

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО МОРСКОГО И РЕЧНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
Морской государственный университет им. адм. Г. И. Невельского

Кафедра теоретической механики и сопротивления материалов

СВЯЗИ. СИЛЫ РЕАКЦИЙ СВЯЗЕЙ

Методические указания для практических занятий по теоретической механике

Составил В. Г. Непейвода

Владивосток

2009

Содержание

1. Основные понятия и определения
2. Виды связей и их силы реакций
3. Решение задач статики
 - 3.1. Рекомендации по решению задач
 - 3.2. Некоторые рекомендации к составлению расчётных схем
 - 3.2.1. Нить как средство передачи силы
 - 3.2.2. Распределённая нагрузка
4. Опрос по теме «Связи»
5. Самостоятельная работа
6. Проверка самостоятельной работы

1. Основные понятия и определения

Свободное тело – твёрдое тело, перемещения которого в пространстве не ограничены другими телами, скрепленными или соприкасающимися с ним. Свободному телу можно сообщить любые перемещения в пространстве. Примерами свободных тел являются искусственный спутник Земли, летящий снаряд, брошенный камень, воздушный шар.

Несвободное тело – твёрдое тело, перемещения которого в пространстве ограничены другими телами, скрепленными или соприкасающимися с ним. Большинство тел, окружающих нас, являются несвободными.

Связи – тела, ограничивающие перемещения данного тела в пространстве.

Сила давления – сила, с которой тело действует на связь. Если связь – гибкая нить, то действующая на нить сила называется **силой натяжения** или **натяжением**.

Сила реакции связи – сила, с которой связь действует на рассматриваемое тело.

Направление силы реакции связи. Сила реакции связи направлена противоположно тому направлению, в котором связь препятствует перемещению данного тела.

Активные силы – это силы, которые могут сообщить движение свободному телу.

Метод освобождения от связей – это метод составления расчётных схем в задачах механики. Согласно этому методу у любого несвободного тела связи можно отбросить, заменить их силами реакций и считать тело свободным.

2. Виды связей и их силы реакций

Гладкая поверхность – это поверхность, трением со стороны которой можно пренебречь. Сила реакции гладкой поверхности направлена по общей нормали к касательной в точке контакта поверхностей соприкасающихся тел и приложена в этой точке, рис. 1.

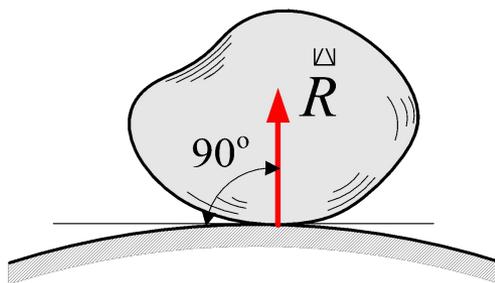


Рис. 1

Если гладкое тело опирается на ребро, то сила реакции направлена по нормали к поверхности тела, рис. 2.

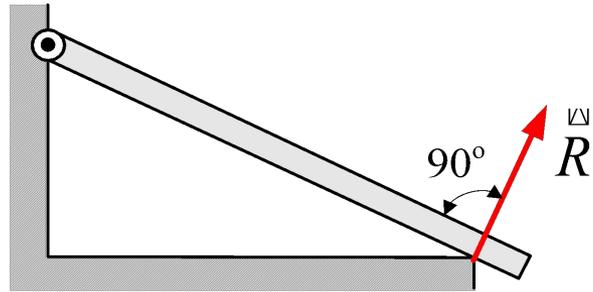


Рис. 2

При действии тела ребром на гладкую поверхность сила реакции направлена по нормали к поверхности связи, рис. 3.

