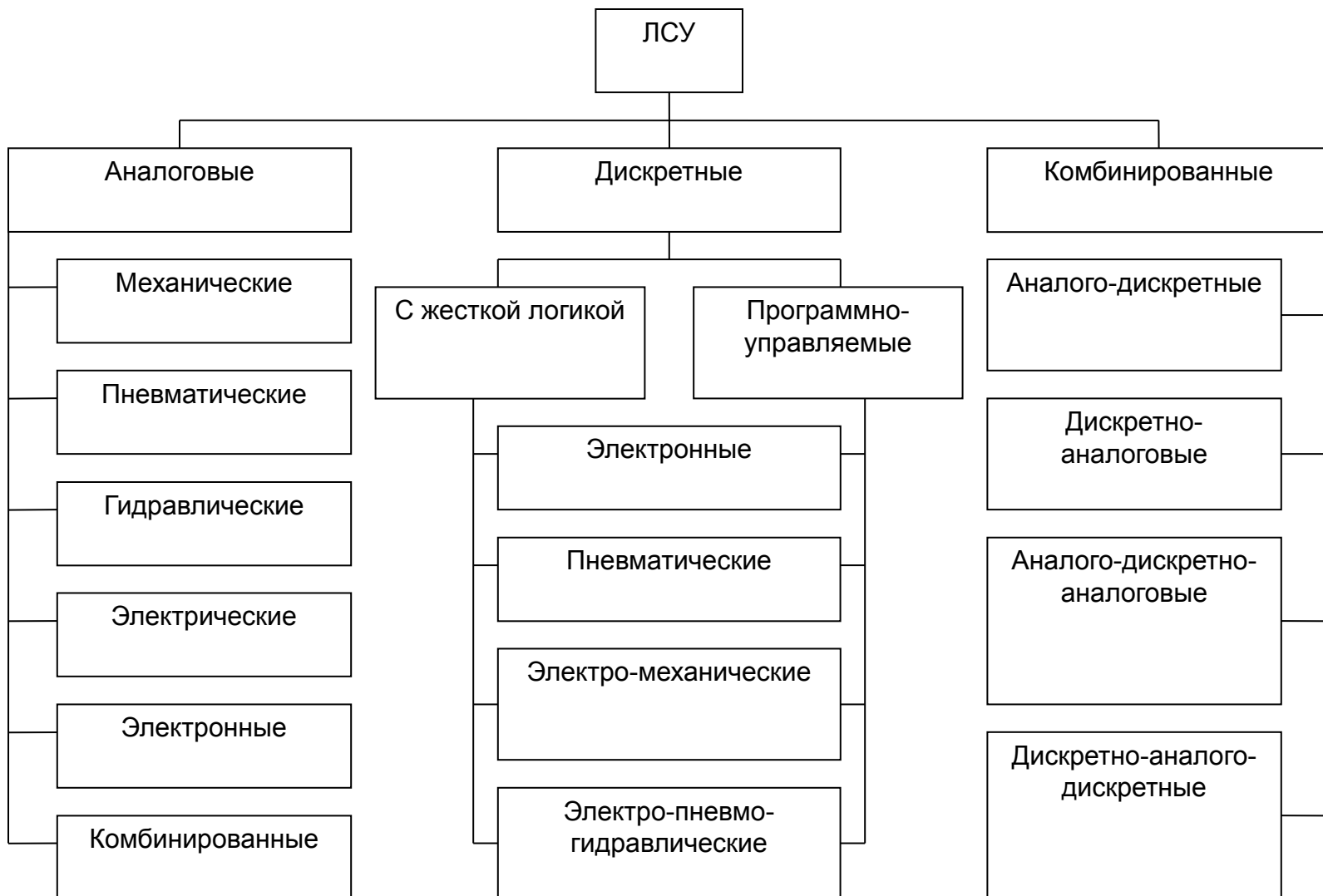


# Общие понятия ЛСУ

## Классификация ЛС



## Общие требования к ЛС

Энергоёмкость.

Вид потребляемой энергии.

Надёжность работы.

Быстродействие.

Точность поддержания регулируемого параметра (не более 20%).

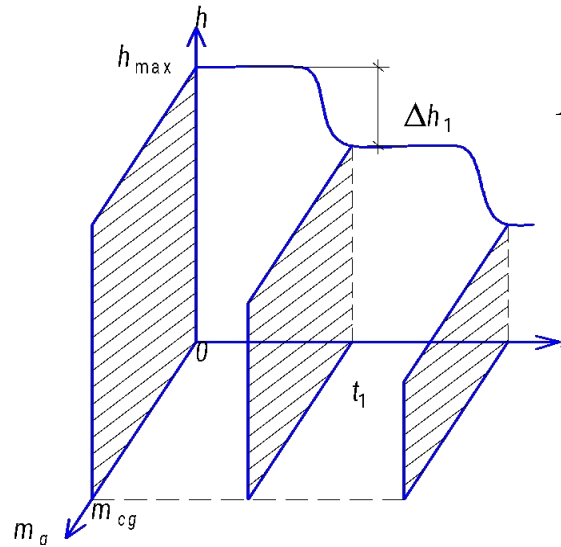
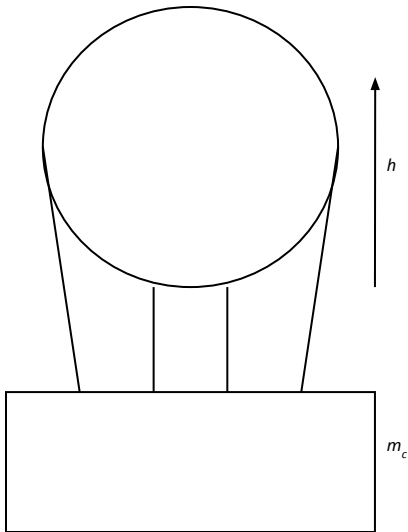
Вид системы (дискретная – человек управляет).

Элементная база.

Влияние внешних возмущений.

Дизайн.

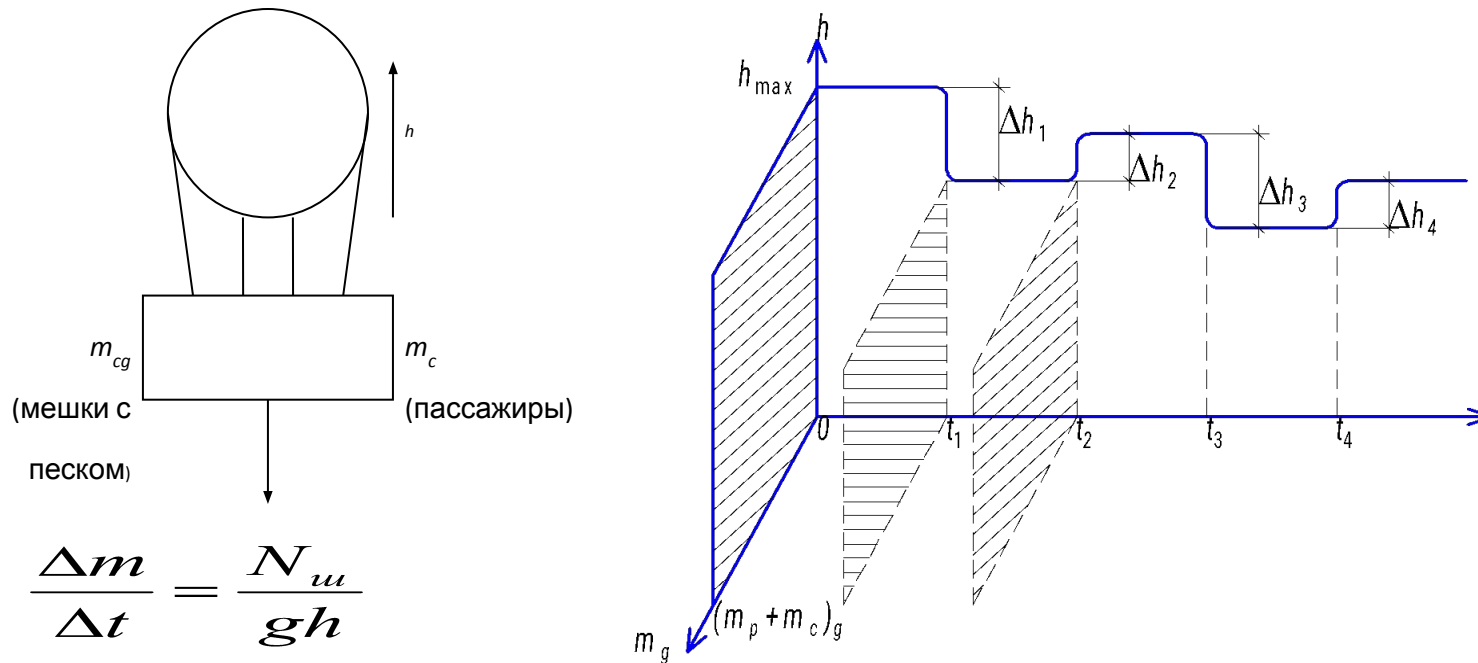
Это одностороннее регулирование



$$N_w = \frac{m_{0c}gh}{\Delta t} \text{ быстродействие одностороннего регулирования.}$$

где  $N_w$  – работа шара.

## Рассмотрим процесс двустороннего регулирования:



### Выводы:

1. двустороннее управление любой координаты объекта управления около начального уровня только при наличии избыточной или скрытой энергии, т.е. её запасов;
2. регулирование любой координаты объекта управления возможно только в пределах ниже, максимально допустимых, т.е. управлять объектам управления по любой координате можно только при условии, что объект управления не требует большей координаты, чем та, которой обладает регулятор;
3. для быстрого управления необходима мощность. Слабомощный регулятор быстро управлять не может;
4. для управления надо использовать усилительные эффекты, т.е. мощность и энергию самого ОУ.

# Математические модели ОУ

$y(t)$  – переменное состояние;  
 $x(t)$  – входящие сигналы;  
 $u(t)$  – выходящие сигналы.

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = f(y(t), u(t), t) \\ x(t) = g(y(t), u(t), t) \end{cases}$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n(t) \end{bmatrix} \quad u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ u_n(t) \end{bmatrix} \quad x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad f(y(t), u(t), t) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{bmatrix} \quad g(y(t), u(t), t) = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ g_n \end{bmatrix}$$

**Уравнение устройства для замера угловых скоростей  
выходного вала двигателя внутреннего сгорания**

$$m \frac{d^2 l}{dt^2} + k_v \frac{dl}{dt} + k_c l^3 = k \omega$$

$m$  – масса устройства;  
 $l$  – перемещение этой массы;  
 $k_v$  – коэффициент скоростного трения;  
 $k_c$  – коэффициент жёсткости пружины;  
 $\omega$  – угловая скорость (частота вращения).

