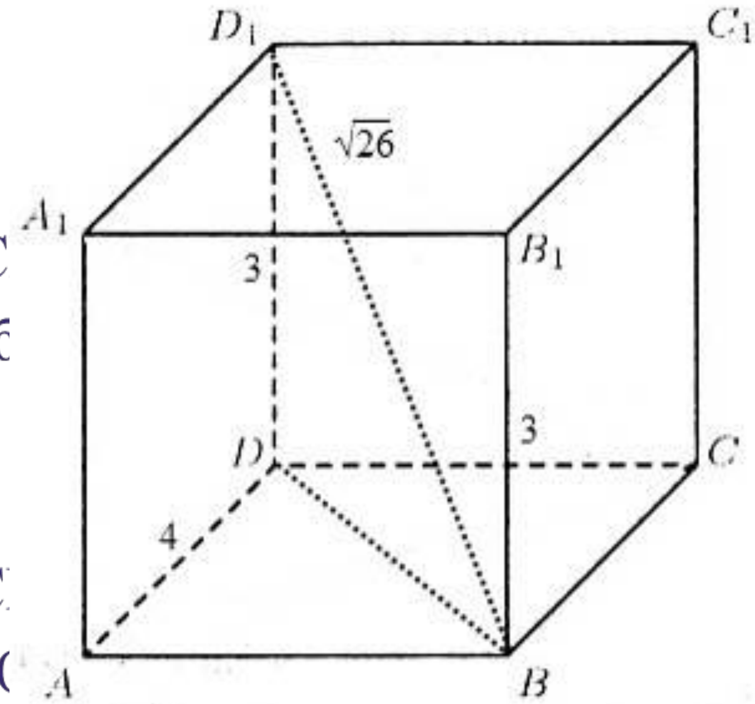
квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$b^2=a^2+c^2$$

Теорема Пифагора:
квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.
$b^2=a^2+c^2$

В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O – центр основания, S – вершина. SO=20, BD=30. Найти боковое ребро SC.

Решение:
Так как SABCD – правильная пирамида, то ABCD – квадрат.
По свойству диагоналей квадрата OB=OD=AO=OC.
Следовательно, CO= $\frac{1}{2}$BD = 15.
Из треугольника SOC (угол SOC=90°) найдем SC:
По теореме Пифагора:
$SC^2=SO^2+CO^2$ =
Ответ: 25.



В правильной четырехугольной пирамиде SABC

основания, S – вершина. SO=20, BD=30. Найти б

Решение:

Так как SABCD – правильная пирамида, то ABC

По свойству диагоналей квадрата OB=OD=AO=(

Следовательно, CO= $\frac{1}{2}$BD = 15.

Из треугольника SOC (угол SOC=90°) найдем SC:

По теореме Пифагора:

$SC^2=SO^2+CO^2$ =

Ответ: 25.

Задача №2

Теорема Пифагора:

квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$b^2=a^2+c^2$

В правильной четырехугольной пирамиде SABCI
основания, S – вершина. SO=20, BD=30. Найти б

Решение:

