



# Моделирование физических процессов

---



## Задача.

Построить математическую модель физического процесса — движения тела, брошенного под углом к горизонту.

Выяснить зависимость расстояния и времени полета тела от угла броска и начальной скорости.

*Угол броска и начальная скорость являются главными факторами процесса моделирования.*

---

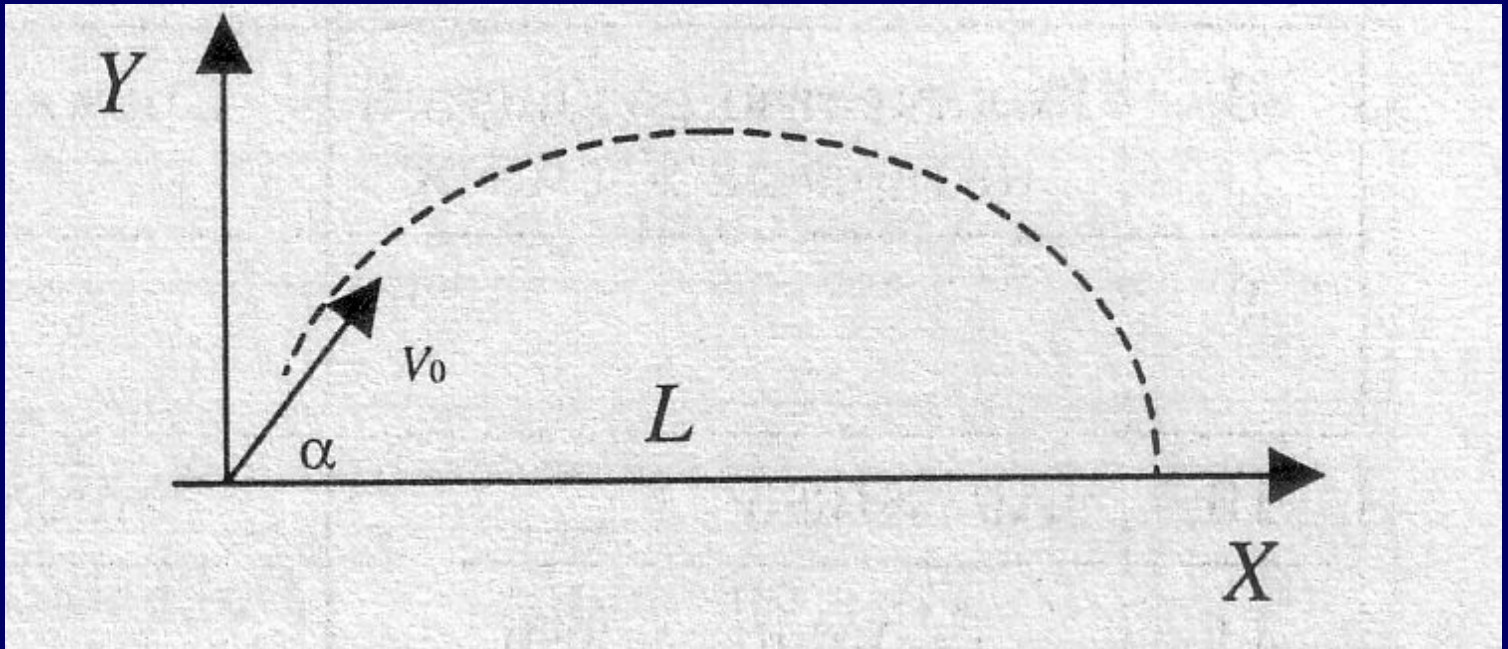


***Решение.***

**Постановка задачи.**

**При расчетах будем использовать следующие допущения:**

- 1. начало системы координат расположено в точке бросания;**
  - 2. тело движется вблизи поверхности Земли, т. е. ускорение свободного падения постоянно и равно  $9,81 \text{ м/с}^2$ ;**
  - 3. сопротивление воздуха не учитывается, поэтому движение по горизонтали равномерное.**
-

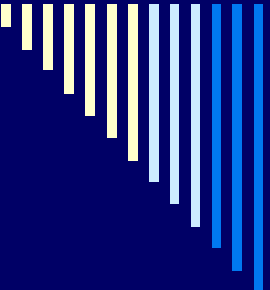


Пусть

$v_0$  — начальная скорость (м/с),

$\alpha$  — угол бросания (радиан),

$L$  — дальность полета (м).