Введём:  $l = l_1$   $l_1 = l_2$

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= l_2 \\ l_2 &= \frac{k_v}{m} l_1 - \frac{k_c}{m} l_1^3 + \frac{k}{m} \omega \end{aligned} \right\}$$

## Уравнение ракеты, вертикально стартовой под действием силы

**тяги**

$$m(t) \frac{d^2 H}{dt^2} + k_v \left( \frac{dh}{dt} \right)^2 + m(t)g = k \frac{dm(t)}{dt}$$

Получим  $h = h_1$   $h_1 = h_2$

$$h_2 = k \frac{dm(\epsilon)}{d\epsilon} \cdot \frac{1}{m(t)} - \frac{k_v h_1^2}{m(t)} - g$$

## Разностное уравнение для описания элементов дискретного действия

$$\left. \begin{aligned} y(t_{k+1}) &= f(y(t_k), u(t_k), t_k) \\ x(t_k) &= g(y(t_k), u(t_k), t_k) \end{aligned} \right\}$$

$$y(t_k) = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{bmatrix} \quad u(t_k) = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_n \end{bmatrix} \quad x(t_k) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} \quad f(y(t_k), u(t_k), t_k) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{bmatrix} \quad g(y(t_k), u(t_k), t_k) = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ g_n \end{bmatrix}$$

Такт квантования системы – это та частота, с которой опрашиваются датчики.

$$\left. \begin{aligned} y[(k+1)T_0] &= f(y(kT_0), u(kT_0), kT_0) \\ x(kT_0) &= g(y(kT_0), u(kT_0), kT_0) \end{aligned} \right\}$$

Для написания программы системы управления используют три метода:

Эйлера. 
$$U(k+1) = U_{1k} + T_0 U_k$$

Адамс-Башфорт. 
$$U_1(k+1) = U_{1(k-1)} + 2T_0 U_k$$

Адамс-Мультон. 
$$U_1(k+1) = U_{1(k-1)} + \frac{T_0}{3} (U_k + 4U_{k-1} + U_{k-2})$$

$U$  – сигнал (выходной, входной или сравниваемый);

$T_0$  – такт квантования;

$T_{k-1, k-2}$  – предыдущие сигналы;

$T_k$  – настоящий сигнал;

$T_{k+1}$  – следующий сигнал.

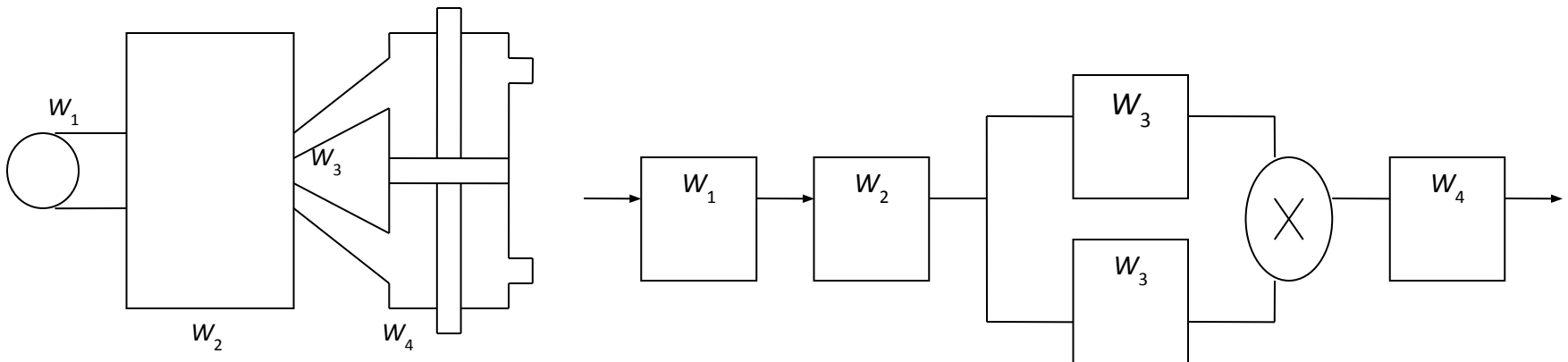
## Методы линеаризации уравнений

Четыре метода линеаризации.

1. Нелинейная функция в рабочей области раскладывается в ряд Тейлора.
2. Заданные в виде графиков нелинейные функции линеаризуются в рабочей области прямыми.
3. Вместо непосредственного определения частных производных вводятся переменные в исходные уравнения.

$$\left. \begin{aligned} y &= y_0 + \Delta y \\ x &= x_0 + \Delta x \\ u &= u_0 + \Delta u \end{aligned} \right\}$$

4. Проводит линеаризации нелинейных характеристик по методу наименьших квадратов или методом трапеции.



Сначала составить структурную схему и объединить передаточные функции.

Написать, как это упростить до  $W_{1234}$ .

При проектировании непрерывных, дискретно-непрерывных и дискретных систем необходимо знать математические модели объектов управления.

Система дискретных уравнений, передаточные функции, частотные характеристики и импульсные переходные функции удобны лишь при невысоких порядках математических моделей.

При высоких порядках моделей используют векторно-матричный аппарат записи уравнений.

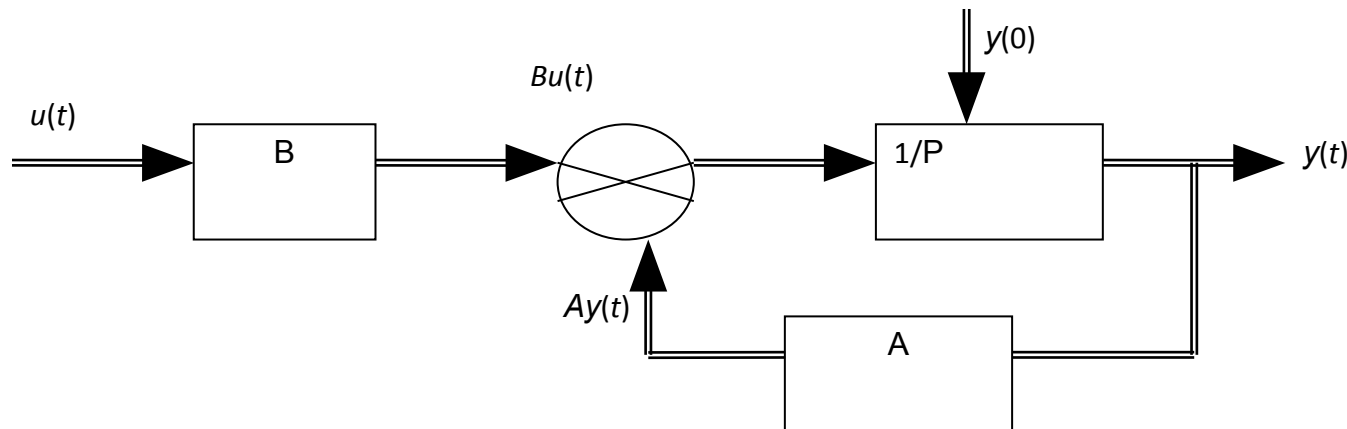
Стационарный объект описывается уравнением:

$$\mathbb{X}(t) = Ay(t) + Bu(t)$$

$$- Ay(t) + \mathbb{X}(t) = Bu(t)$$

$$\frac{A}{B}y(t) + \frac{1}{B}\mathbb{X}(t) = u(t)$$

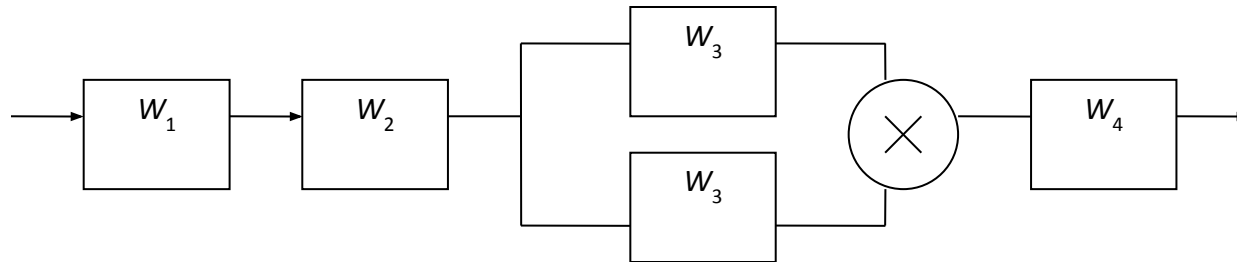
В соответствии с этим уравнением существует типовая структурная схема многомерного объекта.





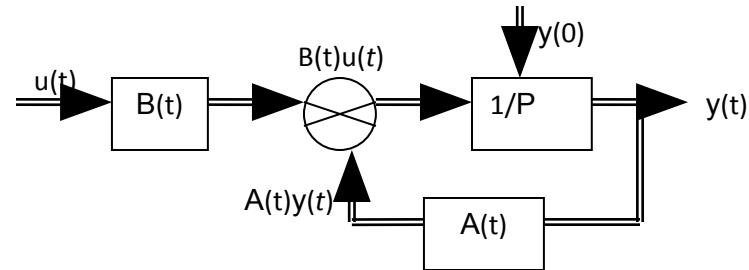
Нестационарный объект:

$$\dot{y}(t) = A(t)y(t) + B(t)u(t)$$



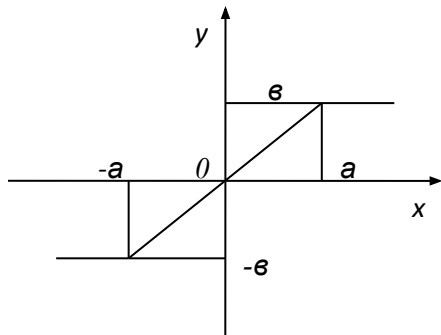
$$-A(t)y(t) + \dot{y}(t) = B(t)u(t)$$

$$-\frac{A(t)}{B(t)}y(t) + \frac{1}{B(t)}\dot{y}(t) = u(t)$$



### Математические модели нелинейных объектов.

Весь класс существенных нелинейностей делится на 2-ве группы. К первой группе относятся однозначные нелинейности, у которых связь между входным и выходным векторными сигналами зависит только от формы статической характеристики.



$$y=F(x)$$

$$x(t)=x_1(t)$$

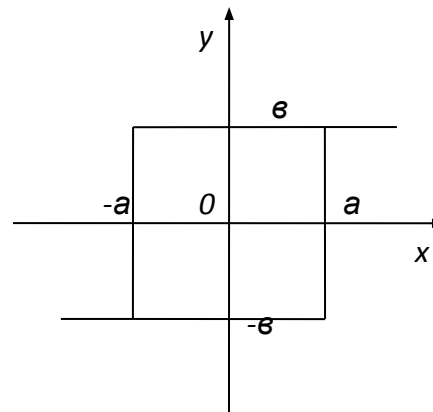
$$y_1(t)=a(x_1)x_1(t)$$

Приближённое значение передаточной функции:

$$y(x_1) = a(x_1)$$

Ко второй группе относятся двузначные нелинейности, у которых связь между входным и выходным сигналами зависит не только от формы статической характеристики, но и от предыстории входного сигнала.

Для учёта предыстории влияния входного сигнала, учитывается не только входной сигнал, но и скорость его изменения.



$$y(t)=F[x(t)]; x(t)=x_1(t)$$

$$y_1(t) = a(x_1)x_1 + \frac{b(x_1)T}{2\pi} \dot{x}_1$$

$a(x_1)$ ,  $b(x_1)$  – коэффициенты гармонической минерализации двузначных нелинейностей;  $T$  – период колебаний в 1-й гармонике.

