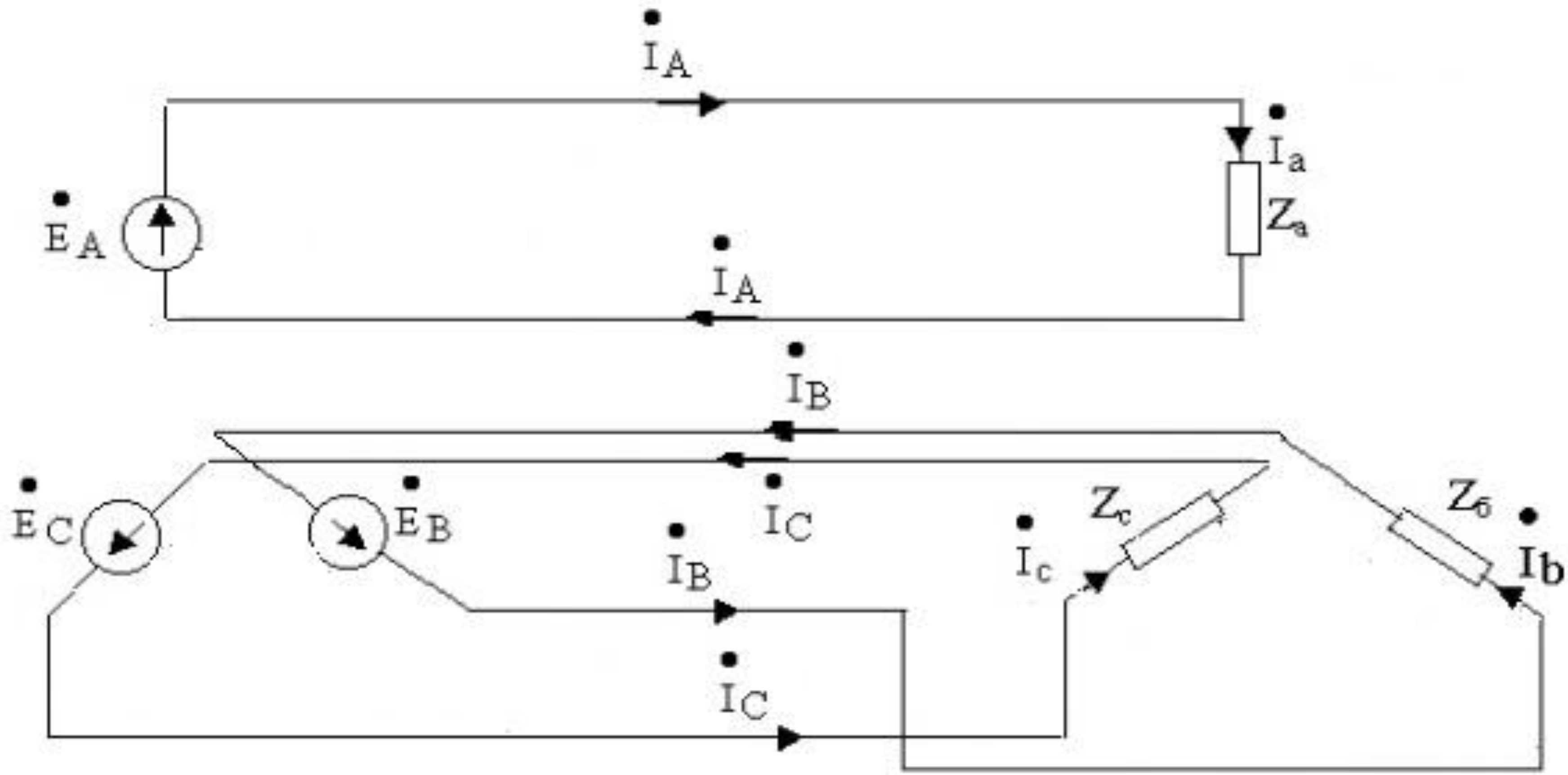
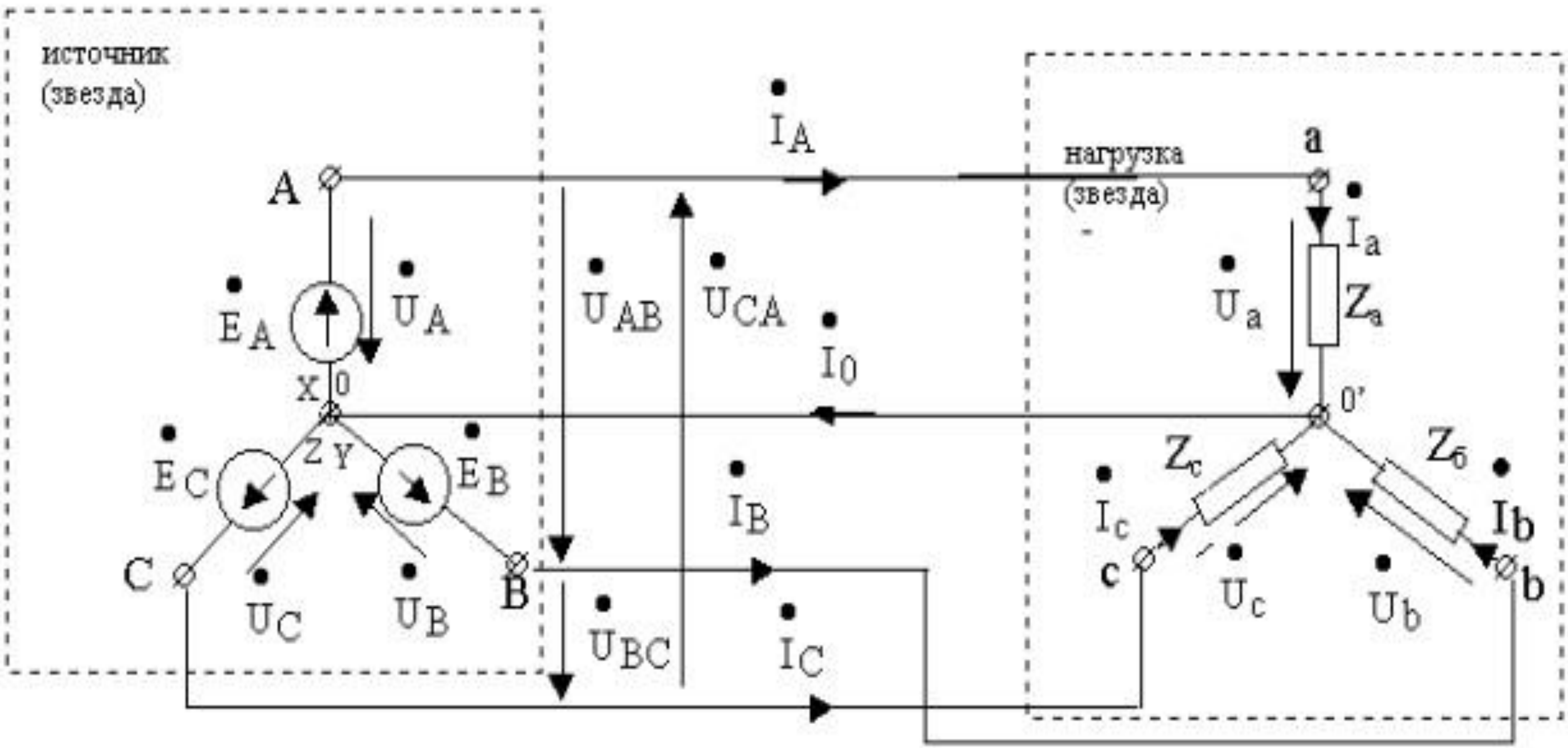
Электрические трехфазные цепи синусоидального тока



