



# Теорема косинусов.

Выполнили:

Давыдова Катерина

Орешенкова Дарья.

# Содержание.

- Теорема косинусов.
- Дополнительная информация.
- Доказательство.
- Следствие.
- Пользуемся теоремой косинусов в решении треугольников.
- Вывод.



# Теорема косинусов.

- *Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.*

# Дополнительная информация.

- Теорему косинусов иногда называют **обобщенной теоремой Пифагора**. Такое название объясняется тем, что в теореме косинусов содержится как частный случай теорема Пифагора. В самом деле, если в треугольнике ABC угол A прямой, то  $\cos A = \cos 90^\circ = 0$  и по формуле (1) получаем

$$a^2 = b^2 + c^2,$$

т. е. квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

# Доказательство.

- Пусть в треугольнике ABC  $AB = c$ ,  $BC = a$ ,  $CA = b$ . Докажем, например, что

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A.$$

Введем систему координат в точке A. Тогда точка B имеет координаты  $(c; 0)$ , а точка C имеет координаты  $(b \cos A; b \sin A)$ . По формуле расстояния между двумя точками получаем:

$$\begin{aligned} BC^2 = a^2 &= (b \cos A - c)^2 + b^2 \sin^2 A = b^2 \cos^2 A \\ &+ b^2 \sin^2 A - 2bc \cos A + c^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \end{aligned}$$

Теорема доказана.

# Следствие.

- Если  $\alpha$  – тупой  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos \alpha'$

$$a^2 > b^2 + c^2$$

Если  $\alpha$  – прямой  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot 0$

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (\text{теорема Пифагора})$$

Если  $\alpha$  – острый  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha'$

$$a^2 < b^2 + c^2$$

## Замечание:

$a^2 > b^2 + c^2 \Rightarrow$  треугольник тупоугольный.

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow$  треугольник прямоугольный

$a^2 < b^2 + c^2 \Rightarrow$  треугольник остроугольный

# Пользуемся теоремой косинусов в решении треугольников

- Дано:  $a, b, c$ .
- Найти: углы  $A, B, C$ .

1) По теореме косинусов находим угол  $A$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

По таблице Брадиса.

2) По теореме косинусов находим угол  $B$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

3) По теореме углов

$$\text{угол } C = 180^\circ - (A + B)$$

# Вывод.

- С помощью этого материала я смогу решать задачи по теореме косинусов.