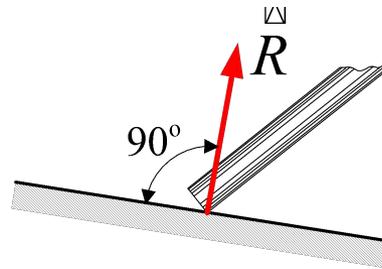


Рис. 3

Цилиндрический шарнир – устройство, обеспечивающее вращение тела вокруг оси. Сила реакции цилиндрического шарнира может иметь любое направление в плоскости, перпендикулярной оси шарнира, рис. 4. На практике сила реакции заменяется ее составляющими, направленными в стороны положительных направлений координатных осей.

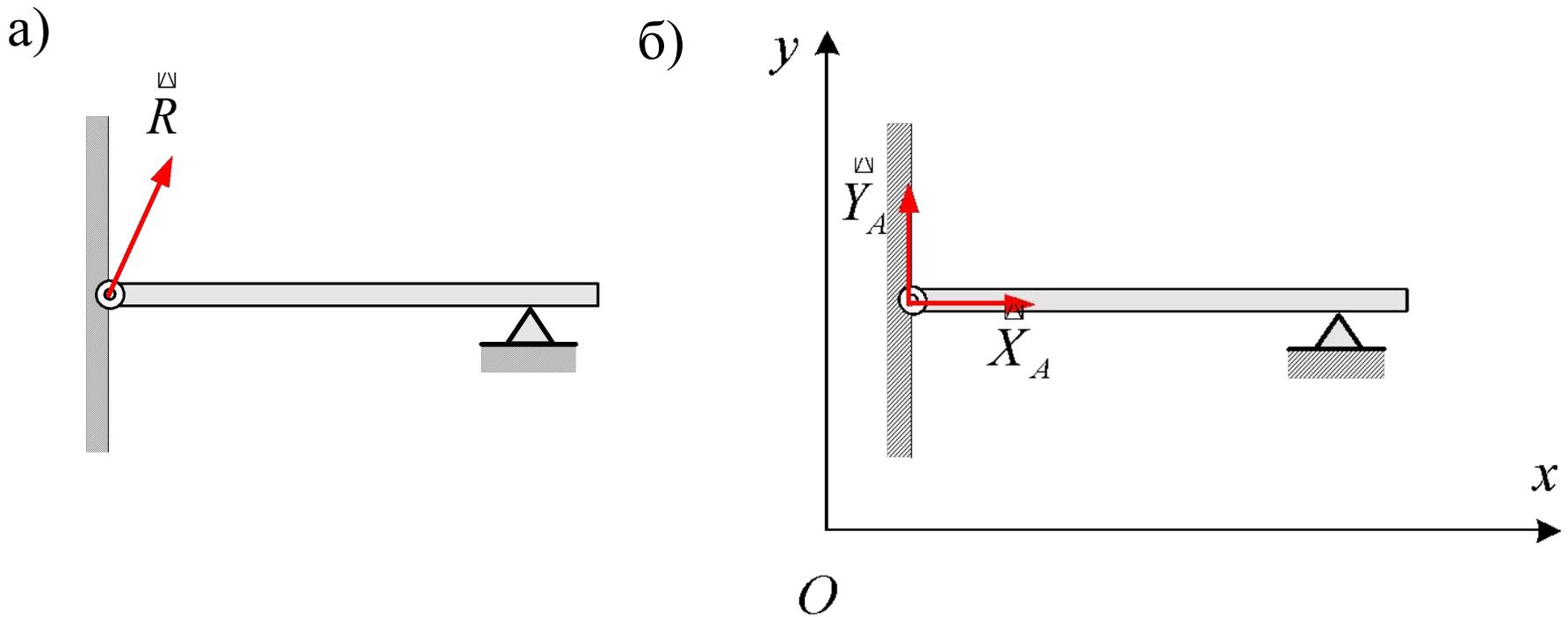
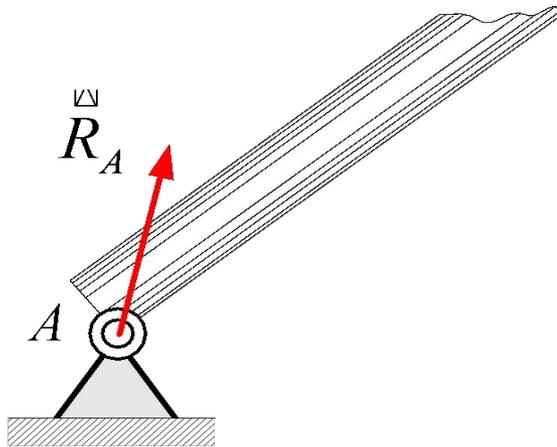