Движение тела, брошенного под углом к горизонту, описывается следующими формулами:

$V_x = V_0 \cos \alpha$  — горизонтальная составляющая начальной скорости,

$V_y = V_0 \sin \alpha$  — вертикальная составляющая начальной скорости,

$x = V_x t$  — так как движение по горизонтали равномерное,



$y = V_y t - \frac{gt^2}{2}$  – так как движение по

вертикали равноускоренное с

отрицательным ускорением.

Искомым в этой задаче будет то

значение  $x = L$ , при котором  $y = 0$ .



---

**Математическая модель.**

**Дано:**

$V_0$  — начальная скорость (м/с),  
 $\alpha$  — угол бросания (радиан).

**Найти:**

$L$  — дальность полета (м).

---



Связь:

(1)  $L = V_x t - \frac{gt^2}{2}$  — дальность полета,

(2)  $0 = V_y t$  — точка падения,

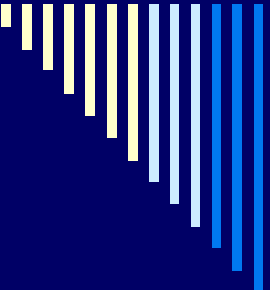
(3)  $V_x = V_0 \cos \alpha$  — горизонтальная проекция вектора начальной скорости,

(4)  $V_y = V_0 \sin \alpha$  — вертикальная проекция вектора начальной скорости,  
 $g = 9,81$  — ускорение свободного падения,

$V_0 > 0$

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  .





Подставляем в формулу (2)  
значение  $V_y$  из формулы (4).

Получаем уравнение:

$$0 = V_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \quad (5)$$



Чтобы решить это уравнение,  
найдем из формул (1) и (3)  
выражение для  $t$ :

$$t = \frac{L}{V_x} = \frac{x}{V_0 \cos \alpha}$$



Подставив это значение в уравнение (5), получаем решение:

$$\begin{aligned} 0 &= V_0 \sin \alpha \frac{L}{V_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2} \left( \frac{L}{V_0 \cos \alpha} \right)^2 = \\ &= \frac{L \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{gL^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} \end{aligned}$$



или

$$2V_0^2 \sin \alpha \cos \alpha = gL$$

Отсюда дальность полета равна:

$$L = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

т. е. зависит от начальной скорости и угла наклона.

---



---

## Компьютерный эксперимент.

**I. Выяснить, как зависит дальность  
полета от угла броска.**

**(Используем Excel)**

**В формульном виде:**

---

	<b>А</b>	<b>В</b>	<b>С</b>
<b>1</b>	Задача о полете тела, брошенного под углом к горизонту		
<b>2</b>	Исходные данные		
<b>3</b>	Начальная скорость	60	
<b>4</b>	Угол бросания	15	
<b>5</b>	Шаг увеличения угла	15	
<b>6</b>	Расчеты		
<b>7</b>	Промежуточные расчеты		Результаты
<b>8</b>	Угол бросания	Начальная скорость	Дальность полета
<b>9</b>	15	60	$=(\$B\$9^2 * SIN(2 * A9 * 3,14 / 180)) / 9,81$
<b>10</b>	$=A9 + \$B\$5$	Заполнить вниз	Заполнить вниз
<b>11</b>	Заполнить вниз		

	<b>А</b>	<b>В</b>	<b>С</b>
1	Задача о полете тела, брошенного под углом к горизонту		
2	Исходные данные		
3	Начальная скорость	60	
4	Угол бросания	15	
5	Шаг увеличения угла	15	
6	Расчеты		
7	Промежуточные расчеты		Результаты
8	Угол бросания	Начальная скорость	Дальность полета
9	15	60	183,40187
10	30	60	317,71003
11	45	60	366,97236
12	60	60	318,00213
13	75	60	183,90787



## Делаем выводы:

- С увеличением угла бросания от  $15^\circ$  до  $45^\circ$  при постоянной начальной скорости полета дальность полета увеличивается.
- С увеличением угла бросания от  $45^\circ$  до  $90^\circ$  при постоянной начальной скорости полета дальность полета уменьшается.





**2. Выяснить, как зависит на Луне дальность полета от угла броска ( $g = 1,63 \text{ м/с}^2$ )**

**3. Выяснить, при каком угле броска, тело улетит на наибольшее расстояние.**

**Начальная скорость – 15 м/с, величина угла лежит в пределах от 30 до 70°.**

**Какое при этом будет время полета?**

**Формулы в ячейках остаются такими же, как и в п. 1 и 2, меняются лишь исходные данные.**