$$e_A = E_m \sin(\omega t), \quad e_B = E_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad e_C = E_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right).$$

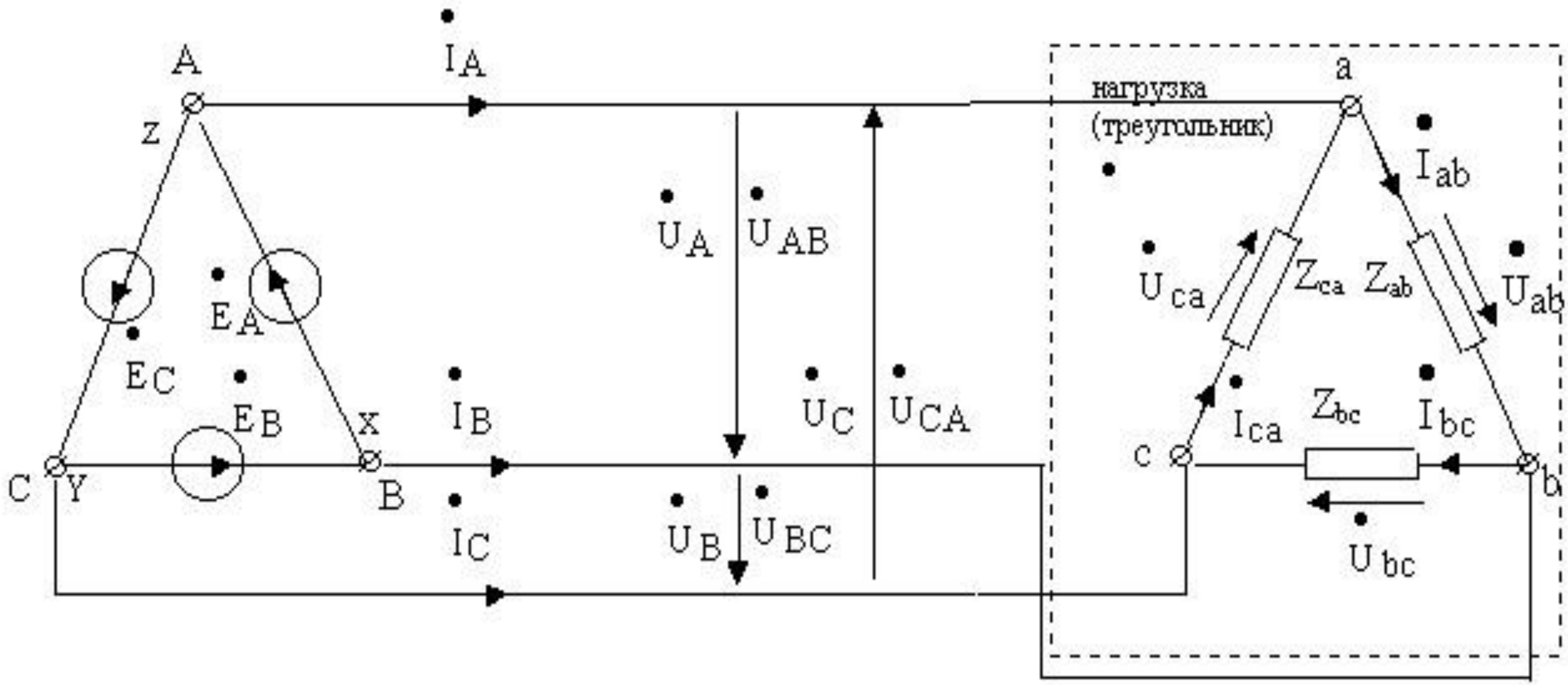
$$\dot{E}_A = E, \quad \dot{E}_B = E\, e^{-j120^\circ}, \quad \dot{E}_C = E\, e^{j120^\circ}.$$

Электрические трехфазные цепи соединенные звездой



$$I_л = I_ф, \quad U_л = \sqrt{3}\, U_ф.$$

Электрические трехфазные цепи соединенные треугольником



$$U_л = U_ф, \quad I_л = \sqrt{3}\, I_ф.$$

Мощность в трехфазных цепях синусоидального тока

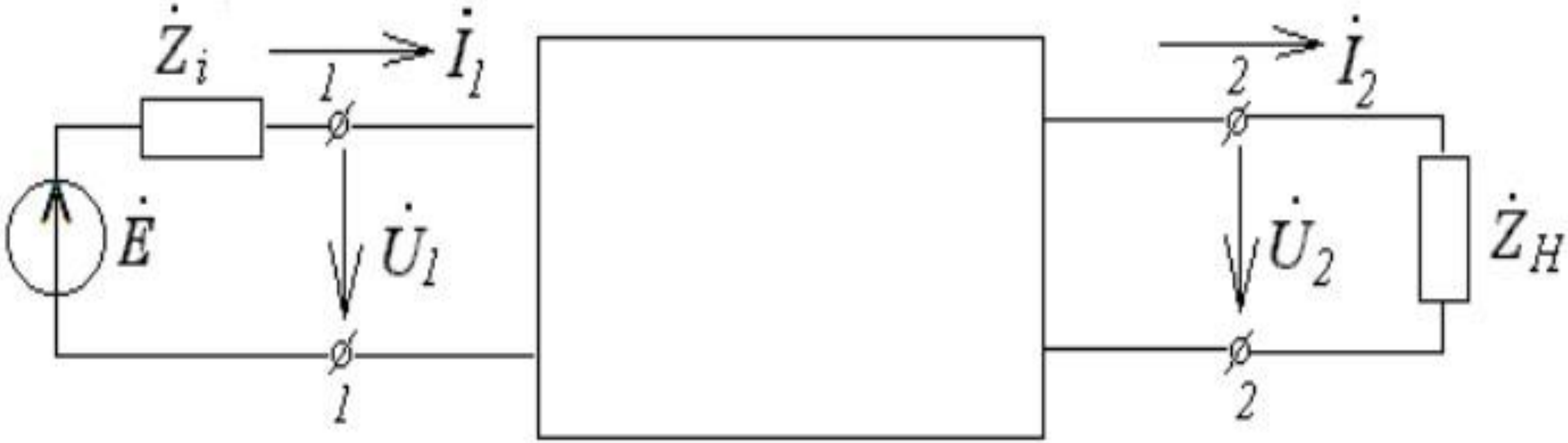
$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos\varphi_A + U_B + I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_C,$$