Так как SABCD – правильная пирамида, то ABCI

По свойству диагоналей квадрата OB=OD=AO=C

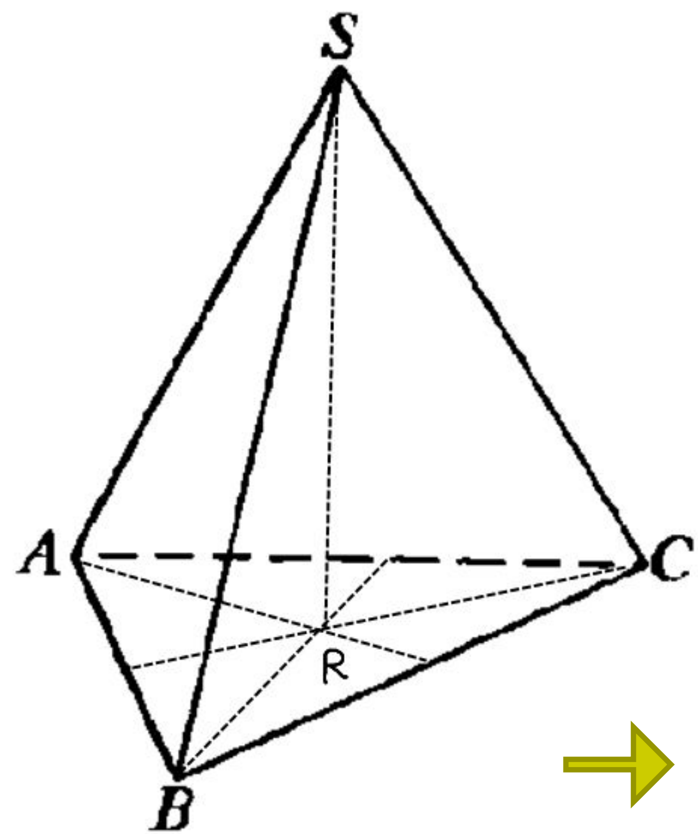
Следовательно, CO= $\frac{1}{2}$BD = 15.

Из треугольника SOC (угол SOC=90°) найдем SC

По теореме Пифагора:

$SC^2=SO^2+CO^2 =$

Ответ: 25.



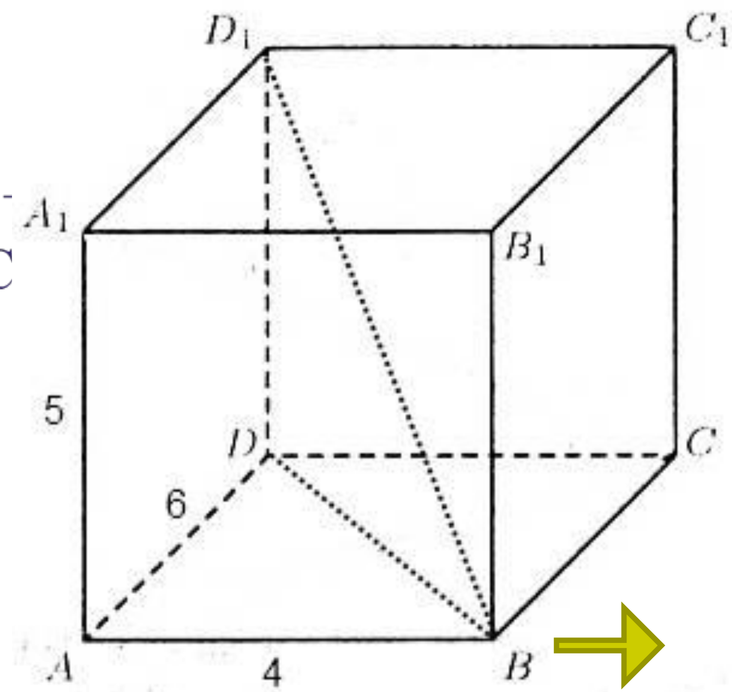
Задача №3

Теорема Пифагора:

квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$b^2=a^2+c^2$

В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O – центр основания, S – вершина. SO=20, BD=30. Найти боковое ребро SC.



Решение:

Так как SABCD – правильная пирамида, то ABCD -

По свойству диагоналей квадрата OB=OD=AO=OC

Следовательно, CO= $\frac{1}{2}$BD = 15.

Из треугольника SOC (угол SOC=90°) найдем SC:

По теореме Пифагора:

$SC^2=SO^2+CO^2$ =

Ответ: 25.

Задача №4

Теорема Пифагора:

квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$b^2=a^2+c^2$$

В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O – центр основания, S – вершина. SO=20, BD=30. Найти боковое ребро SC.