Рис. 4

Шарнирная неподвижная опора – неподвижная опора, снабженная цилиндрическим шарниром. Сила реакции шарнирной неподвижной опоры направлена так же, как и сила реакции цилиндрического шарнира, рис. 5.

а)



б)

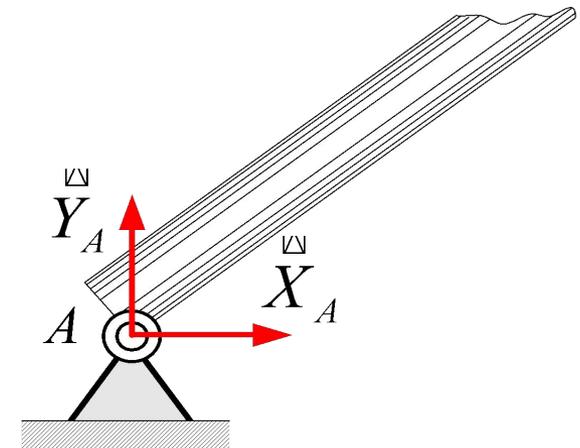


Рис. 5

Шарнирная подвижная опора – подвижная опора (на роликах, скользящая), снабженная цилиндрическим шарниром. Сила реакции шарнирной подвижной опоры направлена перпендикулярно опорной поверхности, рис. 6 – 7.

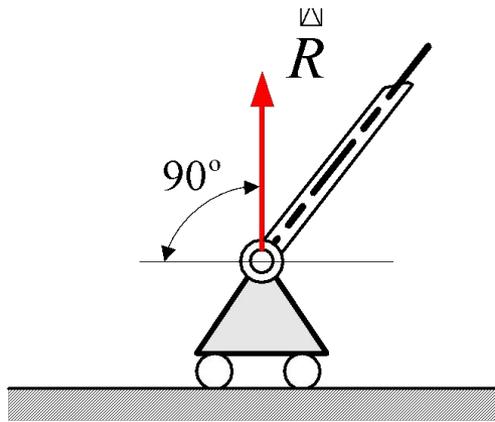


Рис. 6

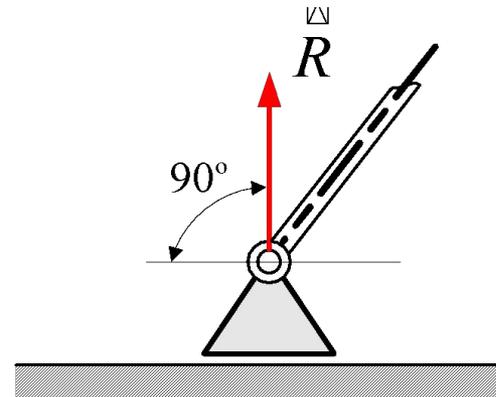


Рис. 7

Сферический шарнир – устройство, обеспечивающее движение тела вокруг одной его неподвижной точки. Сила реакции сферического шарнира проходит через неподвижную точку тела и может иметь любое направление в пространстве. При расчетах сила реакции представляется в виде трех взаимно перпендикулярных составляющих, рис. 8.

