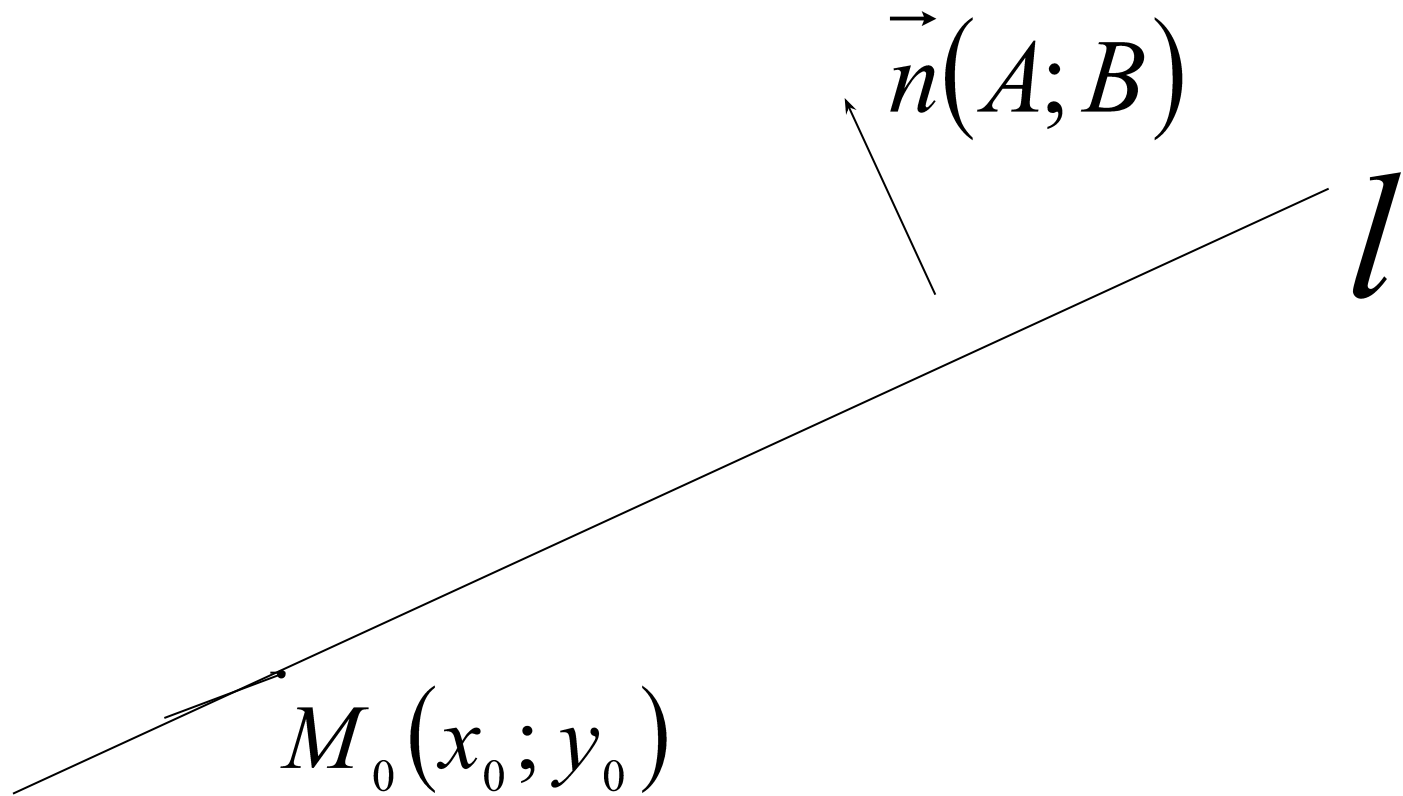


Аналитическая геометрия

Прямая на плоскости

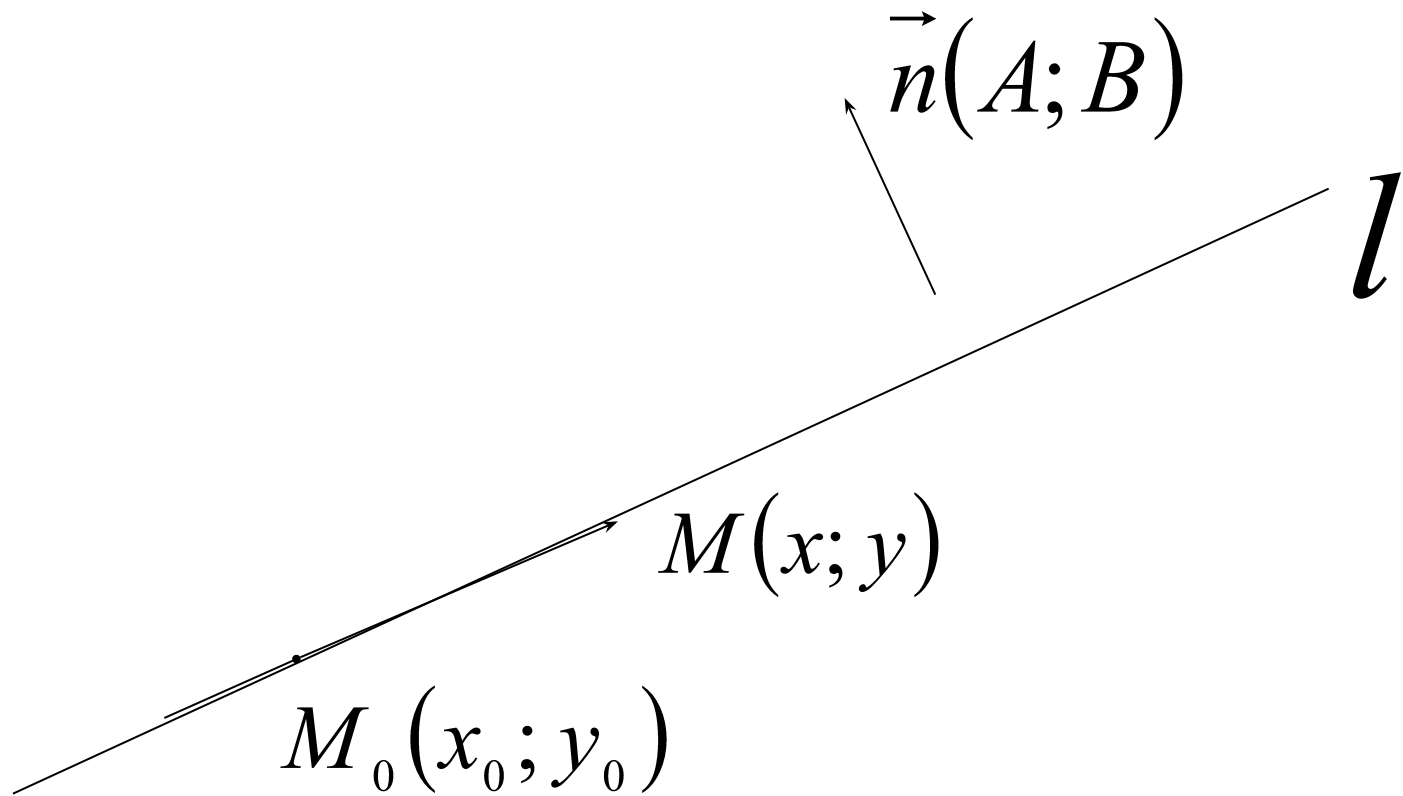
Уравнение прямой, проходящей через точку перпендикулярно вектору