Эквивалентная передаточная функция:

$$y(x_1) = a(x_1) + jb(x_1)$$

$$y(t) = \tilde{F}(x_1, x_1) \quad y(t) = \tilde{a}(x_1, x_1) + \frac{\tilde{b}(x_1, x_1)}{2\pi k} x_1 \quad \tilde{y}(x_1) = \tilde{a}(x_1, x_1) + j\tilde{b}(x_1, x_1)$$

$k$  – номер гармоники.

Матрицы и являются периодическими с периодом  $T$ .

В случае однозначной нелинейности, матрицу коэффициентов линеаризации выбирают таким образом, чтобы минимизировать среднее значение квадрата разности между точным и приближённым сигналами на выходе.

$$\|\bar{E}(t)\|^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \|E_1(t)\|^2 dt \quad E_1(t) \text{ – значение по 1-й гармонике}$$

$$E(t) = Y(x_1) - a(x_1)x_1$$

В случае однозначной нелинейности

$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{x_{11}^2} & \overline{x_{12}x_{11}} & \cdot & \cdot & \overline{x_{11}x_{11}} \\ \overline{x_{11}x_{12}} & \overline{x_{11}^2} & \cdot & \cdot & \overline{x_{1n}x_{12}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \overline{x_{11}x_{1n}} & \overline{x_{12}x_{1n}} & \cdot & \cdot & \overline{x_{1n}^2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \overline{F_1x_{11}} \\ \overline{F_1x_{12}} \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{F_1x_{1n}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{n1} \\ a_{n2} \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{x_{11}^2} & \overline{x_{12}x_{11}} & \cdot & \cdot & \overline{x_{1n}x_{11}} \\ \overline{x_{11}x_{12}} & \overline{x_{11}^2} & \cdot & \cdot & \overline{x_{1n}x_{12}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \overline{x_{11}x_{1n}} & \overline{x_{12}x_{1n}} & \cdot & \cdot & \overline{x_{1n}^2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \overline{F_1x_{11}} \\ \overline{F_1x_{12}} \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{F_1x_{1n}} \end{bmatrix}$$

Пусть на вход нелинейности поступает первая гармоника синусоидального сигнала:

$$x_1(t) = A \cdot \sin(\omega t) = A \sin \varphi \quad a(A) = \frac{1}{\pi A_0} \int_0^{2\pi} F \cdot A \cdot \sin \varphi \sin \varphi d\varphi$$

$F$  – приближенное значение передаточной функции по 1-ой гармонике.  
В случае двузначной нелинейности:

$$E(t) = F(x_1, \mathbb{X}_1) - \left[ a(x_1, \mathbb{X}_1)x_1 + \frac{b(x_1, \mathbb{X}_1)x_1}{2\pi k} \right]$$

$E$  – разность между истинным и приближенным значениями сигналов.

$$\|\bar{E}(t)\|^2 = \sum_{i=1}^n \left\{ F_i(x_1, \mathbb{X}_1) - \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}(x_1, \mathbb{X}_1)x_{ij} + \frac{b(x_1, \mathbb{X}_1)x_{ij}T}{2\pi k} \right) \right\}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{x_{11}^2} & \overline{x_{12}x_{11}} & \cdot & \cdot & \overline{x_{11}x_{11}} \\ \overline{x_{11}x_{12}} & \overline{x_{11}^2} & \cdot & \cdot & \overline{x_{1n}x_{12}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \overline{x_{11}x_{1n}} & \overline{x_{12}x_{1n}} & \cdot & \cdot & \overline{x_{1n}^2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \overline{F_1x_{11}} \\ \overline{F_1x_{12}} \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{F_1x_{1n}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{n1} \\ a_{n2} \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{x_{11}^2} & \overline{x_{12}x_{11}} & \cdot & \cdot & \overline{x_{1n}x_{11}} \\ \overline{x_{11}x_{12}} & \overline{x_{12}^2} & \cdot & \cdot & \overline{x_{1n}x_{12}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \overline{x_{11}x_{1n}} & \overline{x_{12}x_{1n}} & \cdot & \cdot & \overline{x_{1n}^2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \overline{F_nx_{11}} \\ \overline{F_nx_{12}} \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{F_nx_{1n}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{12} \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbb{X}_{11}^2} & \overline{\mathbb{X}_{12}\mathbb{X}_{11}} & \cdot & \cdot & \overline{\mathbb{X}_{11}\mathbb{X}_{11}} \\ \overline{\mathbb{X}_{11}\mathbb{X}_{12}} & \overline{\mathbb{X}_{11}^2} & \cdot & \cdot & \overline{\mathbb{X}_{1n}\mathbb{X}_{12}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \overline{\mathbb{X}_{11}\mathbb{X}_{1n}} & \overline{\mathbb{X}_{12}\mathbb{X}_{1n}} & \cdot & \cdot & \overline{\mathbb{X}_{1n}^2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \overline{F_1\mathbb{X}_{11}} \\ \overline{F_1\mathbb{X}_{12}} \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{F_1\mathbb{X}_{1n}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} b_{n1} \\ b_{n2} \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbb{X}_{11}^2} & \overline{\mathbb{X}_{12}\mathbb{X}_{11}} & \cdot & \cdot & \overline{\mathbb{X}_{1n}\mathbb{X}_{11}} \\ \overline{\mathbb{X}_{11}\mathbb{X}_{12}} & \overline{\mathbb{X}_{12}^2} & \cdot & \cdot & \overline{\mathbb{X}_{1n}\mathbb{X}_{12}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \overline{\mathbb{X}_{11}\mathbb{X}_{1n}} & \overline{\mathbb{X}_{12}\mathbb{X}_{1n}} & \cdot & \cdot & \overline{\mathbb{X}_{1n}^2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \overline{F_n\mathbb{X}_{11}} \\ \overline{F_n\mathbb{X}_{12}} \\ \cdot \\ \cdot \\ \overline{F_n\mathbb{X}_{1n}} \end{bmatrix}$$

Из матрицы получаем коэффициенты гармонической линейаризации.

$$a(x_1) = \frac{\overline{F(x_1)} \cdot \bar{x}_1}{\bar{x}_1^2} \quad b(x_1) = \frac{2\pi}{T} \frac{\overline{F(x_1)} \cdot \bar{x}_1}{\bar{x}_1^2} \quad x_1(t) = A \cdot \sin \omega t = A \cdot \sin \varphi \quad a(x_1) = \frac{1}{AT} \int_0^{2\pi} E(A \cdot \sin \varphi) \sin \varphi d\varphi$$

$$b(x_1) = \frac{1}{AT} \int_0^{2\pi} E(A \cdot \sin \varphi) \cos \varphi d\varphi \quad Y(A) = a(A) + jb(A)$$

Пусть на вход однозначной нелинейности поступает сигнал:

На выходе:

$$x_1(t) = A \cdot \sin(\omega t)$$

И приближённое значение выходного сигнала:

$A_1$  – первая гармоника сигнала на выходе нелинейности.

$$y_1(t) = A_1 \sin \omega t$$

Приближённое значение выходного сигнала через коэффициенты гармонической линейаризации:

$$y_1(t) = A_a(A) \cdot \sin \omega t \quad y_1(t) = a(A)x_1(t) \quad a(A) = \frac{y_1(t)}{x_1(t)} \quad \text{или} \quad a(A) = \frac{A_1}{A}$$

При двузначной нелинейности:

$$y_1(t) = C_1 \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) \quad y_1(t) = A_1 \cdot \sin \omega t + B_1 \cdot \cos \omega t \quad C_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \quad \sin \varphi_1 = \frac{A_1}{C_1} \quad \cos \varphi_1 = \frac{B_1}{C_1}$$

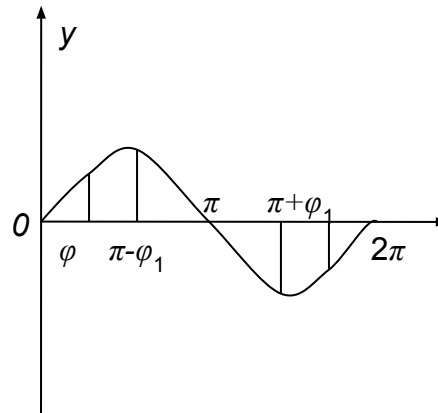
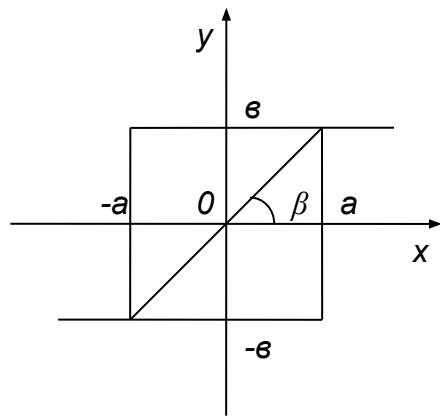
$$y_1(t) = a(A)A \sin(\omega t) + Ab(A) \cos(\omega t)$$

$a(A)$ ,  $b(A)$  – коэффициенты гармонической линейаризации по 1-ой гармонике.

$$y_1(t) = a(A)x_1(t) + \frac{b(A)}{A\omega} \dot{x}_1(t) \quad Y(A) = a(A) + jb(A) \quad j, \mu(A) \text{ – амплитудная и фазовая характеристики по 1-ой гармонике.}$$

$$q(A) = \sqrt{a^2(A) + b^2(A)} \quad \mu(A) = \arctg \frac{b(A)}{a(A)}$$

Пример:



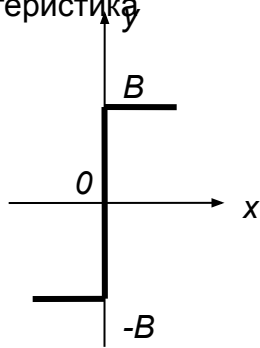
$$a(A) = \frac{2k}{\pi} \left( \arcsin\left(\frac{C}{A}\right) + \frac{C}{A} \sqrt{1 - \frac{C^2}{A^2}} \right)$$

$A \gg C$

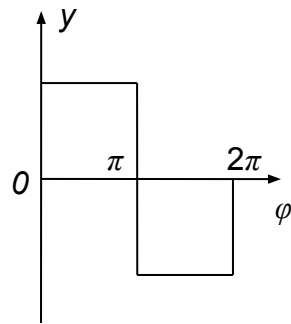
$k$  – тангенс угла наклона

$$k = \text{tg} \beta$$

Статическая характеристика



Выходной сигнал



$$a(A) = \frac{4B}{A\pi}$$

Для МП  $W=1$

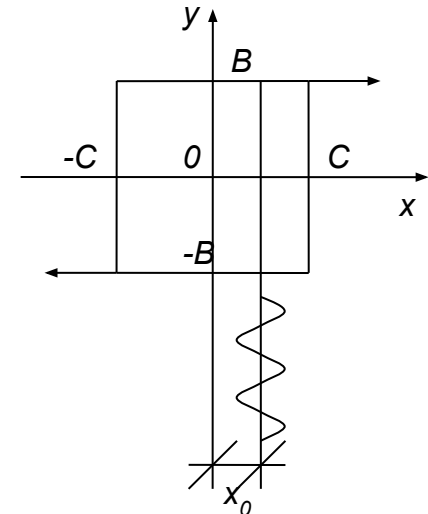
Далее от  $W(p) \Rightarrow W(z)$

$$W(z) = \frac{\partial_1}{\partial_2} \frac{z-1}{z} \mathbf{Z} \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\}$$

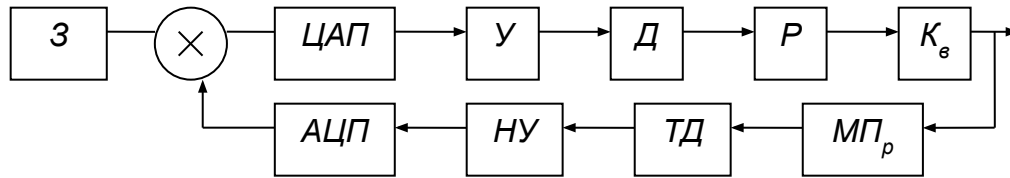
$$y_1(t) = F(x_0, A) + Aa(x_0, A) \cdot \sin \omega t + Ab(x_0, A) \cos \omega t$$

$F(x_0, A)$ ,  $Ab(x_0, A)$ ,  $Aa(x_0, A)$  – варианты этих величин, в зависимости от их смещения, представлены в справочниках.

