Итак, переменное магнитное поле вызывает появление вихревого электрического поля.
Переменное электрическое поле вызывает появление магнитного поля.
Взаимно порождаясь, они могут существовать независимо от источников заряда или токов, которые первоначально создали одно из них. В сумме это есть электромагнитное поле (ЭМП). Превращение одного поля в другое и распространение в пространстве есть способ существования ЭМП.
Конкретные проявления ЭМП – радиоволны, свет, гамма-лучи и т.д.

В 1860 г. знаменитый английский физик Джеймс Клерк Максвелл создал единую теорию электрических и магнитных явлений, в которой он использовал понятие *ток смещения*, дал *определение ЭМП* и предсказал существование в свободном пространстве *электромагнитного излучения*, которое распространяется со скоростью света.

Теорию ЭМП Максвелл сформулировал в виде системы нескольких уравнений. В учении об электромагнетизме эти уравнения Максвелла играют такую же роль, как уравнения (или законы) Ньютона в механике или I и II начала в термодинамике.

Джеймс Клерк Максвелл

(1831-1879) английский физик, создатель классической электродинамики, один из основоположников статистической физики.

Электромагнитное поле как следствие принципа относительности Энштейна.

Принцип относительности (П.О.) Эйнштейна (сформулирован на основе опыта Майкельсона, Физо и др.):

законы всех физических явлений, в том числе и электромагнитных, имеют одинаковый вид (т.е. описываются одинаковыми уравнениями) во всех **инерциальных** системах отсчета.

Из принципа относительности вытекает, что раздельное рассмотрение электрического и магнитного полей имеет лишь относительный смысл. Заряды, неподвижные относительно одной системы координат, движутся относительно другой и, следовательно, создают не только электрическое, но и магнитное поле. Неподвижный проводник с постоянным током, I = const, создает только магнитное поле. Но относительно других систем отсчета он движется и, следовательно, $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq 0$ в любой точке пространства порождает вихревое электрическое поле.

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме.

В электродинамике наряду с интегральными уравнениями Максвелла применяются и уравнения в дифференциальной форме.

Вспомним некоторые сведения из векторного анализа.

Связь между напряженностью поля $\vec{E}$ и потенциалом φ, определяется с помощью оператора ∇ (набла) или оператора Гамильтона:

$$\vec{E} = -\,grad\,(\varphi) = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{e}_z\right) = -\nabla\varphi$$

Рассмотрим подробнее свойства этого оператора.

Оператор набла - это вектор с компонентами $\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z$:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z}\vec{e}_z$$

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Сведения из векторного анализа

Оператор имеет смысл в сочетании со скалярной или векторной величиной, на которую он умножается.

Пример: если умножить этот вектор на скаляр φ, получится вектор, представляющий собой градиент функции φ - $\vec{\ }$ $grad\,(\varphi)$

Если вектор ∇ умножить скалярно на вектор $\vec{a}$, получится скаляр, который имеет смысл дивергенции вектора $\vec{a}$:

$$(\nabla,\vec{a}) \equiv \nabla\vec{a} = \nabla_x a_x + \nabla_y a_y + \nabla_z a_z = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} = div\,\vec{a}$$

Если умножить вектор ∇ на вектор $\vec{a}$ векторно $[\nabla,\vec{a}]$, получится вектор с компонентами $[\nabla,\vec{a}]_x$, $[\nabla,\vec{a}]_y$, $[\nabla,\vec{a}]_z$.

Этот вектор называют «ротор вектора $\vec{a}$» - $rot\,\vec{a}$

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Сведения из векторного анализа

Это векторное произведение можно записать с помощью определителя

$$\mathrm{rot}\,\vec{a} = [\nabla, \vec{a}] = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix}$$

Итак, существуют три формы записи оператора набла в сочетании со скалярной или векторной функцией.

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

<u>Сведения из векторного анализа</u>

1. При умножении оператора набла на скалярную функцию, например, φ - $\nabla\varphi$, получится градиент φ: $\boxed{grad\,(\varphi)}$;

2. При умножении оператора набла скалярно на вектор, например, $\vec{a}$ - $(\nabla, \vec{a}) \equiv \nabla\vec{a}$, получится дивергенция вектора $\vec{a}$: $\boxed{div\,\vec{a}}$;

3. При умножении оператора набла векторно на вектор, например, $\vec{a}$ - $[\nabla, \vec{a}]$, получится ротор вектора $\vec{a}$: $\boxed{rot\,\vec{a}}$.