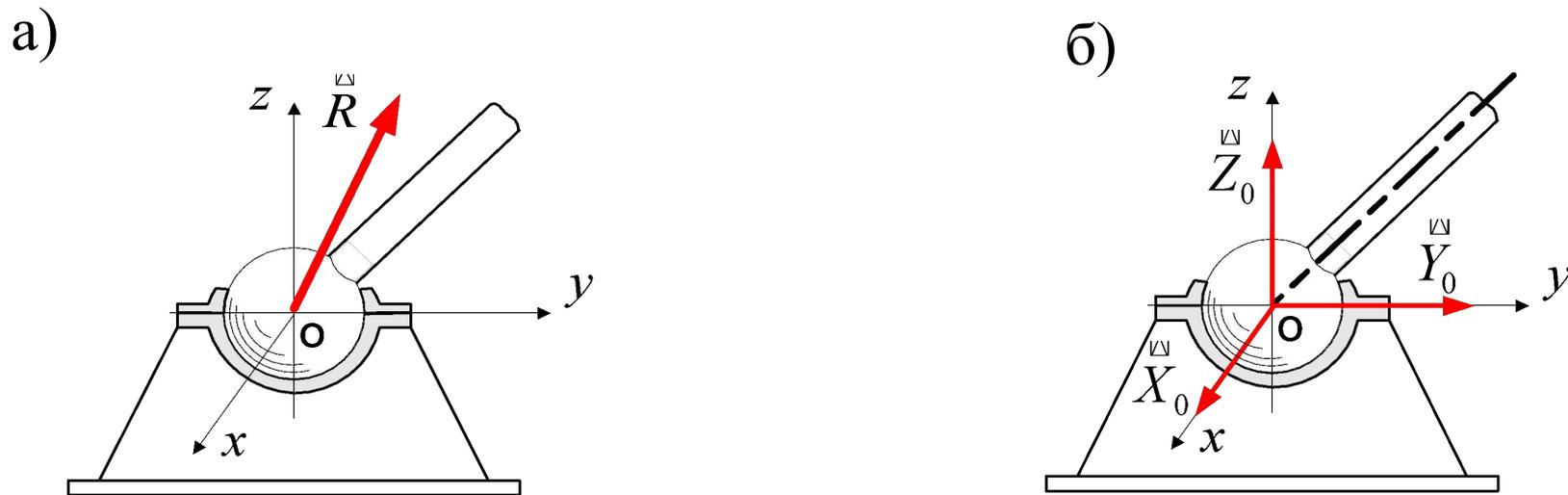


Рис. 8

Невесомый стержень – это стержень, весом которого по сравнению с воспринимаемой им нагрузкой можно пренебречь., если он растянут, и наружу, если стержень сжат, рис. 9, 10. Сила реакции невесомого шарнирно закрепленного за концы прямолинейного стержня направлена вдоль оси стержня. Стрелка вектора силы реакции направлена внутрь стержня