В случае использования в системе нелинейных элементов, имеющих статические характеристики со смещением, необходимо учитывать при линеаризации дополнительные гармонические составляющие автоколебаний. При этом эквивалентная передаточная функция зависит от двухчастотного или многочастотного сигнала.



## Элементный синтез



$K_v$  – конвейер винтовой,  $Q$  [кг/с];

$P$  – редуктор,  $\omega$  [рад/с];

$D$  – двигатель,  $\omega_1$  [рад/с];

$U$  – усилитель,  $U$  [В];

$Z$  – задающее устройство,  $U_2$  [В];

$МПр$  – механический преобразователь,  $P$  [Па];

$ТД$  – тензодатчик,  $R_x$  [Ом];

$НУ$  – нормирующий усилитель,  $U_n$  [В].

Регулирование может вестись по одному параметру, все остальные, при этом – постоянные. Если учесть, что нестабильность присутствует в любой ЛСУ, регулирование можно вести по всем четырём параметрам.

## Метрологический синтез

На этом этапе создаётся по ТЗ метрологическая точность объекта управления. Метрологическая точность ОУ на входе определяется с помощью статической характеристики относительных единиц.

## Энергетический синтез

Соседние по функциональной схеме звенья должны отвечать оптимальным критериям согласования нагрузок: выходная мощность предыдущего звена не должна быть меньше входной мощности последующего звена.

## Временной синтез

Синтез также проводится справа налево, как в прямой цепи, так и по обратной. При движении влево должен наблюдаться принцип увеличения быстродействия.

## Разделительный синтез

В процессе синтеза могут возникнуть ситуации, когда каждое из звеньев может потребовать коррекции, то есть само звено может являться ЛСУ и требовать цифровой коррекции. Часть цифровой ЛСУ может быть дополнена элементами непрерывной части, которые могут появиться в результате выбора каждого из элементов.

## **Выбор и обоснование каждого звена ЛСУ по предыдущим критериям**

Из этих критериев основными являются все, но есть особенности: в элементном синтезе не допускаются нарушения размерностей, а метрологический, энергетический, временной и разделительные синтезы являются альтернативными.

### **Математическая модель каждого звена**

Все мат. Модели делятся на два класса:

- 1) Системы с сосредоточенными параметрами, если быстродействие звена на 1-2 порядка превышает быстродействие ОУ.
- 2) Системы с распределёнными параметрами. Если в звене есть время запаздывания, соизмеримое с постоянной времени ОУ.

### ***Краткий алгоритм получения модели в СРП.***

Выбирается дифференциальное уравнение из справочника Бутковского.

- а) «Гитарист» – одномерные задачи (колебание струи).
- б) «Барабанщик» – двумерные задачи (колебание мембраны).
- в) «Пекарь» – трёхмерные задачи.

Для выбранного уравнения выбирается континуальная передаточная функция.

Для выбранной континуальной передаточной функции строят ЛАЧХ и аппроксимируют её типовыми звеньями.

Полученную передаточную функцию считают как ССП, где есть только один вход и один выход.

Дальше она используется для расчёта ЛСУ в целом.

Если предыдущие пункты выполнены для каждого звена, то полученная ЛСУ будет желаемой, то есть её не нужно корректировать.



## Статическая линеаризация существенных нелинейных элементов.

В системах автоматического регулирования в реальных условиях на вход существенных нелинейных элементов, наряду с детерминированными, поступают и случайные сигналы. Существующие строгие методы анализа нелинейных систем со случайными сигналами требуют учёта законов распределения случайных величин, что приводит к сложной математике.

В инженерной практике пользуются приближённым методом – методом статической линеаризации, сущность которого состоит в замене нелинейного элемента статически – линеаризованным, то есть нелинейную характеристику  $y(t)=F(x)$  (1) заменяют линейной:

$$y_n(t) = k_0 m_x + k_1 x(t)$$

$m_x$  – математическое ожидание

$k_0$  – коэффициент по математическому ожиданию

$x(t) = x(t) - m_x$  – центрирующая случайная составляющая

$k_1$  – коэффициент по этой составляющей

Значения  $k_0$  и  $k_1$  подбираются таким образом, чтобы добиться максимального приближения  $y_n$  к  $y$ .

Пусть на вход двузначной нечастотной симметричной нелинейности поступает сигнал:

$$x_1(t) = A_1 \cdot \sin(\omega t) + A_3 \sin(3\omega t + \varphi_3)$$

$A_1 \cdot \sin(\omega t)$  – 1-ая гармоника,  $A_3 \sin(3\omega t + \varphi_3)$  – 3-я гармоника,  $\varphi_3$  – сдвиг по фазе 3-ей гармоники

$$y_1(t) = F(A_1 \cdot \sin(\omega t) + A_3 \sin(3\omega t + \varphi_3))$$

$y_1(t)$  – функция от входного сигнала.

Запишем через коэффициенты линеаризации:

$$y_1(t) = A[a_1(A) \cdot \sin(\psi) + b_1(A) \cdot \cos \psi + a_3(A) \cdot \sin(3\psi + \varphi_3) + b_3(A) \cdot \cos(3\psi + \varphi_3)]$$

$a_1, b_1, a_3, b_3$  – коэффициенты линеаризации по 1-ой и 3-ей гармонике

## Совместная гармоническая и статическая линеаризация.

При поступлении на вход нелинейного элемента суммы 2-х сигналов

$$x(t) = m_x(t) + \tilde{x}(t) + A \sin(\omega t)$$

Можно считать, что коэффициенты статической линеаризации являются периодическими функциями времени.

Применив совместную статическую и гармоническую линеаризацию, получим приближённую зависимость:

$$y(t) \approx F_0^*(A, m_x, \sigma_x) + a^*(A, m_x, \sigma_x) A \sin \psi + k_1^*(A, m_x, \sigma_x) \tilde{x}(t)$$

$$F_0^*(A, m_x, \sigma_x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(m_x + A \sin \varphi, \sigma_x) d\psi$$

$$a^*(A, m_x, \sigma_x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(m_x + A \sin \psi, \sigma_x) \sin \psi d\psi$$

$$k_1^*(A, m_x, \sigma_x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(m_x + A \sin \psi, \sigma_x) \cos \psi d\psi$$

## Существенные дискретные нелинейные элементы

Нелинейные импульсные элементы для удобства математического описания можно представить в виде совокупности линейного и нелинейного элемента.

$$y(kT_0) = F[x(t)] \delta(t),$$

$y$  – сигнал на выходе

$$\delta(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_0)$$

входной сигнал является гармоническим:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi),$$

где  $\omega = \frac{\pi}{nT_0}$

$nT_0$  – полупериод гармонического колебания

$$y_1(kT_0) = F[A \sin(\omega t + \varphi)] \delta(t)$$

$$y_1(kT_0) = A \left[ a(A, n, \varphi) \sin\left(\frac{\pi}{nT_0}\right) + b(A, n, \varphi) \cos\left(\frac{\pi}{nT_0}\right) \right] \delta(t)$$

Подбирается:  $\|\bar{\varepsilon}_m\|^2 = \frac{1}{nT_0} \int_0^{2\pi} \left\{ F \left[ A \sin\left(\frac{\pi}{nT_0} + \varphi\right) \right] - \left[ a(A, n, \varphi) \sin\left(\frac{\pi}{nT_0}\right) + b(A, n, \varphi) \cos\left(\frac{\pi}{nT_0}\right) \right] \right\}^2 \delta(t) dt$

– наибольшее квадратическое приближение

$$a(A, n, \varphi) = \frac{2}{An} \sum_{k=0}^{n-1} F \left[ A \sin\left(\frac{\pi}{nT_0} + \varphi\right) \right] \sin\left(\frac{\pi k}{n}\right)$$

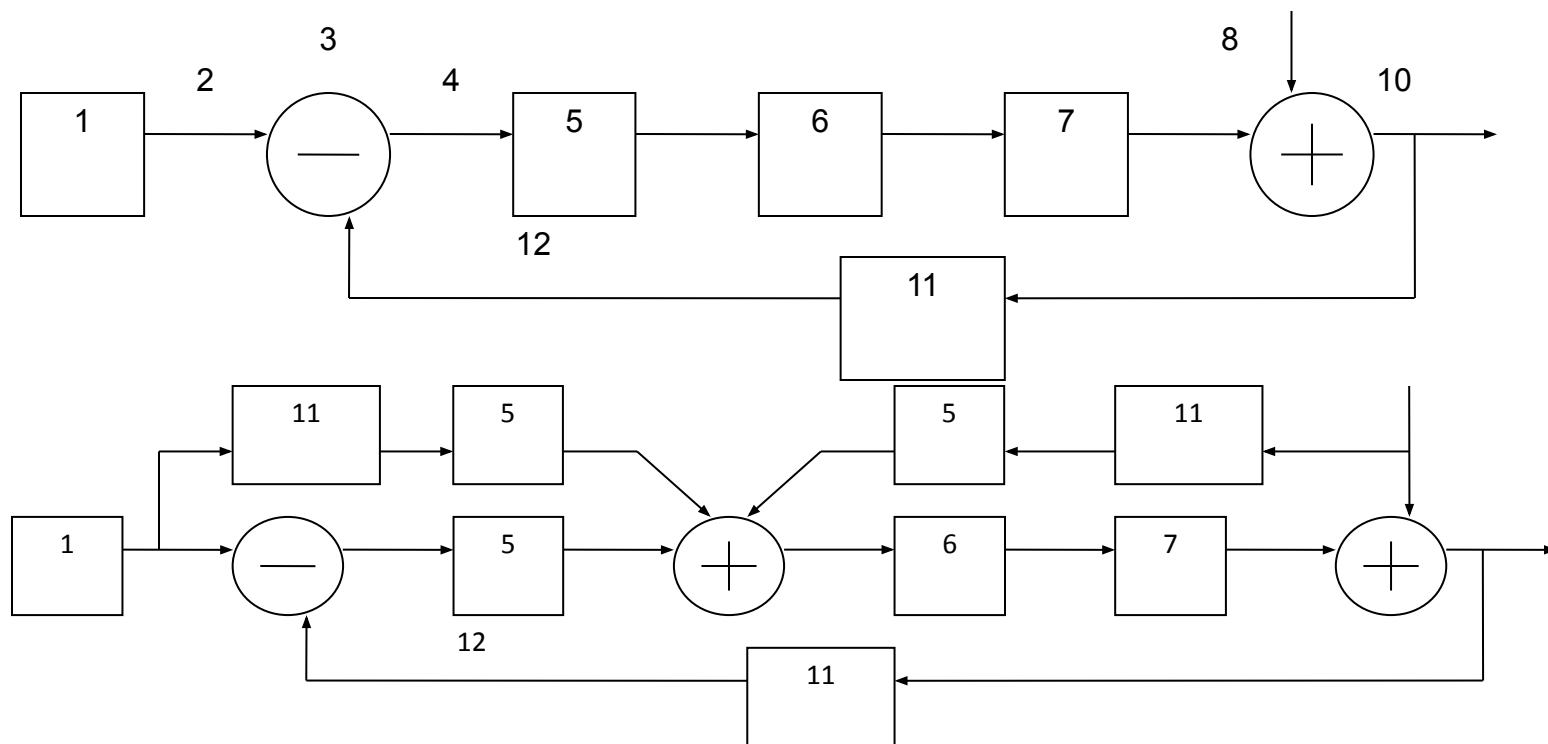
$$b(A, n, \varphi) = \frac{2}{An} \sum_{k=0}^{n-1} F \left[ A \sin\left(\frac{\pi}{nT_0} + \varphi\right) \right] \cos\left(\frac{\pi k}{n}\right)$$