$$U_ф = U_л, \quad I_ф = \frac{I_л}{\sqrt{3}}$$ – при соединении треугольником

$$U_ф = \frac{U_л}{\sqrt{3}}, \quad I_ф = I_л$$ – при соединении звездой

$$P = 3P_ф = 3U_ф I_ф \cos\varphi = \sqrt{3}\, U_л I_л \cos\varphi.$$

Четырехполюсник



Четырехполюсник

$$\dot{U}_1 = \dot{A}\dot{U}_2 + \dot{B}\dot{I}_2, \quad \dot{I}_1 = \dot{C}\dot{U}_2 + \dot{D}\dot{I}_2,$$

$$\dot{A} = -\frac{\dot{Z}_{11}}{\dot{Z}_{21}}, \quad \dot{B} = \left(\dot{Z}_{12} - \frac{\dot{Z}_{11}\dot{Z}_{22}}{\dot{Z}_{21}}\right), \quad \dot{C} = -\frac{1}{\dot{Z}_{21}}, \quad \dot{D} = -\frac{\dot{Z}_{22}}{\dot{Z}_{21}}.$$

$$\dot{A}\dot{D} - \dot{B}\dot{C} = 1.$$

$$\dot{A} = \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{U}_{20}}, \quad \dot{C} = \frac{\dot{I}_{10}}{\dot{U}_{20}}$$

– в режиме холостого хода (при размыкании выходного контура)

$$\dot{B} = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_{2k}}, \quad \dot{D} = \frac{\dot{I}_{1k}}{\dot{I}_{2k}}$$

– при коротком замыкании выходного контура

Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях

$$e(\omega t) = E_0 + E_{1m}\sin(\omega t + \psi_1) + E_{2m}\sin(2\omega t + \psi_2) + \ldots + E_{km}\sin(k\omega t + \psi_k) + \ldots$$

$$e(\omega t) = E_0 + \sum_{k=1}^{\infty} E_{km}\sin(k\omega t + \psi_k)$$ – амплитудно-фазовая форма представления ряда Фурье

$$e(\omega t) = E_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin(k\omega t) + \sum_{k=1}^{n} C_k \cos(k\omega t)$$ – тригонометрическая форма представления ряда Фурье

$$E_0 = \frac{1}{T}\int_0^T e(\omega t)\,dt, \quad B_k = \frac{2}{T}\int_0^T e(\omega t)\sin(k\omega t)\,dt, \quad C_k = \frac{2}{T}\int_0^T e(\omega t)\cos(k\omega t)\,dt.$$

$$E_{km} = \sqrt{B_k^{\,2} + C_k^{\,2}}, \quad \psi_k = arctg\frac{C_k}{B_k}.$$

$$E=\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} E_k{}^2}=\sqrt{E_0{}^2+E_1{}^2+E_2{}^2+\ldots},$$

$$I=\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} I_k{}^2}=\sqrt{I_0{}^2+I_1{}^2+I_2{}^2+\ldots}, \qquad U=\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} U_k{}^2}=\sqrt{U_0{}^2+U_1{}^2+U_2{}^2+\ldots}.$$

$$E_m=\sqrt{2}\,E=\sqrt{2\sum_{k=9}^{\infty} E_k{}^2}, \quad E_{cp}=\frac{2}{\pi}E_m.$$

$$P=\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} P_k{}^2}=\sqrt{P_0{}^2+P_1{}^2+P_2{}^2+\ldots},$$