Решение:

Так как SABCD – правильная пирамида, то ABCI

По свойству диагоналей квадрата OB=OD=AO=O

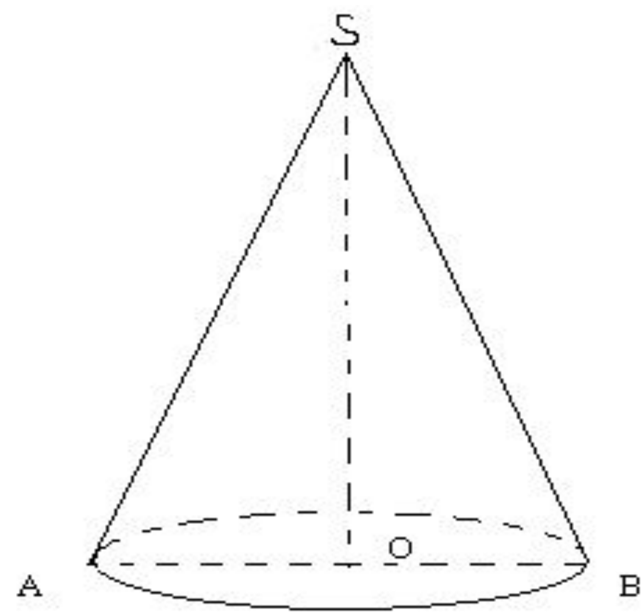
Следовательно, CO= $\frac{1}{2}$BD = 15.

Из треугольника SOC (угол SOC=90°) найдем SC

По теореме Пифагора:

$SC^2=SO^2+CO^2$ =

Ответ: 25.



Задача №5

Теорема Пифагора:

квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$b^2=a^2+c^2$$

В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O – центр основания, S – вершина. SO=20, BD=30. Найти боковое ребро SC.

Решение:

Так как SABCD – правильная пирамида, то ABCD – квадрат.

По свойству диагоналей квадрата OB=OD=AO=OC.

Следовательно, CO= $\frac{1}{2}$BD = 15.

Из треугольника SOC (угол SOC=90°) найдем SC:

По теореме Пифагора:

$SC^2=SO^2+CO^2=$

Ответ: 25.

Задача №6

Теорема Пифагора:

квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$b^2=a^2+c^2$

В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O – центр основания, S – вершина. SO=20, BD=30. Найти боковое ребро SC.

Решение:

Так как SABCD – правильная пирамида, то ABC

По свойству диагоналей квадрата OB=OD=AO=

Следовательно, CO= $\frac{1}{2}$BD = 15.

Из треугольника SOC (угол SOC=90°) найдем SC

По теореме Пифагора:

$SC^2=SO^2+CO^2=$

Ответ: 25.

Для конуса:

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=6$$

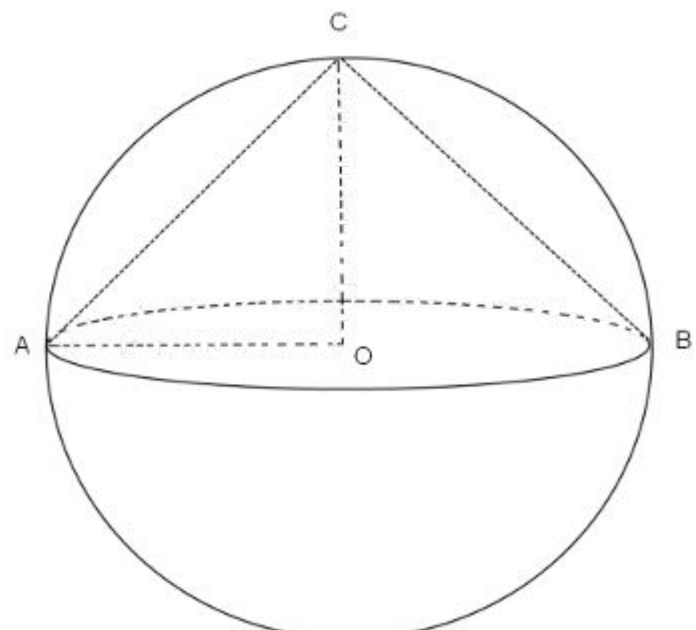
$$h=r;\quad \frac{1}{3}\pi r^3=6$$

$$\pi r^3=18$$

Для шара:

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\cdot 18=24$$

Ответ: 24

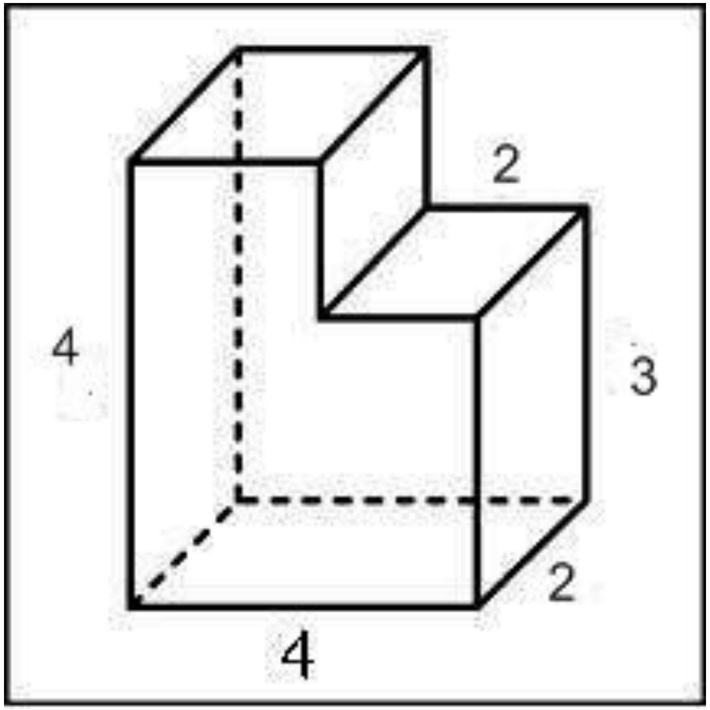


Задания В11

- Задача 1
- Задача 2

Задача 1:

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Решение:

$V = V1 - V2$

По формуле объема для прямоугольного параллелепипеда:

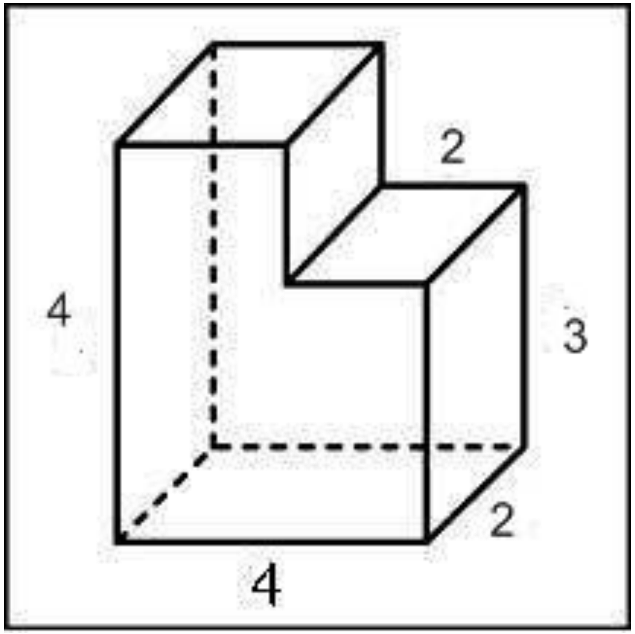
V=abc

$V1 = 4 \cdot 4 \cdot 2 = 32$ (м3)

$V2 = 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$ (м3)