$$J(A, n, \varphi) = q(A, n, \varphi) e^{-j\mu\left(\frac{\pi k}{n} + \varphi\right)}$$

$$q(A, n, \varphi) = \sqrt{a^2(A, n, \varphi) + b^2(A, n, \varphi)}$$

$$\mu\left(\frac{\pi k}{n} + \varphi\right) = -\text{arctg}\left(\frac{b(A, n, \varphi)}{a(A, n, \varphi)}\right)$$

## Структурные схемы локальных систем в векторно-матричной форме



а) с обработкой ошибок от сигналов управления и возмущения,

б) с комбинированным управлением и компенсацией ошибок.

На этих схемах управляющий сигнал 2 формируется в задающем устройстве 1. Он сравнивается в устройстве 3 с выходным сигналом, который измеряется датчиком 11.

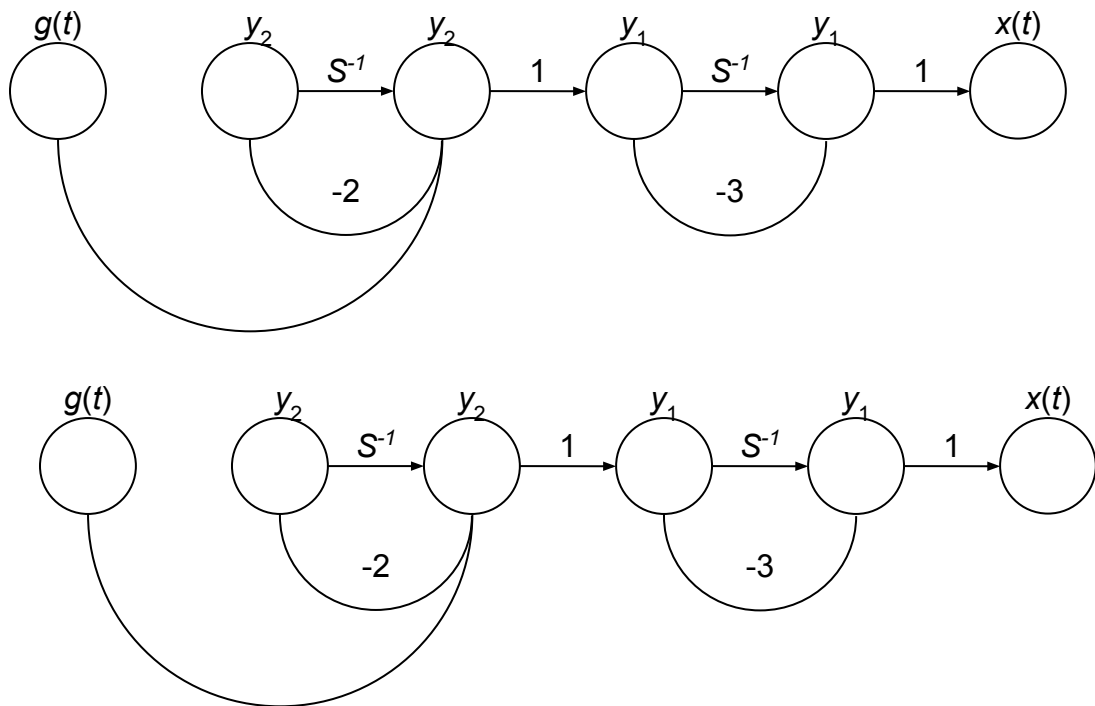
В результате сравнения сигналов образуется сигнал разности 4, поступающий через устройства управления 5 и 6 на объект регулирования 7. От действия сигнала 8, поступающего в систему через сумматор 9, происходит некоторое искажение выходного сигнала 10. Замыкание системы осуществляется главной обратной связью 12.

## Управляемость и наблюдаемость

Сформулируем понятие управляемости и наблюдаемости для любых систем, в которых протекают изменяемые во времени процессы  $x(t)$ , эти **процессы называются управляемыми**, если на каждую переменную состояния  $y(t)$  можно целенаправленно воздействовать с помощью сигнала  $g(t)$  в течение конечного времени.

Если переменная состояния не зависит от управления  $g(t)$ , то отсутствует возможность требуемого её изменения во времени, и **она является неуправляемой**.

**Процесс  $g(t)$  называется наблюдаемым**, если каждая переменная состояния процесса обуславливает изменение некоторых выходных переменных.



- а) не полностью управляемой системой граф состояния,
- б) не полностью наблюдаемой системы граф состояния.

Так как входной сигнал  $g(t)$  воздействует не только на переменную  $y_1(t)$ , то переменное состояние  $y_2(t)$  является не полностью управляемым или не управляемым.

Под пунктом б) изображена схема, соответствующая состоянию наблюдаемого процесса. Переменная состояния  $y_2(t)$  не связана с выходной переменной  $x(t)$ , поэтому, если  $x(t)$  измерена, то можно определить переменную  $y(t)$ , поскольку  $y_1(t) = x(t)$ .

## Построение переходных процессов с помощью импульсных переходных функций

В случае действия ЛСА управляющего или возмущающего воздействия сложных форм, удобно пользоваться зависимостями, связывающими значение импульсной переходной функции замкнутой системы  $k_3(t)$  с вещественной  $R(\omega)$  и линейной  $S(\omega)$  частными характеристиками:

$$\Phi(j\omega) = \int_0^{\infty} k_3(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$\Phi(j\omega) = R(\omega) + jS(\omega) \quad R(\omega) = \int_0^{\infty} k_3(t) \cos \omega t dt \quad S(\omega) = \int_0^{\infty} k_3(t) \sin \omega t dt$$

$$R(\omega) = \sum_{i=0}^n \int_0^{\infty} k_i(t) \cos \omega t dt \quad R(\omega) = \sum_{i=0}^n \int_0^{\infty} k_i(t) \sin \omega t dt$$

### Исследование динамической точности непрерывных и дискретно-непрерывных ЛСА

Динамическая точность ЛСА определяется ошибками, возникающими в системе от действия управляющих и возмущающих воздействий.

Ошибки от случайного воздействия определяются не мгновенными значениями, а её средними квадратическими отклонениями.

### Характеристики точности непрерывных ЛСА при действии регулярных сигналов

Точность ЛСА при действии медленно – меняющихся регулярных сигналов определяется коэффициентом ошибок, которые можно получить разложением передаточной функции замкнутой системы относительно ошибки в ряд Макларена.

### Неподвижное состояние

В качестве типового режима рассматриваются устойчивые состояния при постоянных значениях управляющего и возмущающего воздействия.

Ошибка системы в этом случае называется **статической**.

$$x_{cm} = \left[ \frac{g_0}{1+W(p)} \right]_{p \rightarrow 0} + \left[ \frac{\sum_{k=1}^l W_k(p) f_{k0}}{1+W(p)} \right]_{p \rightarrow 0} = x'_{cm} + x''_{cm}$$

где  $l$  – число возмущений

$g_0$  – управление

$f_{k0}$  – возмущение

$$x'_{cm} = \frac{g_0}{1+k} \quad x''_{cm} = \frac{\gamma_1 - f_{10}}{1+k}$$

### Движение с постоянной скоростью

$$g(t) = u(t); u = \text{const.}$$

$$x_{ycm} = \frac{v}{h_v} + x_{cm} = x_c + x_{cm} \quad D_\omega = k_i = \frac{v}{x_c} \quad \text{– добротность по скорости.}$$

### Движение с постоянным ускорением

$$E = \text{const} \quad g(t) = \frac{\varepsilon t^2}{2} \quad x_{ycm} = \frac{\varepsilon}{k_\varepsilon} + x_{cm} = x_y + x_{cm} \quad D_\varepsilon = k_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{x_y} \quad \text{– добротность по ускорению.}$$

### Движение по синусоидальному закону

$$g(t) = g_{\max} \sin \omega_k t \quad x_{\max} = \frac{g_{\max}}{A(\omega_k)}$$

где  $A(\omega_k)$  – модуль частотной ПФ разомкнутой ЛСА.

При  $\omega = \omega_k$ .

Если управляющая функция времени  $g(t)$  имеет произвольную форму, но достаточно главную, чтобы иметь  $m$  производных вида:

$$x(p) = \Phi_x(p) G(p) = \frac{G(p)}{1+W(p)} \quad \frac{dg}{dt}; \frac{d^2 g}{dt^2}; \dots; \frac{d^m g}{dt^m}$$

где  $\Phi_x(p)$  – ПФ замкнутой системы по ошибке,

$G(p)$  – изображение управляющего воздействия.

Разложим ПФ по ошибке в ряд по возрастающим степеням  $P$ :

$$x(p) = \left[ C_0 + C_1 p + \frac{C_2}{2!} p^2 + \frac{C_3}{3!} p^3 + \dots \right] G(p)$$

$$x_{ycm} = C_0 g(t) + C_1 \frac{dg(t)}{dt} + \frac{C_2}{2!} \frac{d^2 g(t)}{dt^2} + \dots,$$

Переходя к оригиналу, получаем формулу для установившейся ошибки:

$$C_0 [\Phi_x(p)]_{p=0}, C_1 = \left[ \frac{d\Phi_x(p)}{dp} \right]_{p=0}, \dots, C_m = \left[ \frac{d^m \Phi_x(p)}{dp^m} \right]_{p=0}$$

где  $C_0, C_1, C_m$  - коэффициенты по ошибке. Их определяют согласно общему правилу расположение в ряд Тейлора.