$$M_0(x_0; y_0) \in l$$

$$\vec{n}(A; B) \perp l$$

$$M(x; y) \in l$$



$$\overline{M_0 M} = \{x - x_0; y - y_0\}$$

$$\overline{n} = \{A; B\}$$

$$\overline{M_0M} \perp \overline{n}$$

$$\overline{M_0M} \cdot \overline{n} = 0$$

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$$

Общее уравнение прямой

$$Ax + By + C = 0$$

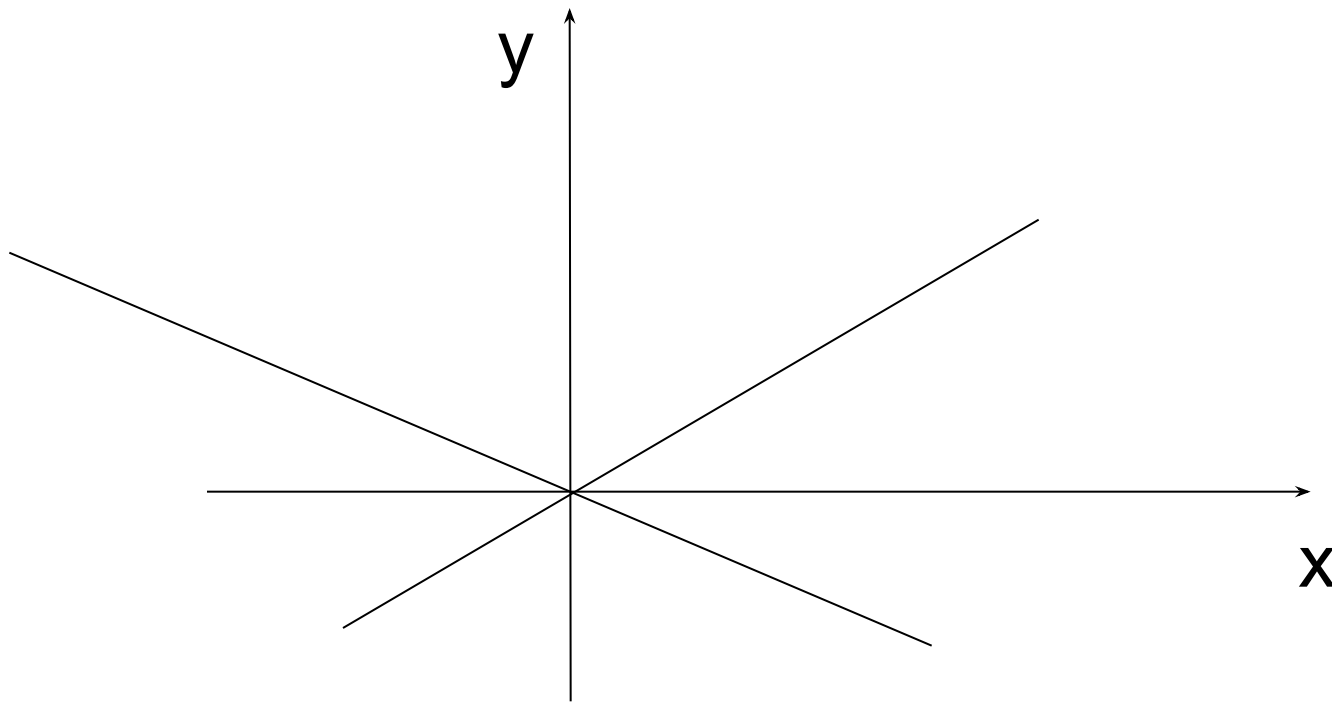
$$A(x - 0) + B\left(y + \frac{C}{B}\right) = 0$$