Применение вектора набла упрощает и облегчает написание формул векторного анализа, поэтому используется часто.

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Сведения из векторного анализа

Теоремы векторного анализа, которые позволят осуществить переход от интегральных величин к дифференциальным:

1. Теорема Остроградского – Гаусса. Устанавливает связь между дивергенцией вектора $\vec{a}$ и потоком этого вектора через замкнутую поверхность S, ограничивающую объем V:

$$\oint_S \left(\vec{a}, d\vec{S}\right) = \int_V div\,\vec{a} \cdot dV$$

Поток вектора $\vec{a}$ *через замкнутую поверхность* S *равен интегралу от дивергенции вектора* $\vec{a}$ *по объему* V*, ограниченному этой поверхностью.*

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Сведения из векторного анализа

Теоремы векторного анализа, которые позволят осуществить переход от интегральных величин к дифференциальным:

2. Теорема Стокса. Устанавливает связь между ротором вектора $\vec{a}$. в каждой точке некоторой поверхности S и циркуляцией этого вектора по контуру L, ограничивающему S:

$$\oint_L \left(\vec{a}, d\vec{l}\right) = \int_S rot\,\vec{a} \cdot d\vec{S}$$

Циркуляция вектора $\vec{a}$ *по произвольному замкнутому контуру* L *равна потоку вектора* $rot\,\vec{a}$ *через произвольную поверхность* S, *ограниченную контуром (натянутую на контур).*

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме.

$$\boxed{\oint_L (\vec{E}, d\vec{l}) = -\int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S} \right)}$$

В соответствии с теоремой Стокса: $\oint_L (\vec{E}, d\vec{l}) = \int_S (rot\vec{E}, d\vec{S})$

В итоге можно записать: $$\int_S (rot\vec{E}, d\vec{S}) = -\int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S} \right)$$

Из сравнения подынтегральных выражений получим окончательно

$$\boxed{rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме.

$$\boxed{\oint_S \left(\vec{B}, d\vec{S}\right) = 0}$$

В соответствии с теоремой Остроградского - Гаусса

$$\oint_S \left(\vec{B}, d\vec{S}\right) = \int_V div\,\vec{B} \cdot dV$$

В итоге можно записать:

$$\oint_S \left(\vec{B}, d\vec{S}\right) = \int_V div\,\vec{B} \cdot dV = 0$$

Окончательно получим

$$\boxed{div\,\vec{B} = 0}$$

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме.

$$\boxed{\oint_L \left(\vec{H}, d\vec{l}\right) = \int_S \left(\left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right), d\vec{S}\right)}$$

В соответствии с теоремой Стокса: $\oint_L \left(\vec{H}, d\vec{l}\right) = \int_S \left(rot\, \vec{H}, d\vec{S}\right)$

В итоге можно записать:

$$\int_S \left(rot \vec{H}, d\vec{S}\right) = \int_S \left(\left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right), d\vec{S}\right)$$

Из сравнения подынтегральных выражений получим окончательно

$$\boxed{rot\, \vec{H} = \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)}$$

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме.

$$\boxed{\oint_S \left(\vec{D}, d\vec{S}\right) = \int_V \rho dV}$$

В соответствии с теоремой Остроградского - Гаусса

$$\oint_S \left(\vec{D}, d\vec{S}\right) = \int_V div\,\vec{D} \cdot dV$$

В итоге можно записать:

$$\int_V div\,\vec{D} \cdot dV = \int_V \rho dV$$

Из сравнения подынтегральных выражений получим окончательно

$$\boxed{div\,\vec{D} = \rho}$$

Таким образом, получили полную систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме:

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}; \quad div\,\vec{B} = 0; \quad rot\vec{H} = \left(\vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right); \quad div\,\vec{D} = \rho.$$

Основные положения теории электромагнитных явлений записываются в виде системы уравнений – ***уравнения Максвелла***. В электромагнетизме эти уравнения играют такую же роль, как законы Ньютона в механике или I и II начала в термодинамике.

уравнения Максвелла в дифференциальной форме

Первая пара уравнений:

$$\begin{cases} rot\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ div\,\vec{B} = 0 \end{cases}$$

Первое из этих уравнений является выражением закона электромагнитной индукции.