В системах с астатизмом 1-го порядка:

$$C_0 = 0,$$

$$C_1 = 1/k_v.$$

2-го порядка:

$$C_0 = 0,$$

$$C_1 = 0,$$

$$C_2 = 1/k_\varepsilon.$$

При исследовании ошибки от возмущающего воздействия можно получить все коэффициенты  $\neq 0$  при астатизме любого порядка, т.к. астатизм по управляющему воздействию может соответствовать наличию статической ошибки по возмущению.



## Определение характеристик точности дискретных и дискретно-непрерывных ЛСА

$$E(kT_0) = C_0 g(kT_0) + \frac{C_1}{1!} g(kT_0) + \frac{C_2}{2!} g(kT_0) + \frac{C_3}{3!} g(kT_0) + \dots$$

$$\Phi_x(p) = \frac{1}{1 + W_{раз}(p)}$$

$$C_0 = 0 \quad C_1 = \frac{1}{h} = \left[ \frac{d\Phi_x(p)}{dp} \right]_{p=0} \quad \frac{C_2}{2} = \left[ \frac{d^2\Phi_x(p)}{dp^2} \right]_{p=0}$$

### Синтез ЛСА

Состоит в выборе структуры и параметров системы регулирования объектов, которые в соответствии с заданными ТУ обеспечивают наиболее рациональные характеристики по запасам устойчивости, показателям качества и точности.

Задачу синтеза можно решить 2-мя методами:

- если известна только динамика объекта, то выбирают структуру и параметры регулятора (или следящей системы).
- если одновременно с объектом задана структура регулятора (следящей системы) и динамические характеристики привода ИУ (неизменная часть), то в этом случае находят усилительное и корректирующее устройства системы.

**Последовательные КУ** вызывают повышенные частоты среза системы, и, следовательно, увеличивается влияние случайных сигналов, и при их использовании требуются двигатели большой мощности для управления исполнительными органами.

**Параллельные КУ** наоборот, снижают частоту среза  $f_{ср}$  ЛСА и делают её малочувствительной к флуктуациям и помехам КУ данного типа, уменьшают влияние нелинейности во внутренних контурах системы.

Для устранения этих недостатков применяют одновременно последовательные и параллельные КУ. В современных дискретных и дискретно – непрерывных ЛСА средства формирования запаса регулирования и КУ реализуются в виде рабочих программ на управляющих ЭВМ и МП.

## Дискретно-непрерывные линейные и нелинейные системы.

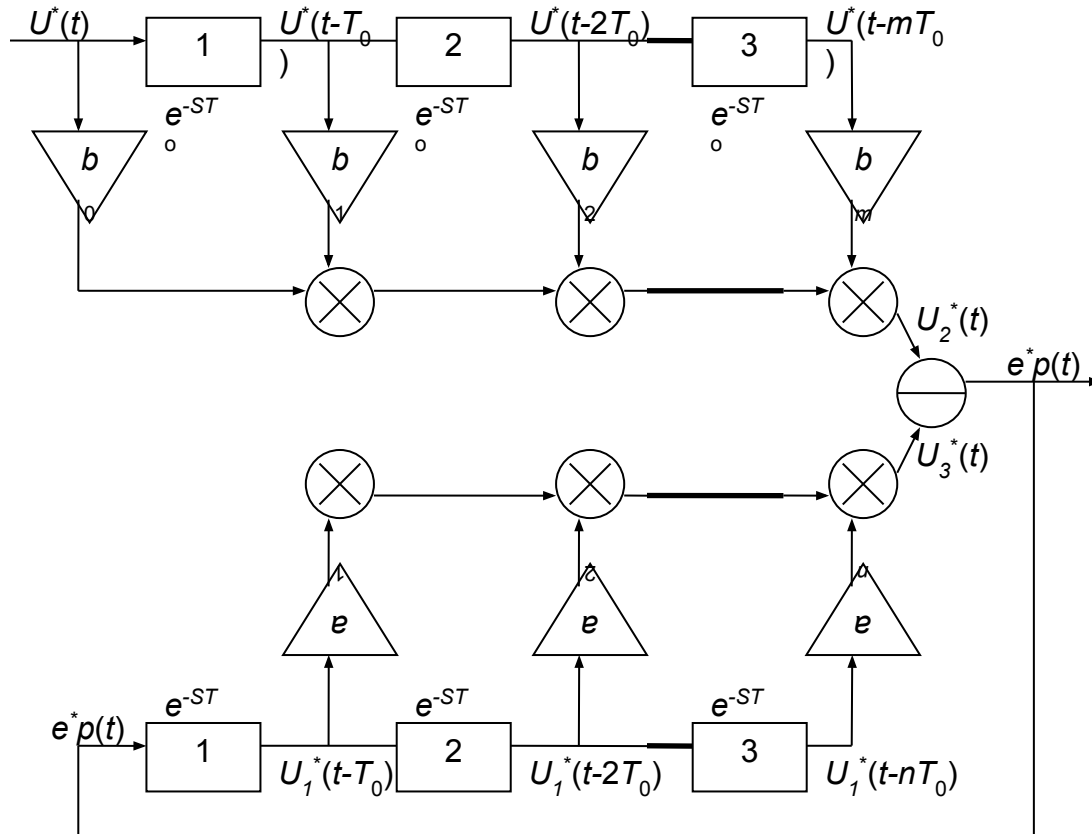
Рассмотрим **прямое программирование**: 
$$W(z) = \frac{U_1(z)}{U(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_m z^{-m}}$$

При прямом программировании по передаточной функции определяем разностное уравнение

$$U_1^*(z) = \sum_{k=0}^n b_k U^*(t - kT_0) - \sum_{k=1}^m a_k U^*(t - kT_0)$$

$\underbrace{\quad}_{U_2^*(t)} \qquad \underbrace{\quad}_{U_3^*(t)}$

Строится структурная схема программирования:

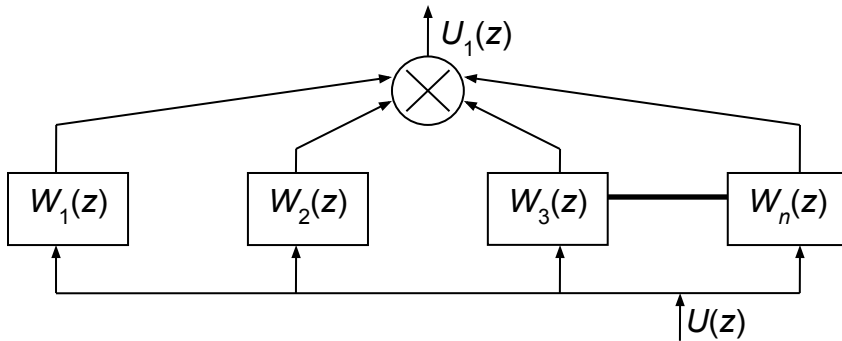


## Последовательное программирование.

$$W(z) = \frac{U_1(z)}{U(z)} = \frac{1}{1+d_1z^{-1}} \cdot \frac{1+e_1z^{-1}}{1+d_2z^{-1}} \cdot \dots \cdot \frac{1+e_nz^{-n}}{1+d_mz^{-m}}$$

При параллельном программировании:

$$W(z) = \frac{P_1}{1+d_1z^{-1}} \cdot \frac{P_2}{1+d_2z^{-1}} \cdot \frac{P_3}{1+d_3z^{-1}} \cdot \dots \cdot \frac{P_n}{1+d_mz^{-1}}$$



Если есть  $W_{ky}(j\lambda)$ , то можем составить программу коррекции.

1) Производим обратно билинейное преобразование:

$$W_{ky}(j\lambda) \rightarrow W_{ky}(z) = \frac{0,05z^2 + 0,04z + 1}{0,06z^3 + 0,03z^2 + 0,01z + 1}$$

2) Делаем сдвиг на  $(z^{-1})$

$$W_{ky}(z) = \frac{\tilde{U}(z)}{U(z)} = \frac{0,05z + 0,04 + z^{-1}(\tilde{U}(z))}{0,06z^2 + 0,03z + 0,01 + z^{-1}(U(z))}$$

Запишем разностное уравнение в масштабе реального времени

$$\tilde{U}_{ky}(z) = -0,06U_{k-2} - 0,03U_{k-1} - 0,01U_k - U_{k+1} + 0,05\tilde{U}_{k-1} + 0,04\tilde{U}_k + \tilde{U}_{k+1}$$

## Расчёт ПФ двигателя.

$$W(S) = \frac{k_{\partial}}{S(T_0^2 S^2 + 2T_0 \xi^2 S + 1)}$$

Электрический

$$k_{\partial} = \frac{k_M}{R_a k_v + k_m k_e} \quad T_0 = \sqrt{\frac{J_n R_a T_g}{R_a k_v + k_m k_e}} \quad \xi_{\partial} = \frac{R_a J_n + R_a k_v T_g}{2\sqrt{J_n R_a T_g (R_a k_v + k_m k_e)}}$$

$k_m$  – моментальная постоянная электродвигателя

$R_a$  – сумма сопротивлений обмоток якоря электродвигателя, соединительных проводов и выходной цепи электромагнитного усилителя

$k_v$  – коэффициент вязкого трения

$k_e$  – постоянная противо-эдс

$J_n$  – приведённый к валу двигателя момент инерции вращающихся частей и исполнительного механизма

$T_g = L_a / R_a$  – электромагнитная постоянная якоря

$R_a$  – омическое сопротивление

$L_a$  – индуктивное сопротивление

Гидравлический

$$k_{\partial} = \frac{k_n \cdot k_{z\partial}}{k_{z\partial}^2 + k_{\omega} k_y} \quad T_0 = \sqrt{\frac{V J_n}{E(k_{z\partial}^2 + k_{\omega} k_y)}} \quad \xi_{\partial} = \frac{J_n k_y E + V k_{\omega}}{2\sqrt{V E \cdot J_n (k_{z\partial}^2 + k_{\omega} k_y)}}$$

$k_n$  – постоянная гидравлической помпы

$k_{z\partial}$  – постоянная гидродвигателя

$k_{\omega}$  – коэффициент жидкостного трения

$k_y$  – коэффициент, характеризующий утечки гидравлического привода

$V$  – объём рабочей жидкости в цилиндре при нормальном давлении

$E$  – модуль объёмной упругости

$J_n$  – приводимый к валу двигателя момент инерции всех вращающихся частей

## Пневматический двигатель

$$\zeta_{\partial} = \frac{k_v \sqrt{nP_{10}(L - X_{n0}) + P_{20}X_{n0}}}{2\sqrt{F_n m X_{n0}(L - X_{n0})}} \quad k_{\partial} = \frac{P_{10}\lambda_1 \sqrt{\left(1 - \frac{P_{10}}{P_0}\right)^{\frac{n-1}{n}}}}{\frac{nP_{10}}{X_{n0}} + \frac{nP_{20}}{L - X_{n0}}} + \frac{P_{20}\lambda_2 \sqrt{\left(\frac{P_a}{P_{20}}\right)^{\frac{P}{n}} \left[\left(\frac{P_{20}}{P_a}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}}{\frac{nP_{10}}{X_{n0}} + \frac{nP_{20}}{L - X_{n0}}} \quad T_{\partial} = \sqrt{\frac{mX_{n0}(L - X_{n0})}{F_n [nP_{10}(L - X_{n0}) + nP_{20}X_{n0}]}}$$

$P_{10}$  – установившееся давление в 1-ой и 2-ой полостях силового цилиндра

$P_0$  – давление воздуха в резервуаре

$P_a$  – атмосферное давление окружающей среды

$X_{n0}$  – величина перемещения поршня

$L$  – длина силового цилиндра за вычетом толщины поршня

$n$  – показатель политропы

$\lambda_1, \lambda_2$  – постоянные привода

$F_n$  – площадь поршня

$m$  – масса поршня, штока и подвижных частей исполнительного механизма

$k_v$  – постоянная скоростного трения

Передаточное соотношение редуктора:  $i = \sqrt{\frac{J_n}{J_g}}$   $J_n$  – момент инерции на валу двигателя,  $J_g$  – момент инерции объекта управления.