$$M_0\left(0; -\frac{C}{B}\right)$$

$$\vec{n}(A; B) \perp l$$

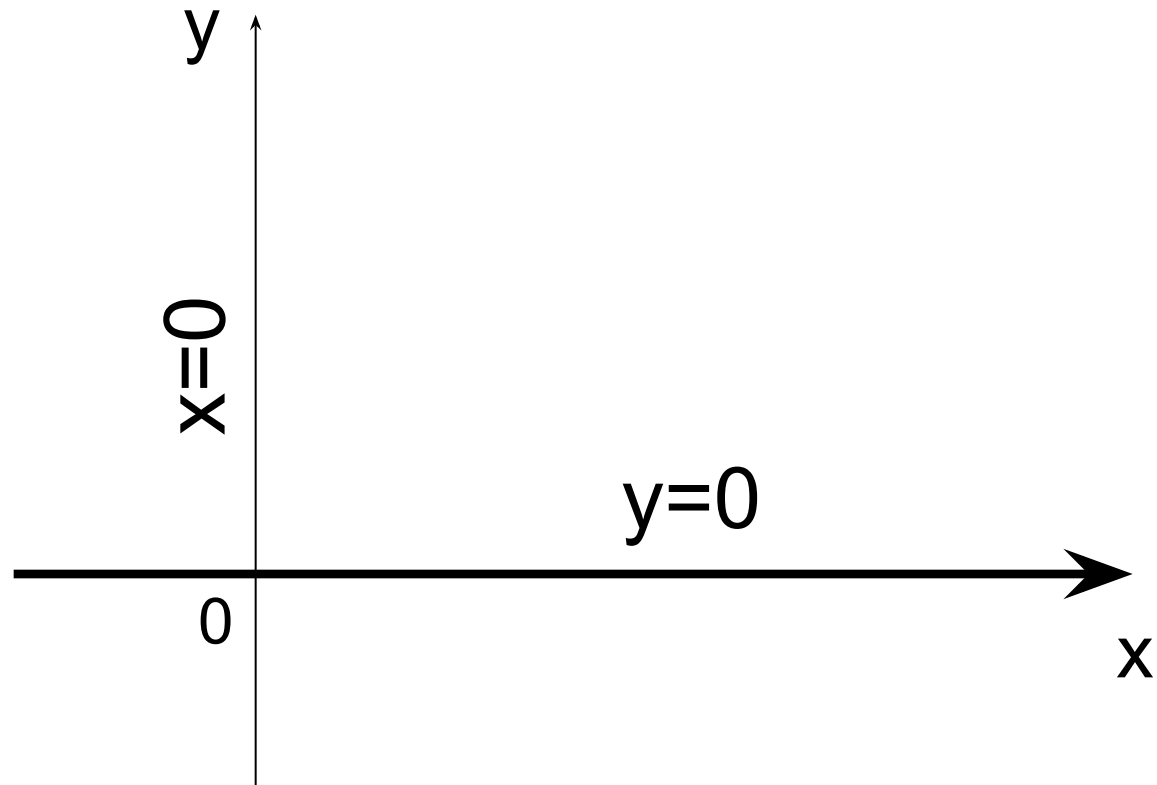
Частные случаи

1. $C = 0, B \neq 0, Ax + By = 0, y = -\frac{A}{B}x;$

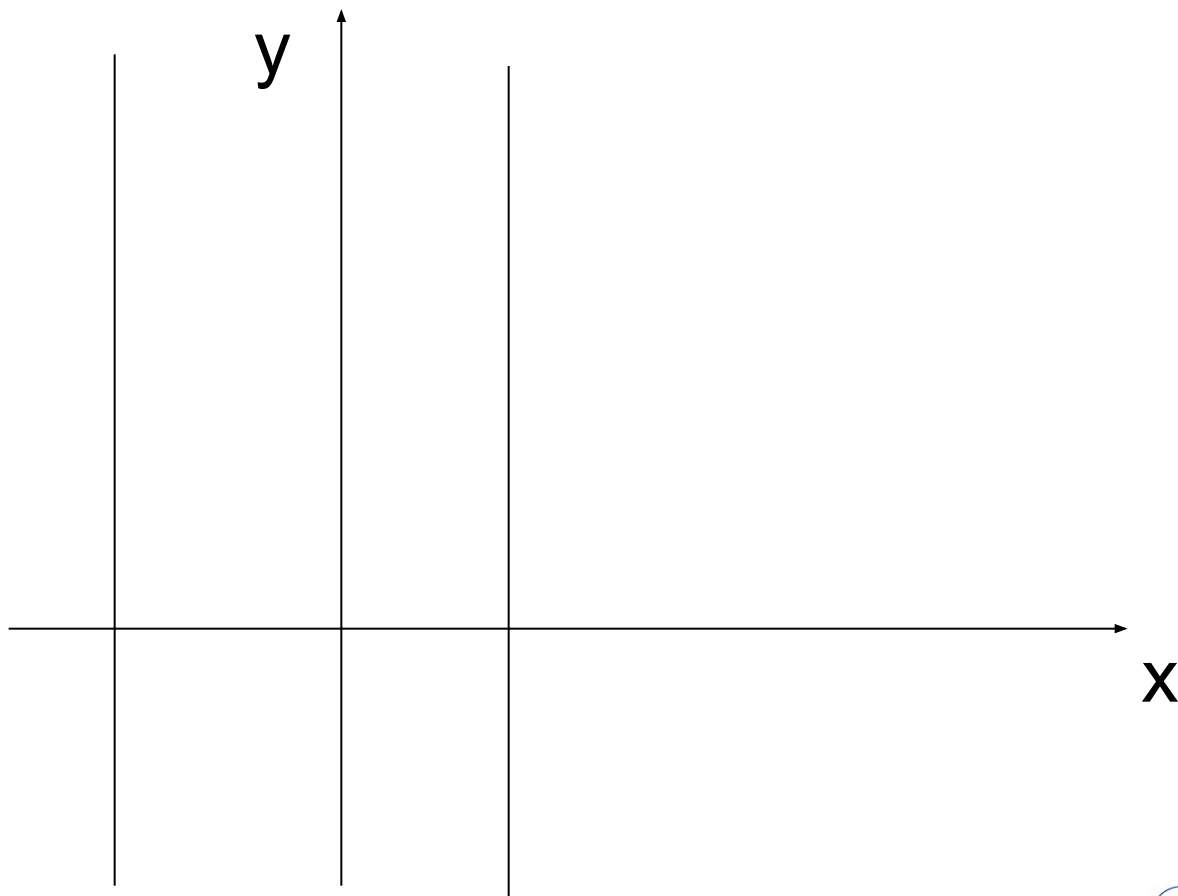