Второе уравнение отражает свойство замкнутости линий вектора (или уход их в бесконечность) или отсутствие источников магнитного поля, т.е. магнитных зарядов.

Вторая пара уравнений:

$$\begin{cases} rot\,\vec{H} = \vec{j} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ div\,\vec{D} = \rho \end{cases}$$

уравнение устанавливает связь между полным током и порождаемым им магнитным полем.

уравнение показывает, что источниками вектора $\vec{D}$ служат сторонние заряды.

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме. Граничные условия.

Интегральная и дифференциальная формы уравнений Максвелла эквивалентны, если все величины в пространстве и времени изменяются непрерывно.

Если имеется поверхность разрыва, т.е. поверхность, на которой свойства среды или полей меняются скачкообразно, то интегральная форма уравнений является более общей.

Математическая эквивалентность обеих форм записи уравнений Максвелла достигается введением граничных условий для дифференциальной формы:

$$\vec{D}_{n1} = \vec{D}_{n2}; \qquad \vec{E}_{\tau 1} = \vec{E}_{\tau 2}; \qquad \vec{B}_{n1} = \vec{B}_{n2}; \qquad \vec{H}_{\tau 1} = \vec{H}_{\tau 2}.$$

Каждое из векторных уравнений с роторами эквивалентно трем скалярным уравнениям, связывающим компоненты векторов

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\partial B_z}{dt}$$

уравнения Максвелла дополняются так называемыми материальными уравнениями:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}$$

В скалярной форме уравнения Максвелла имеют следующий вид:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\frac{\partial B_x}{\partial t} \\
\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\frac{\partial B_y}{\partial t} \\
\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -\frac{\partial B_z}{\partial t}
\end{aligned}\right\}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= j_x + \frac{\partial D_x}{\partial t} \\
\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= j_y + \frac{\partial D_y}{\partial t} \\
\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= j_z + \frac{\partial D_z}{\partial t}
\end{aligned}\right\}$$

Уравнения Максвелла можно записать и в интегральной форме:

Первое уравнение: циркуляция вектора напряженности электрического поля вдоль замкнутого контура определяется скоростью изменения потока вектора магнитной индукции через площадку, ограниченную этим контуром (закон электромагнитной индукции).

$$\begin{cases} \oint\limits_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\dfrac{d}{dt}\int\limits_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ \oint\limits_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \end{cases}$$

Второе уравнение: поток вектора магнитной индукции через произвольную замкнутую поверхность равен нулю.

Первое уравнение: циркуляция вектора вдоль замкнутого контура равна сумме токов проводимости через площадку, ограниченную контуром, и скоростью изменения потока вектора индукции электрического поля через эту же площадку.

$$\begin{cases} \oint\limits_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int\limits_{S} \vec{j} \cdot d\vec{S} + \dfrac{d}{dt} \int\limits_{S} \vec{D} \cdot d\vec{S} \\ \oint\limits_{S} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int\limits_{V} \rho \cdot dV \end{cases}$$

Второе уравнение: поток вектора магнитной индукции через замкнутую поверхность определяется электрическим зарядом, находящимся внутри этой поверхности.

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Свойства уравнений Максвелла.

1. *Уравнения Максвелла линейны.* Свойство линейности уравнений Максвелла непосредственно связано с принципом суперпозиции: если два каких-нибудь поля удовлетворяют уравнениям Максвелла, то это относится и к сумме этих полей.

2. *Уравнения Максвелла содержат уравнение непрерывности,* выражающее закон сохранения электрического заряда.

3. *Уравнения Максвелла выполняются во всех инерциальных системах отсчета.* Уравнения релятивистски инвариантны. Их вид не меняется при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, хотя величины в них преобразуются по определенным правилам. Отдельное рассмотрение электрического и магнитного полей имеет относительный смысл.

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Свойства уравнений Максвелла.

4. *Уравнения Максвелла не симметричны относительно электрического и магнитного полей*. Это обусловлено тем, что в природе существуют электрические заряды, но не обнаружены магнитные.

5. *Из уравнений Максвелла следует, что электромагнитное поле способно существовать самостоятельно – без электрических зарядов и токов*. Изменение состояния этого поля имеет волновой характер. Поля такого рода называют электромагнитными волнами. В вакууме они всегда распространяются со скоростью, равной скорости света. Этот вывод и теоретическое исследование электромагнитных волн привели Максвелла к созданию электромагнитной теории света, в соответствии с которой свет также представляет собой электромагнитные волны.