Привод будет согласован с нагрузкой при следующих номинальных параметрах.

$$\left. \begin{aligned} M_n &= 2E\sqrt{J_n J_g} \\ \omega_n &= \omega_m \sqrt{\frac{J_n}{J_g}} \\ W_n &= 2\omega_m \cdot E_m \cdot J_n \end{aligned} \right\} \begin{aligned} W_n & - \text{мощность} \\ E_m \text{ и } \omega_m & - \text{максимальная угловая скорость и максимальное} \\ & \text{ускорение углового вала.} \end{aligned}$$

## Критерии выбора вычислительных устройств

### 1) критерий технической эффективности.

В качестве этого критерия используется эффективное быстродействие машины.  $J_t = \max[V_{эфj} = k_j V_{номj}]$

$V_{номj}$  – номинальное быстродействие, определяемое быстродействием элементов машины.

$k_j$  – коэффициент пропорциональности:

$$k_j = k_{эфj} \cdot k_{kj} \cdot k_{npj}$$

$k_{эфj}$  – коэффициент учитывающий эффективность системы команд машины, особенности структуры машины,

$k_{kj}$  – коэффициент учитывающий снижение быстродействия за счёт включения в систему средств, обеспечивающих требуемую надёжность,

$k_{npj}$  – коэффициент учитывающий потери времени на профилактику и устранение неисправностей.

$k_j$  должно быть  $< 1$ ,

$j$  – номера сравниваемых машин.

### 2) Критерий технико-экономической эффективности.

Сущность этого критерия заключается в определении показателя, который бы давал оценку стоимости выполнения одной операции.

$$J_{мэ} = \min \left[ g_i = \frac{L_{2j}(t)}{tV_{эфj}} \right] \quad \begin{array}{l} g_i - \text{цена эффективности БД,} \\ L_{2j}(t) - \text{общая сумма затрат на постройку и эксплуатацию машины в} \\ \text{течение времени } t \text{ до момента его полного износа.} \end{array}$$

### 3) Критерий экономической эффективности (критерий минимальных затрат) $J = \min[W_{пр} = C_j + \tau_{норм} W_{эj}]$

$W_{пр}$  – приведённые затраты,

$C_j$  – единовременные капитальные затраты, имеющие место в момент установки,

$\tau_{норм}$  – нормальный срок окупаемости,

$W_{эj}$  – эксплуатационные расходы в 1-й момент времени.

# Адаптивные системы

## 1. Системы экстремального регулирования

Системами экстремального регулирования называются системы, в которых задающие воздействия, то есть заданные значения регулируемых величин, определяются автоматически, в соответствии с экстремумом некоторой функции  $F(y_1, y_2, \dots, y_n)$ . Эта функция зависит не только от регулируемых величин  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , но и от неконтролируемых параметров системы и времени.

Условием экстремума дифференциальной функции нескольких переменных является равенство нулю в точке экстремума частных производных этой функции.

$$\frac{\partial F}{\partial y_1} = 0 \quad \frac{\partial F}{\partial y_2} = 0 \quad \frac{\partial F}{\partial y_3} = 0 \quad \frac{\partial F}{\partial y_n} = 0$$

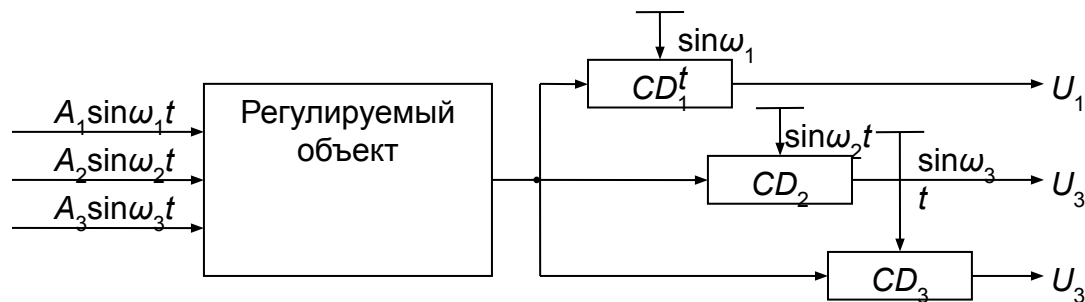
**Градиентом функции** называется векторная величина:  $gradF = \bar{k}_1 \frac{dF}{dy_1} + \bar{k}_2 \frac{dF}{dy_2} + \bar{k}_3 \frac{dF}{dy_3} + \dots + \bar{k}_n \frac{dF}{dy_n}$

где  $k_1, k_2, k_3, \dots, k_n$  – единичные векторы осей, по которым отсчитываются величины  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ .  
В точке экстремума  $gradF=0$

### Способ синхронного детектирования

Основан на том, что к основным медленно меняющимся величинам добавляются малые гармонические составляющие

$$\begin{cases} y_1 = y_1^0 + A_1 \sin \omega_1 t \\ y_2 = y_2^0 + A_2 \sin \omega_2 t \\ \dots \\ y_n = y_n^0 + A_n \sin \omega_n t \end{cases}$$



## Средние значение выходных величин синхронных детекторов

$$\begin{cases} U_1 = \overline{F \sin \omega_1 t} \\ U_2 = \overline{F \sin \omega_2 t} \\ U_3 = \overline{F \sin \omega_3 t} \\ \dots\dots\dots \\ U_n = \overline{F \sin \omega_n t} \end{cases}$$

Разложим функцию  $F$  в окрестности этой точки в степенной ряд.

$$F(y_1^0 + \Delta y_1, y_2^0 + \Delta y_2 + \dots + y_n^0 + \Delta y_n) = F(y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0) + \sum_{i=1}^n \frac{dF^0}{dy_i} \Delta y_i + \frac{1}{2!} \sum_{i,k=1}^n \frac{d^2 F^0}{dy_i dy_k} \Delta y_i \Delta y_k + \frac{1}{3!} \sum_{i,k,v=1}^n \frac{d^3 F^0}{dy_i dy_k dy_v} \Delta y_i \Delta y_k \Delta y_v$$

$$\begin{aligned} \Delta y_1 &= A_1 \sin \omega_1 t \\ \Delta y_n &= A_n \sin \omega_n t \end{aligned}$$

$$U_g = \overline{F \sin \omega_g t} = \overline{F(y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0) \sin \omega_g t} + \sum_{i=0}^n A_i \frac{dF^0}{dy_i} \sin \omega_i t \cdot \sin \omega_g t +$$

$$+ \frac{1}{2!} \sum_{i,k=0}^n A_i A_k \frac{d^2 F^0}{dy_i dy_k} \sin \omega_i t \cdot \sin \omega_k t \cdot \sin \omega_g t + \dots$$

$$\begin{cases} \overline{\sin \omega_g t} = 0 \\ \overline{\sin \omega_i t \cdot \sin \omega_g t} = 0 \\ \overline{\sin \omega_i t \cdot \sin \omega_k t \cdot \sin \omega_g t} = 0 \end{cases}$$

$$U_g = \frac{1}{2} A_g \frac{dF^0}{dy_g} + \Delta U_g$$

Величина погрешности по отношению к амплитудам  $A_1, A_2, \dots, A_n$  имеет порядок не ниже 3-го, а по сравнению с величиной выходного сигнала – не ниже 20-го.

Выходная величина синхронного детектирования с достаточной степенью точности можно считать пропорциональной составляющим градиента  $y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0$ .



## Способ производной по времени

Производная по функции времени определяется выражением:  $\frac{dF}{dt} = \frac{dF}{dy_1} \frac{dy_1}{dt} + \dots + \frac{dF}{dy_n} \frac{dy_n}{dt}$

Из выражения следует, что, задавая поочерёдно скорости изменения  $y_1, y_2, \dots, y_n$  и производную по времени, можно найти составляющие градиенты.

Недостатком этого метода является необходимость дифференцирования функции  $F$  по времени, что сопровождается поднятием уровня высокочастотных помех.

## Способ запоминания экстремума

Этот способ заключается в том, что система совершает вынужденное или автоколебательное движение в зоне экстремума. При достижении экстремального значения  $F=F_3$ , оно фиксируется на запоминающем устройстве. Градиент функции определяется по разности текущего и экстремального значения.

## Способ Гаусса-Зайделя

Способ заключается в поочерёдном изменении координат  $y_1, y_2, \dots, y_n$ . Сначала фиксируются координаты с  $y_2$  до  $y_n$ , а координата  $y_1$  изменяется так, чтобы соответствующая градиента стала =0:

$$y_1 \Rightarrow \frac{dF}{dy_1} = 0 \quad \text{Затем фиксируются все координаты от } y_3 \text{ до } y_n: \quad y_2 \Rightarrow \frac{dF}{dy_2} = 0$$

и так далее до  $y_n \Rightarrow \frac{dF}{dy_n} = 0$

После этого возвращаются к началу и повторяют весь цикл снова. Этот процесс продолжается до тех пор, пока не будет получена точка экстремума.

## Способ градиента

В этом способе осуществляется одновременное изменение всех координат так, чтобы обеспечить движение системы в направлении близком к мгновенному направлению вектора градиента.