$$2. A = 0, C = 0, By = 0, y = 0;$$

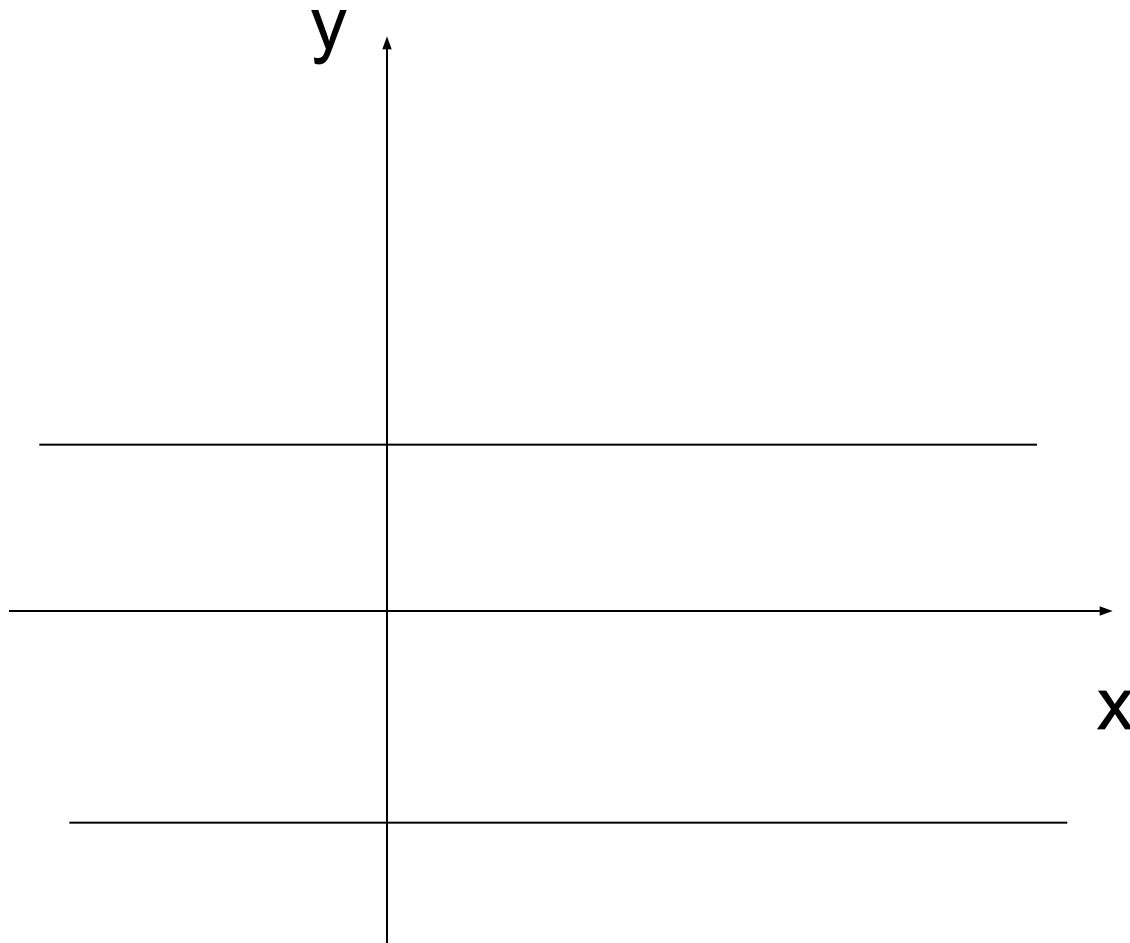
$$3. B = 0, C = 0, Ax = 0, x = 0;$$



4. $A \neq 0, B = 0, C \neq 0, Ax + C = 0, x = -\frac{C}{A};$



5. $A = 0, B \neq 0, C \neq 0, By + C = 0, y = -\frac{C}{B}$.