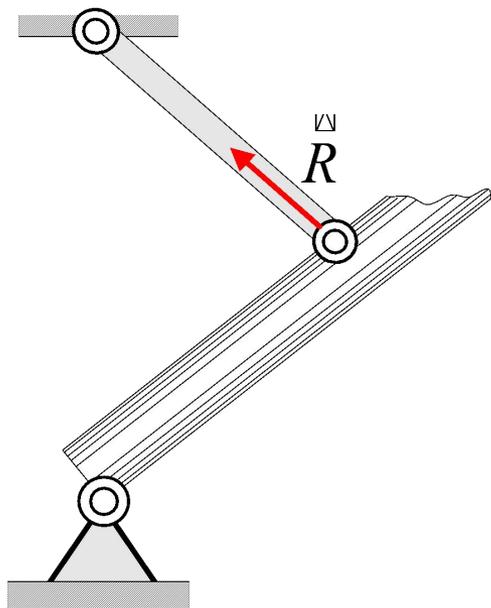


Рис. 9

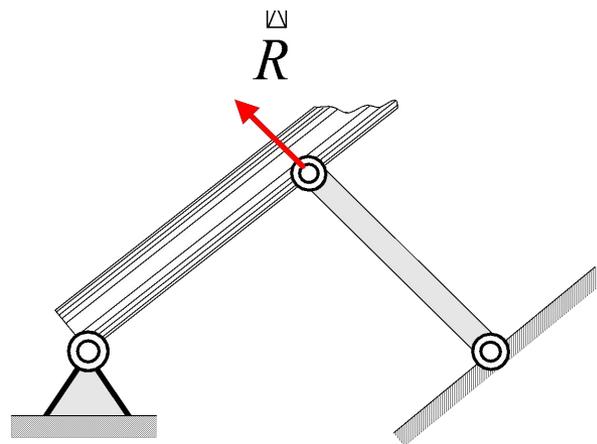


Рис. 10

При расчёте ферм способом вырезания узлов все стержни, действующие в рассматриваемом узле, считают растянутыми, и их реакции изображают векторами, направленными от узла. Из уравнений равновесия определяют алгебраические значения реакций стержней. Стержни, у которых расчётные реакции имеют знак (+), работают на растяжение, а (-) – на сжатие.

Сила реакции невесомого шарнирно закрепленного криволинейного стержня направлена вдоль линии, соединяющей шарниры на концах стержня, рис. 11.

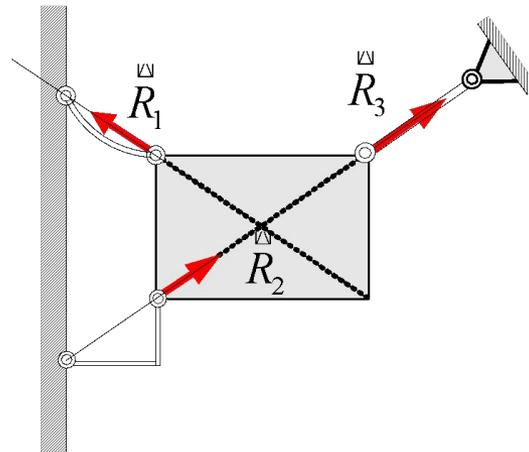


Рис. 11

Подпятник – устройство, обеспечивающее неподвижность конца вала (как правило, вертикального). Сила реакции подпятника проходит через неподвижную точку нижнего торца вала и может иметь любое направление. При расчетах сила реакции представляется в виде трех взаимно-перпендикулярных составляющих, рис. 12.