$$P=U_0 I_0+U_1 I_1\cos\varphi_1+U_2 I_2\cos(\varphi_2)+\ldots,$$

$$Q=U_1 I_1\sin\varphi_1+U_2 I_2\sin(\varphi_2)+\ldots,$$

$$S=U\,I=\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} U_k{}^2}\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} I_k{}^2}, \qquad S\neq\sqrt{P^2+Q^2}, \qquad \alpha=\frac{P}{S}=\frac{P}{U\,I}<1.$$

$$P = U_1 I_1 \cos\varphi_1 ,$$

$$U = U_1, \quad I = \sqrt{I_0{}^2 + I_1{}^2 + I_2{}^2 + \ldots} > I_1 ,$$

$$\alpha = \frac{P}{S} = \frac{U_1 I_1 \cos\varphi_1}{U\, I} < 1 .$$

$$u_k = U_{km} \sin(k\,\omega t + \psi_k), \qquad i_k = I_{km} \sin(k\,\omega t + \psi_k - \varphi_k),$$

$$I_{km} = \frac{U_{km}}{Z_k}, \quad Z_k = \sqrt{R^2 + \left(k\,\omega L - \frac{1}{k\,\omega C}\right)^2}$$

Переходные процессы в линейных электрических цепях

Переходные процессы могут возникать при любых изменениях режима работы электрической цепи (при подключении и отключении источников, при изменении нагрузки, при обрыве проводов и др.), если в цепи имеются индуктивные и/или емкостные элементы.

Законы коммутации:

$$i_L(0_-)=i_L(0_+), \quad u_C(0_-)=u_C(0_+).$$

1. Рассчитывается цепь до коммутации и определяются токи в индуктивностях и напряжения на емкостях. НУ.
2. Составляется система уравнений для мгновенных значений токов и напряжений рассматриваемой цепи **после коммутации**, используя законы Кирхгофа и следующие соотношения для отдельных элементов цепи:

$$u_R = R i_R,\ \ u_L(t) = L\frac{d\,i_L(t)}{dt},\ \ i_L(t) = \frac{1}{L}\int u_L(t)\,dt,$$

$$i_C(t) = C\frac{d\,u_C(t)}{dt},\ \ u_C(t) = \frac{1}{C}\int i_C(t)\,dt.$$

3. Эту систему уравнений путем замены переменных сводят к дифференциальному уравнению n-го порядка относительно искомой величины (i_L, u_C):

$$\frac{d^n i_L}{d t^n} + a_1\frac{d^{n-1} i_L}{d t^{n-1}} + \ldots + a_{n-1}\frac{d\,i_L}{d\,t} + a_n i_L = f(t).$$

4. Общее решение дифференциального уравнения ищется в виде:

$$i_L(t) = i_{L_{св}}(t) + i_{L_{пр}}(t),\qquad i_{L_{пр}}(t) = i_L(t\to\infty),$$

$$\frac{d^n i_{L_{св}}}{d t^n} + a_1\frac{d^{n-1} i_{L_{св}}}{d t^{n-1}} + \ldots + a_{n-1}\frac{d\,i_{L_{св}}}{d\,t} + a_n i_{L_{св}} = 0,$$

$$i_{L_{св}}(t) = \sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t},\quad \frac{d^n i_L(t)}{dt^n} = p^n.$$

Расчет переходных процессов классическим методом

Главная трудность в решении задач классическим методом для уравнений высоких порядков состоит в отыскании корней характеристического уравнения и постоянных интегрирования.

Для решения уравнений порядка выше второго применяют другие методы, в частности операторный.

Расчет переходных процессов операторным методом

$$F(p)=\int_0^{\infty} f(t)\mathrm{e}^{-pt}\,dt$$ – прямое преобразование Лапласа.

$f(t)$ – оригинал функции, $F(p)$ – изображение функции.

$L|f(t)|=F(p), \quad L^{-1}|F(p)|=f(t).$

Расчет переходных процессов операторным методом

1. Рассчитывается цепь до коммутации и определяются токи в индуктивностях и напряжения на емкостях. НУ.
2. Составляется операторная схема замещения цепи **после коммутации**.
3. Производится расчет операторной схемы замещения (допускается использование всех известных методов расчета электрических цепей).
4. Определение оригиналов функций по операторным изображениям.

$$f(t) = \int_{c-j\omega}^{c+j\omega} F(p)\,\mathrm{e}^{pt}\,dp$$ – обратное преобразование Лапласа.

Теорема разложения:

$$F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}, \quad F_2(p) = 0, \quad \Rightarrow \quad p_1, p_2, \ldots, p_n$$

$$f(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)}\,\mathrm{e}^{p_k t}.$$