Уравнение прямой в отрезках

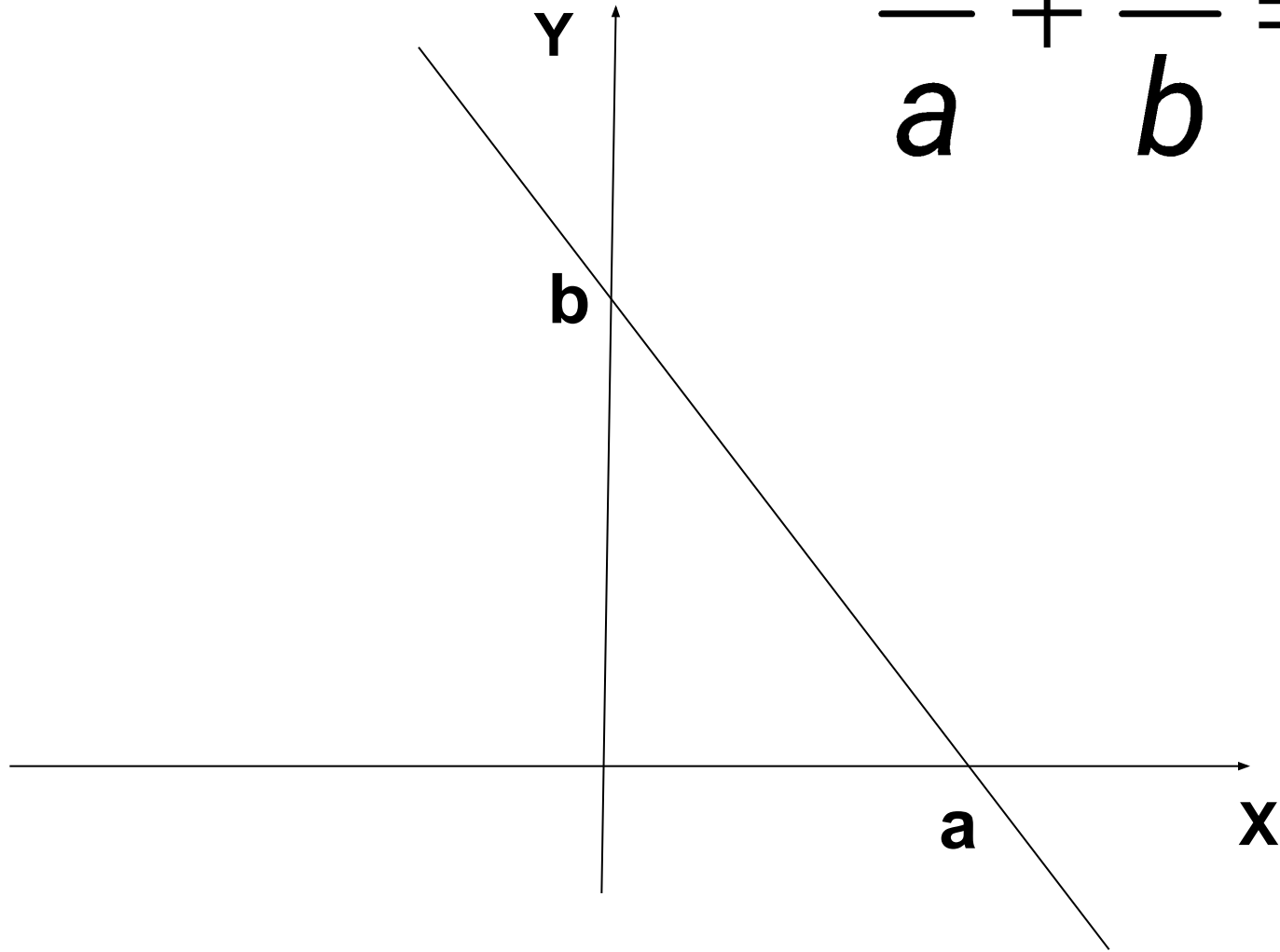
$$Ax + By = -C$$

$$\frac{Ax}{-C} + \frac{By}{-C} = 1$$

$$\frac{x}{\frac{-C}{A}} + \frac{y}{\frac{-C}{B}} = 1$$

$$a = \frac{-C}{A}, \quad b = \frac{-C}{B}$$

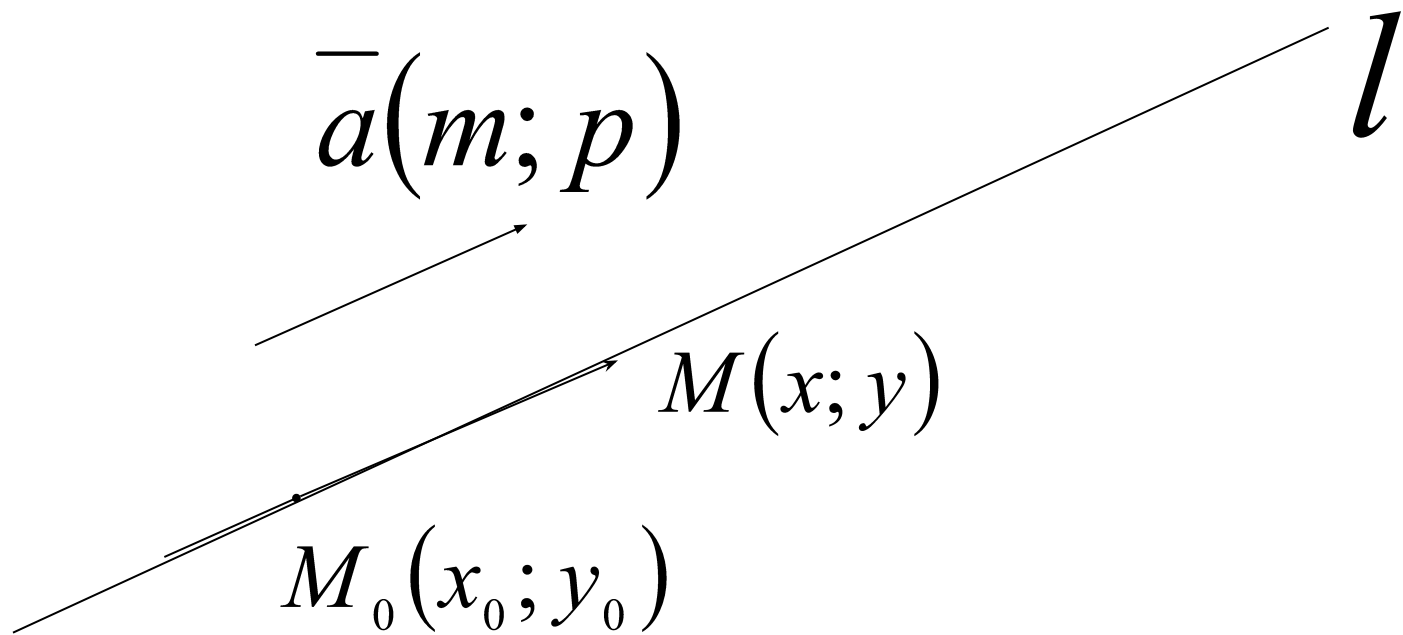
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$



Каноническое уравнение прямой

$$M_0(x_0; y_0) \in l$$

$$\bar{a} \parallel l$$



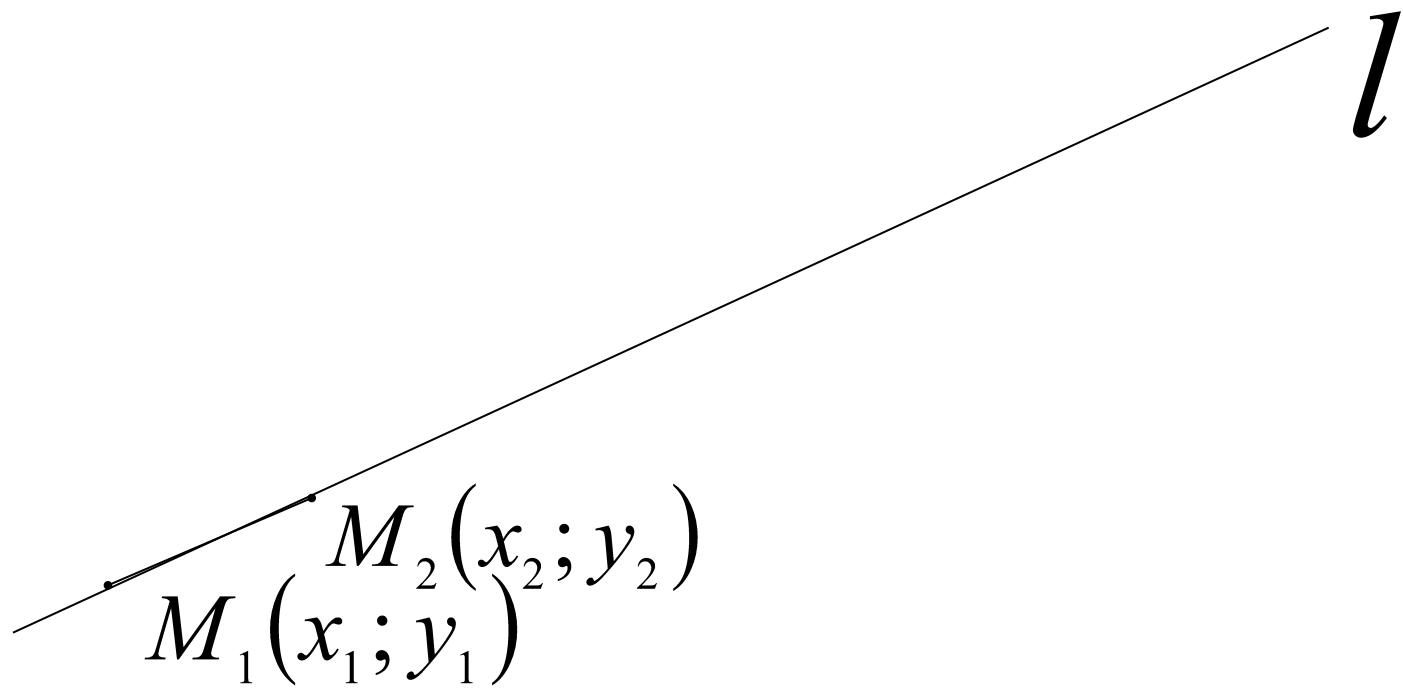
$$\overline{a} \parallel \overline{M_0 M}$$