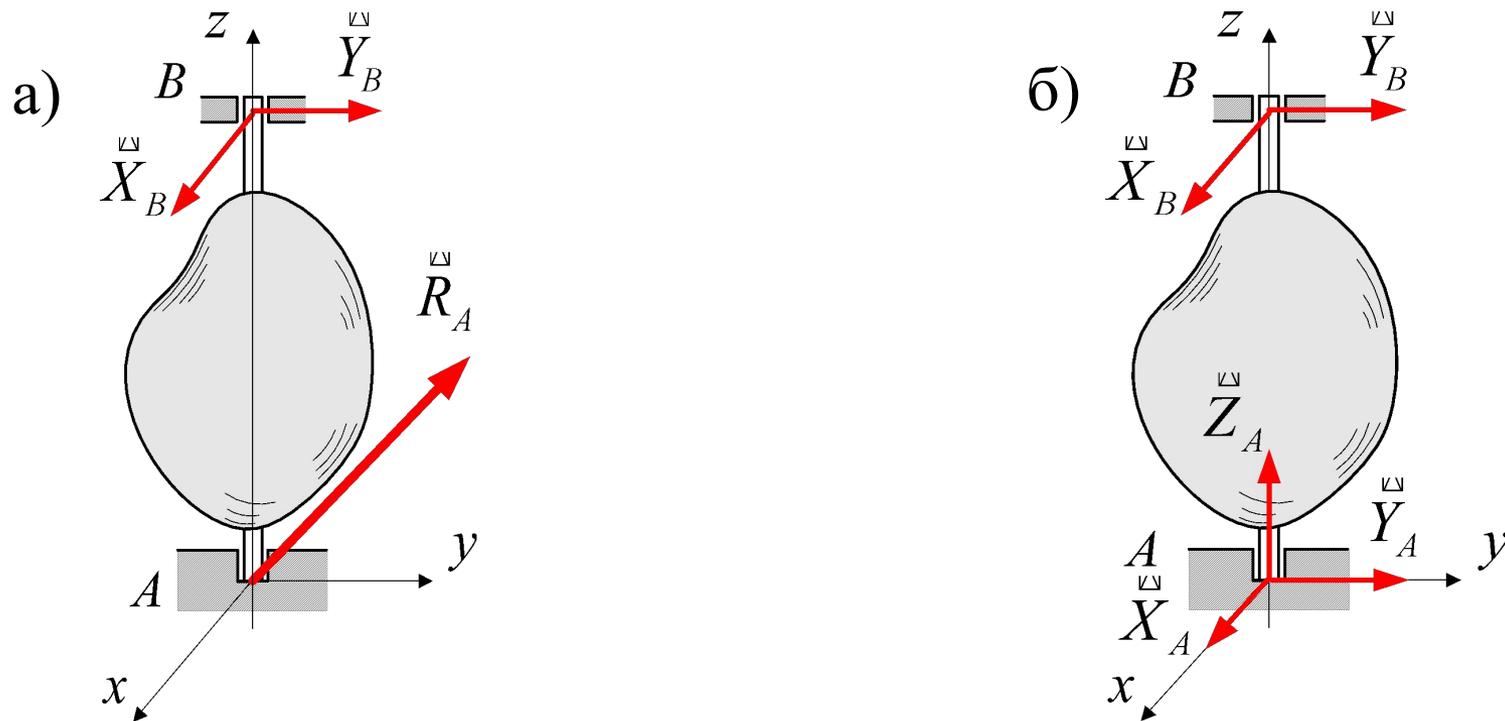
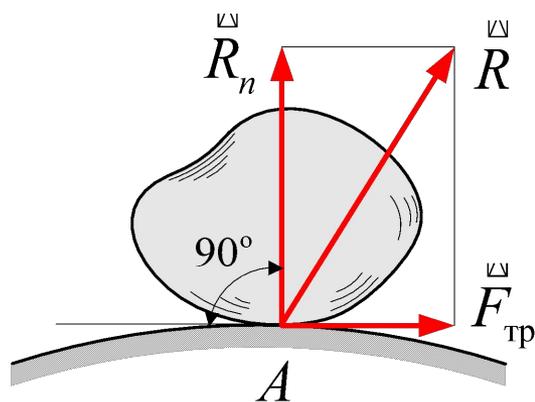


Рис. 12

Шероховатая поверхность - поверхность, трение которой учитывают при решении задач. Сила реакции шероховатой поверхности отклонена от общей нормали к поверхностям соприкасающихся тел в сторону, противоположную направлению, в котором связь препятствует скольжению рассматриваемого тела, рис. 13.

В расчетах сила реакции шероховатой поверхности представляется в виде двух составляющих: силы, перпендикулярной поверхности связи (нормальной реакции), и силы, направленной по касательной к поверхности.



$$F_{тр} = f R_n,$$

где f – коэффициент трения; R_n – величина нормальной реакции связи.

Рис. 13

Невесомая гибкая нерастяжимая нить – гибкая связь, имеющая по сравнению с воспринимаемой нагрузкой малый вес, малую растяжимость и требующая малых усилий для изгиба. Сила реакции невесомой гибкой нерастяжимой нити направлена от рассматриваемого тела вдоль нити к точке ее закрепления, рис. 14.

Если нить принимает под действием распределенной нагрузки криволинейную форму, то сила реакции нити направлена по касательной к нити в точке крепления ее к рассматриваемому телу, рис. 15.