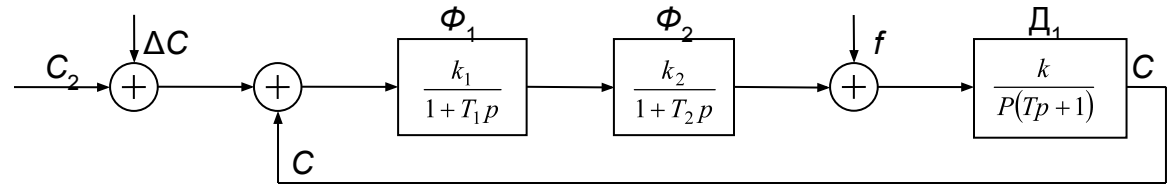
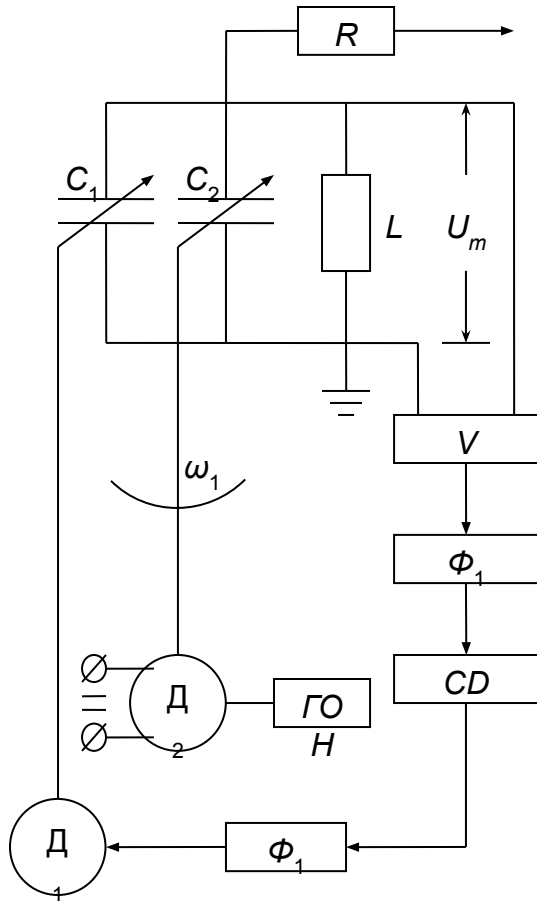
$$\left. \begin{aligned} y_1 &= k \frac{dF}{dy_1} \\ y_2 &= k \frac{dF}{dy_2} \\ \dots & \\ y_n &= k \frac{dF}{dy_n} \end{aligned} \right\}$$

При шаговом движении:

$$\left. \begin{aligned} \Delta y_1 &= k \frac{dF}{dy_1} \\ \Delta y_2 &= k \frac{dF}{dy_2} \\ \dots & \\ \Delta y_n &= k \frac{dF}{dy_n} \end{aligned} \right\}$$

## Способ наискорейшего спуска

При способе наискорейшего спуска движение происходит по начальному направлению вектора градиента до тех пор, пока производная функция  $F$  по этому направлению не обратится в нуль. Затем опять определяется направление градиента и происходит движение вдоль этого вектора до обращения в нуль производной от  $F$  по этому направлению. Процесс повторяется до достижения точки экстремума.



$$W_{\text{раз}}(P) = \frac{k}{P(Tp+1)(T_1p+1)(T_2p+1)}$$

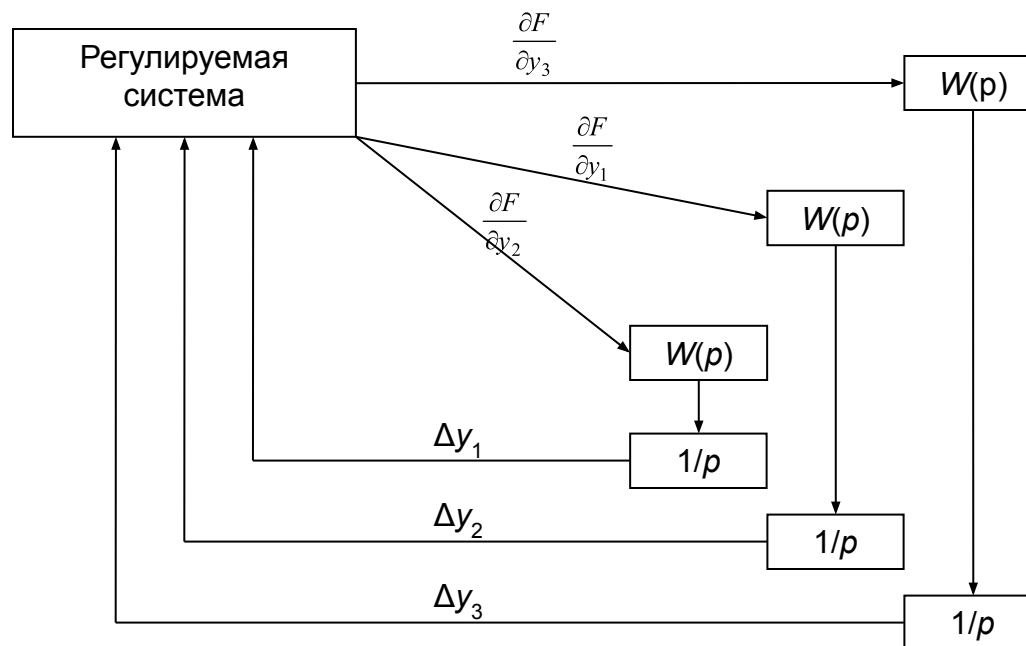
Среднее значение, обусловленное колебаниями поиска в установившемся режиме работы системы, называется **потерями на поиск** и представляется в виде степенного ряда:

$$F - F_0 = \frac{1}{2} \frac{d^2 F}{dy^2} (\Delta y)^2 + \frac{1}{6} \frac{d^3 F}{dy^3} (\Delta y)^3 + \dots$$

$$\overline{F - F_0} = \frac{1}{2} \frac{d^2 F}{dy^2} \overline{\Delta y^2}$$

$$\overline{F - F_0} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{d^2 F}{dy_i^2} \overline{\Delta y_i^2}$$

# Структурная схема исследования динамики экстремальной системы



$$\dot{y}_i = W(p) \frac{dF}{dy_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad F - F_0 = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^n a_{ik} \Delta y_i \Delta y_k \quad a_{ik} = a_{ki} = \left( \frac{d^2 F}{dy_i dy_k} \right)_0 = \left( \frac{d^2 F}{dy_k dy_i} \right)_0$$

В  $n$ -мерном пространстве:  $\sum_{i,k=1}^n a_{ik} \Delta y_i \Delta y_k = 1 \quad \Delta y_i = \pm \frac{W(p)}{P} \frac{1}{C_i^2}$

Характеристическое уравнение для каждого из каналов  $\frac{W(p)}{P} \frac{1}{C_i^2} + 1 = 0$

## Самонастраивающиеся системы (с.с.)

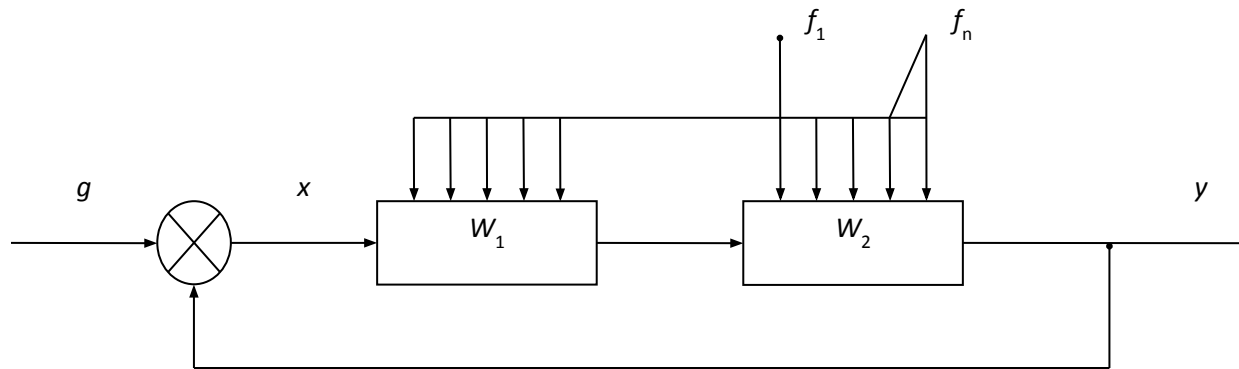
С.с. регулирования должны обеспечивать необходимое качество процессов регулирования. При изменении свойств объекта регулирования и элементов регулятора, а также при изменении характеристик возмущающих сил.

Различают следующие системы:

с.с. с разомкнутыми цепями самонастройки

системы с замкнутыми цепями самонастройки

системы с экстремальной самонастройкой



$W_1$  и  $W_2$  – передаточные функции частной системы

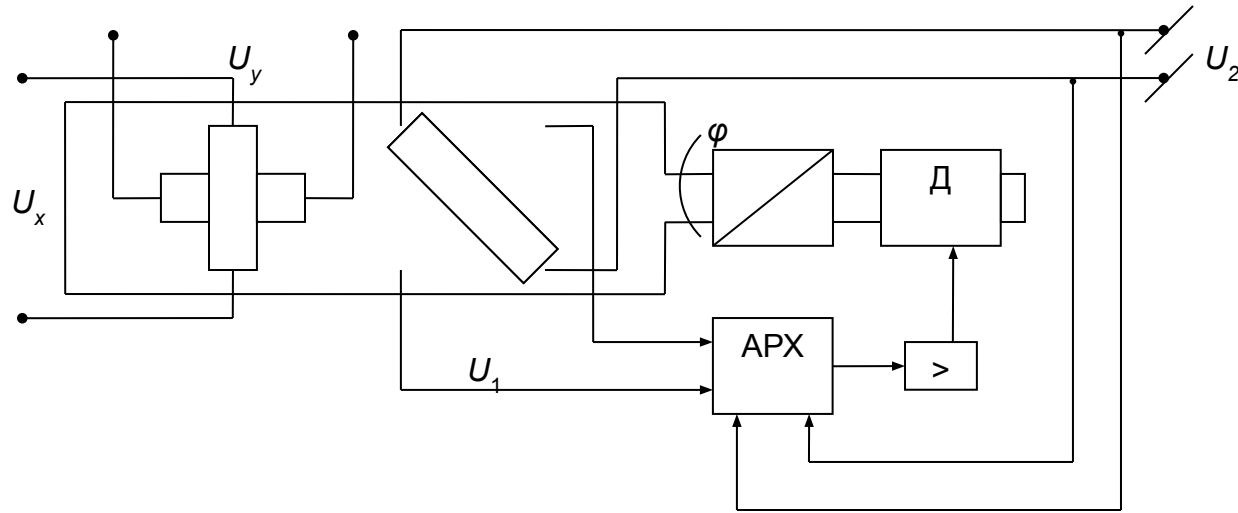
$W_1$  – передаточная функция объекта регулятора

$W_2$  – передаточная функция корректирующего звена

Под влиянием внешних возмущений  $f_1$  и  $f_n$  происходит изменение передаточной функции  $W_2$ .

$$W_{зам} = \frac{W_1 \cdot W_2}{1 + W_1 \cdot W_2} \quad W_1 = \frac{W_{10} \cdot W_{20}}{W_2} \quad \text{где } W_{10}, W_{20} \text{ – передаточные функции для некоторого начального состояния системы.}$$

Рассмотрим систему автоматического построения вектора по двум составляющим:



$$\Phi_{\max} = k\sqrt{U_x^2 + U_y^2} = k_1\sqrt{x^2 + y^2} \quad U_2 = \frac{\omega_2}{\omega_1}\sqrt{U_x^2 + U_y^2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{k_1}{k}\sqrt{x^2 + y^2}$$

$\omega_1, \omega_2$  – число витков статорной и роторной обмоток.

$$U_2 = \frac{\omega_2}{\omega_1}\sqrt{U_x^2 + U_y^2} \sin \Delta\varphi = U_2 \sin \Delta\varphi$$

Для малых углов крутизна чувствительного элемента рассчитывается:

$$k_{\text{чз}} = \frac{U_1}{\Delta\varphi} U_2$$