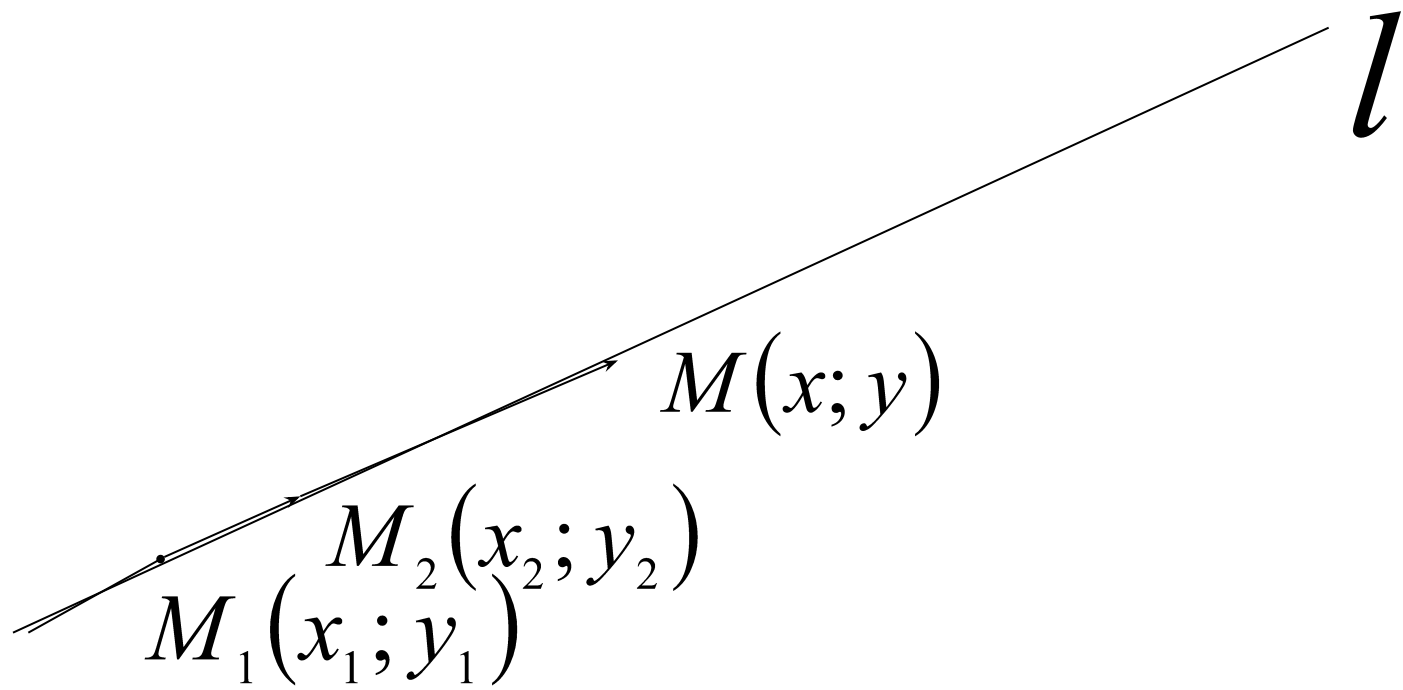
$$\overline{M_0 M} = \{x - x_0; y - y_0\}$$