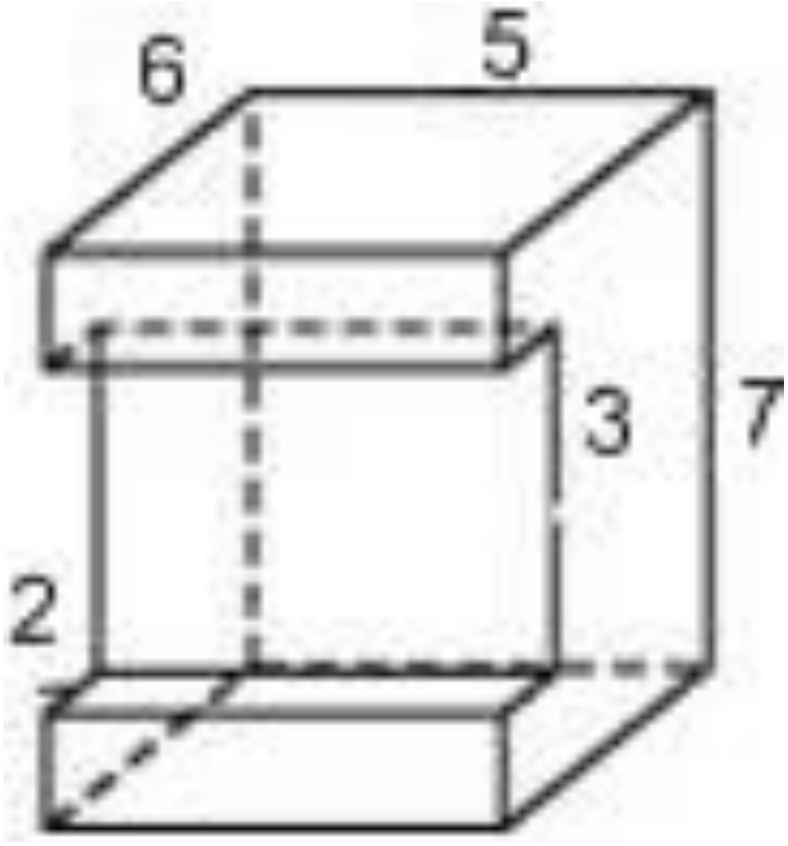
$V = 32 - 4 = 28$ (м3)

Ответ:28.



Задача 2:

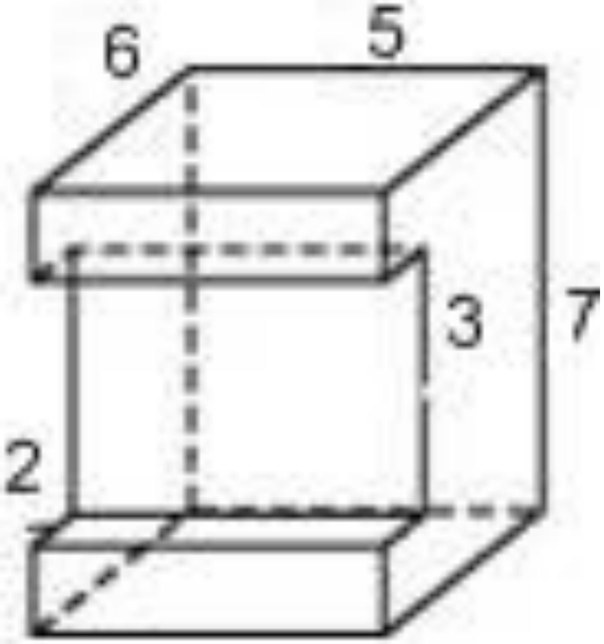
Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке(все двугранные углы прямые).



Решение:

Площадь поверхности данного многогранника равна сумме площадей параллелепипедов со сторонами 6,5,3,2,7:

$S=S1 +S2 +S3 +S4+S5+ S6$



$S1 =2\cdot6\cdot5=60$

$S2 =7\cdot5=35$

$S3 =2(6\cdot7-2\cdot3)=72$

$S4 =2\cdot2\cdot5=20$

$S5 =2\cdot2\cdot5=20$

$S6 =5\cdot3=15$

$S=60+35+72+20+20+15=222$

Ответ:222.

Задачи С2:

Ответы

В6	№1	№2	№6	№7	№8
	0,8	28	2	0,1	-1
В9	№4	№5	№6	№7	№8
	1	21	77	6	9

Ответы

B11	№1	№2	C2
	28	222	

Удачной сдачи экзаменов!

В создании презентации принимали участие выпускники 2012 года:

Киселева Анастасия, Трубин Александр, Соловьев Вадим, Макарова Юлия, Кривда Алина, Романовская Ольга, Швецова Ирина, Абрахина Дарья.