$$\overline{a} = \{m; p\}$$

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{p}$$

Уравнение прямой, проходящей через две точки





$$M_1(x_1; y_1) \in l$$

$$M_2(x_2; y_2) \in l$$

$$M(x; y) \in l$$

$$\overline{M_1 M} \parallel \overline{M_1 M_2}$$

$$\overline{M_1 M} = \{x - x_1; y - y_1\}$$

$$\overline{M_1 M_2} = \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

Параметрические уравнения прямой

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{p} = t$$

$$\frac{x - x_0}{m} = t$$

$$\frac{y - y_0}{p} = t$$

$$x = mt + x_0$$

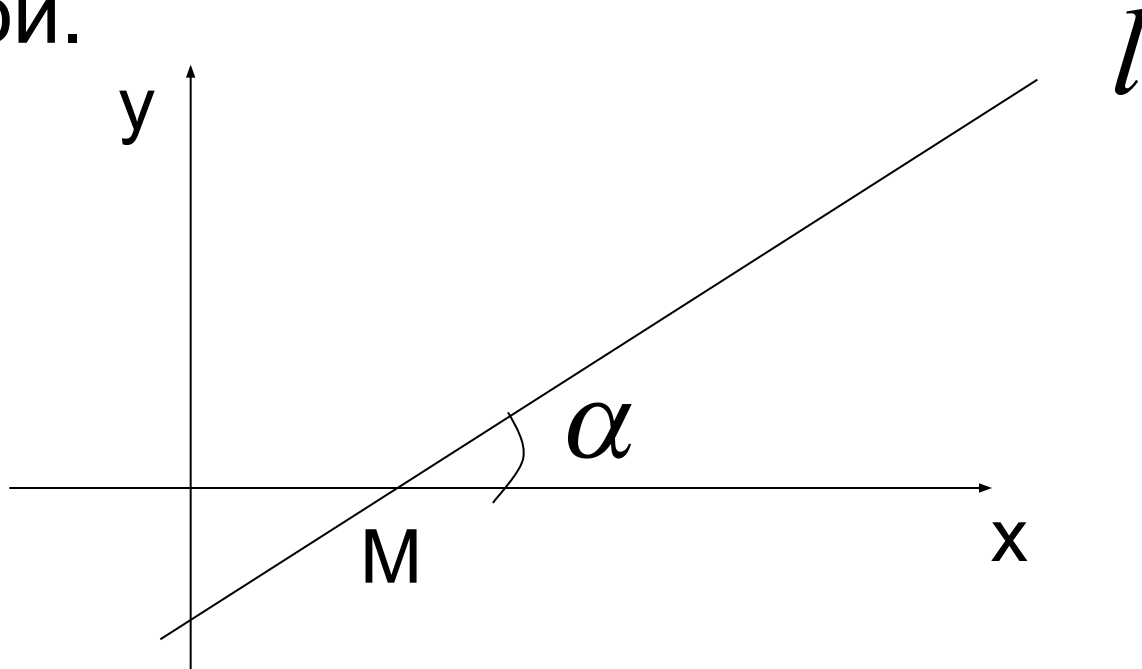
$$y = pt + y_0$$

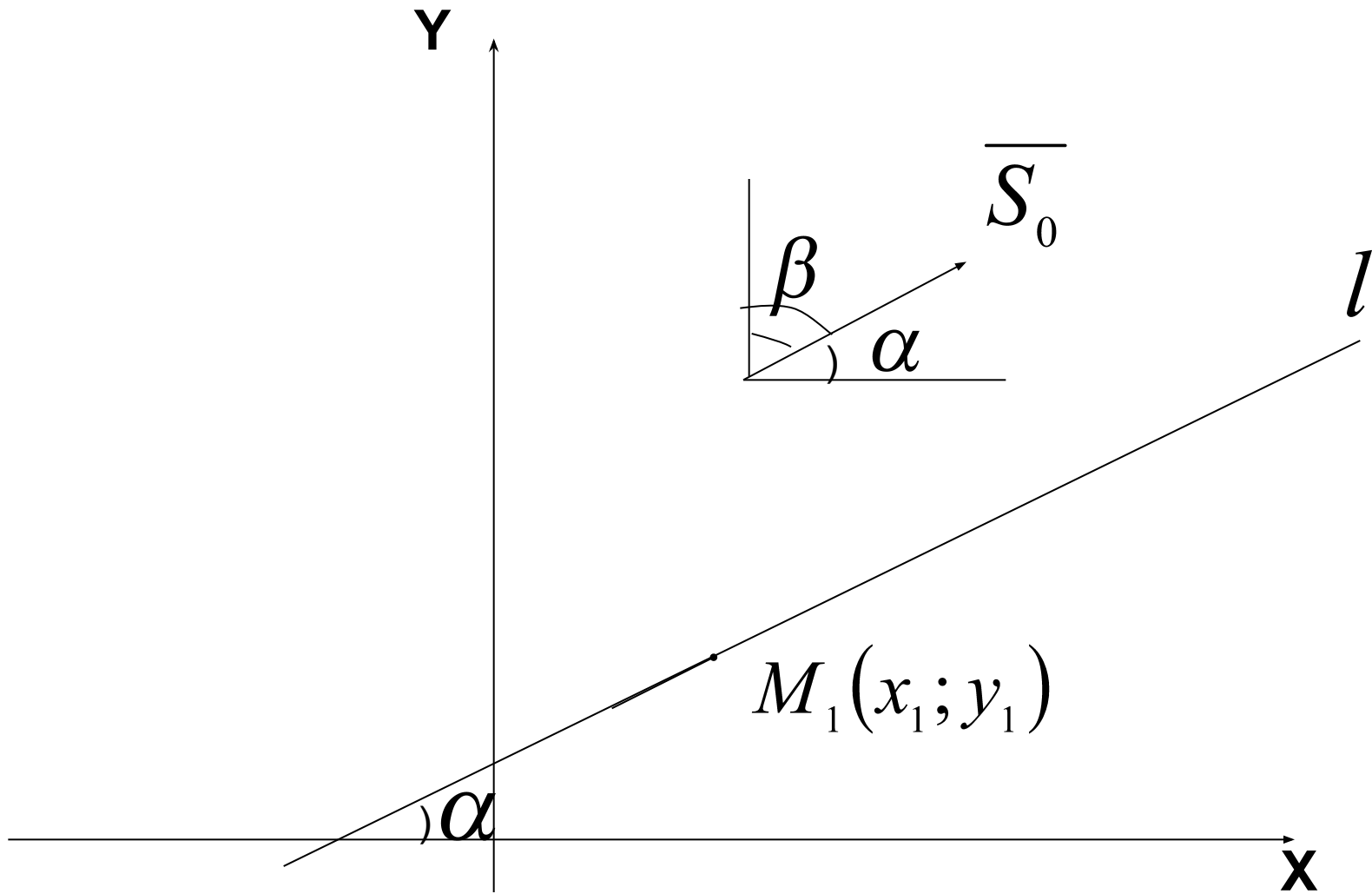
Уравнение прямой с угловым коэффициентом

$$y = kx + b \quad (7)$$

Уравнение прямой проходящей через точку в заданном направлении

- Углом между осью Ox и прямой l наз. наименьший угол, на который нужно повернуть вокруг точки M (против часовой стрелки) ось Ox до совпадения её с прямой.





$$\overline{S_0}(\cos \alpha; \cos \beta)$$

$$\cos \beta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\overline{S_0}(\cos \alpha; \sin \alpha)$$

$$\frac{x - x_1}{\cos \alpha} = \frac{y - y_1}{\sin \alpha}$$

$$y - y_1 = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} (x - x_1)$$

$$y - y_1 = \operatorname{tg} \alpha (x - x_1)$$

$$y - y_1 = k(x - x_1) \quad (8)$$

- **Замечание.** Если $l \parallel Oy$, то $\alpha = \frac{\pi}{2}$ и

$\operatorname{tg} \frac{\pi}{2}$ не определен. Уравнение прямой

нельзя записать в виде (8).

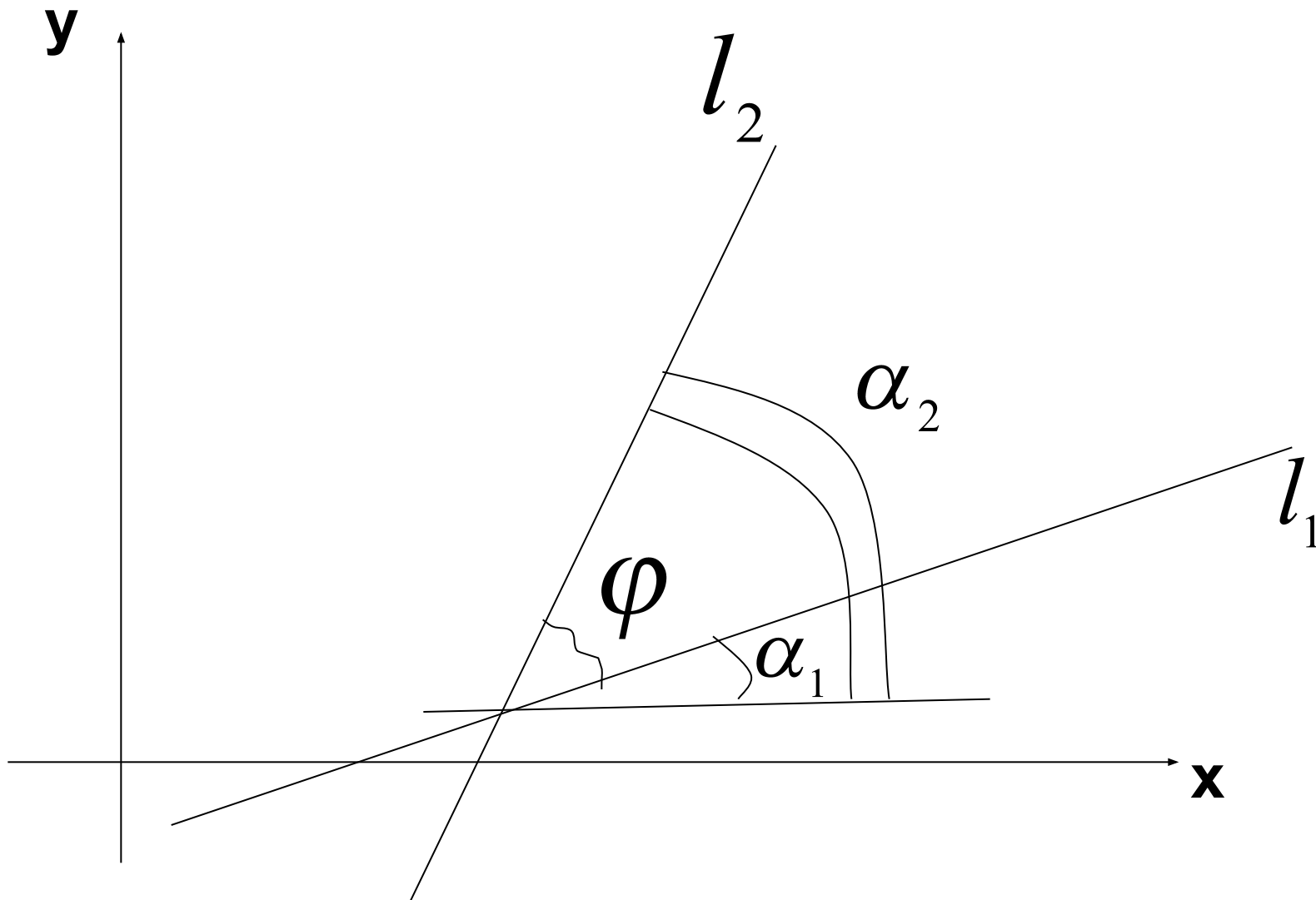
Угол между двумя прямыми

$$l_1 : A_1x + B_1y + C_1 = 0, \overline{n}_1(A_1; B_1)$$

$$l_2 : A_2x + B_2y + C_2 = 0, \overline{n}_2(A_2; B_2)$$

$$l_1 : y = k_1x + b_1$$

$$l_2 : y = k_2x + b_2$$



$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg}(\alpha_2 - \alpha_1)$$

$$\operatorname{tg}(\alpha_2 - \alpha_1) = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1}{1 + \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$$

$$\widehat{(l_1, l_2)} = \widehat{(n_1, n_2)}$$

$$\cos\varphi = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

Условие параллельности

$$l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow k_1 = k_2$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$$

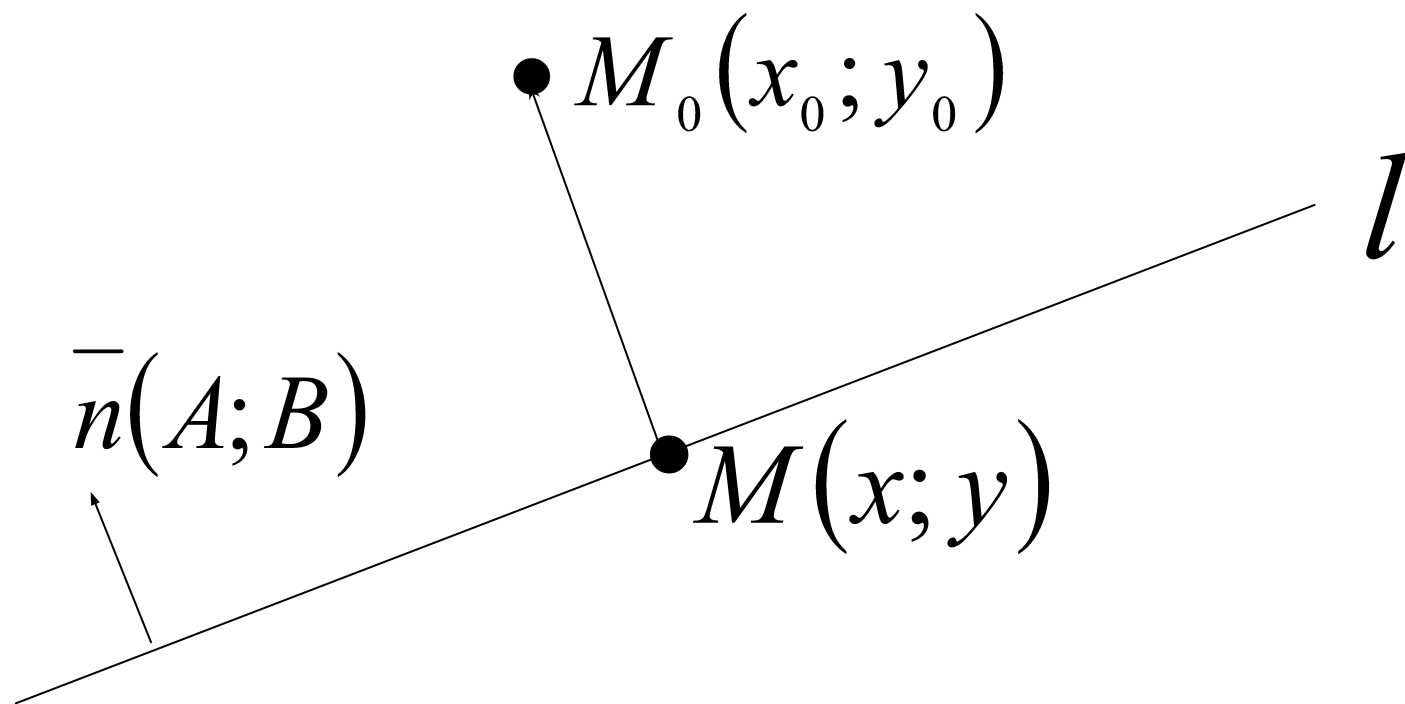
Условие перпендикулярности

$$l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1$$

$$A_1 A_2 + B_1 B_2 = 0$$

Расстояние от точки до прямой

$$l : Ax + By + C = 0$$



$$\overline{MM_0} = \{x_0 - x; y_0 - y\};$$

$$\begin{aligned}\bar{n} \cdot \overline{MM_0} &= A(x_0 - x) + B(y_0 - y) = Ax_0 - Ax + By_0 - By = \\ &= Ax_0 + By_0 + (-Ax - By) = Ax_0 + By_0 + C;\end{aligned}$$

$$\bar{n} \cdot \overline{MM_0} = |\bar{n}| \cdot |\overline{MM_0}| \cdot \cos \varphi = \pm |\bar{n}| \cdot |\overline{MM_0}|;$$

$$\pm |\bar{n}| \cdot |\overline{MM}_0| = Ax_0 + By_0 + C;$$

$$|\overline{MM}_0| = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{|\bar{n}|}$$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$