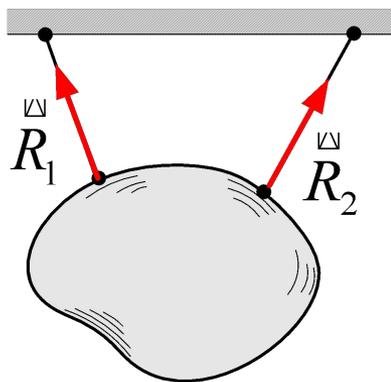


Рис. 14

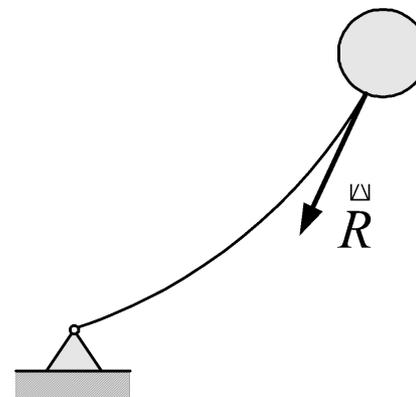


Рис. 15

Жесткая заделка («заделка») – связь, обеспечивающая неподвижное закрепление оконечности бруса.

Если на брус действует плоская система сил, то реакция «заделки» приводится к двум составляющим – силе и моменту. При расчёте силы реакции «заделки» её представляют в виде двух взаимно перпендикулярных сил, рис. 16.



Рис. 16

Если брус находится в равновесии под действием произвольной пространственной системы сил, то реакции «заделки» можно представить в виде трех взаимно перпендикулярных составляющих сил и трех моментов относительно соответствующих осей, рис. 17.

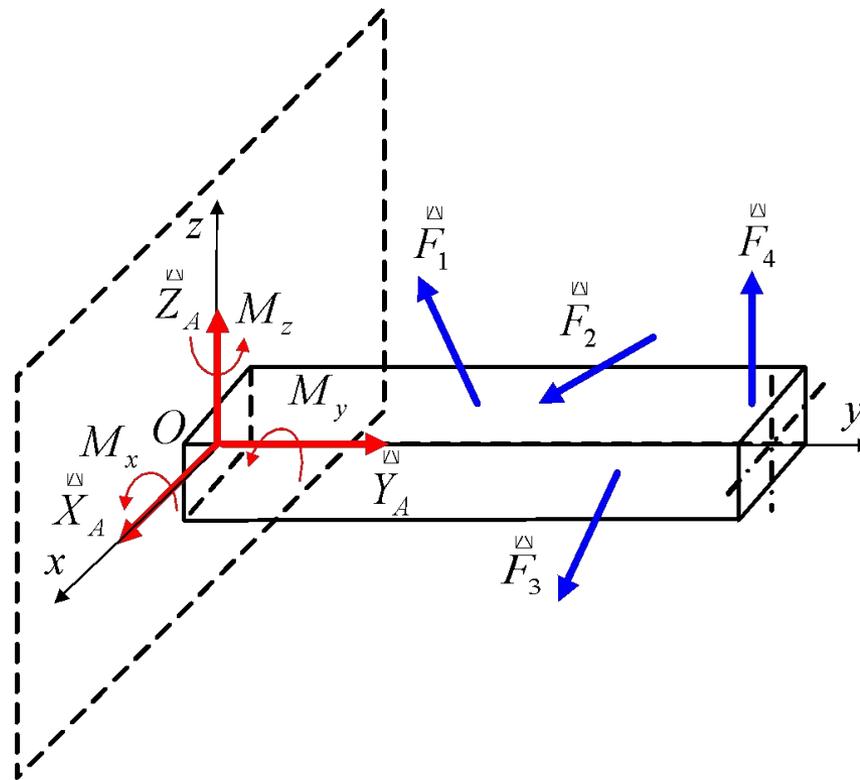


Рис. 17

3. Решение задач статики

3.1. Рекомендации по решению задач

При решении задач, относящихся к равновесию несвободного твёрдого тела, рекомендуется придерживаться следующего плана.

1. Ознакомиться с условием задачи, записать его в краткой форме, выполнить рисунок к задаче.

2. Составить расчётную схему задачи в следующей последовательности:

а) определить по условию задачи тело (узел), равновесие которого необходимо рассмотреть, и изобразить его отдельно на рисунке;

б) показать на рисунке заданные активные силы, действующие на тело (узел); если на тело действуют распределённые силы – заменить их равнодействующими;

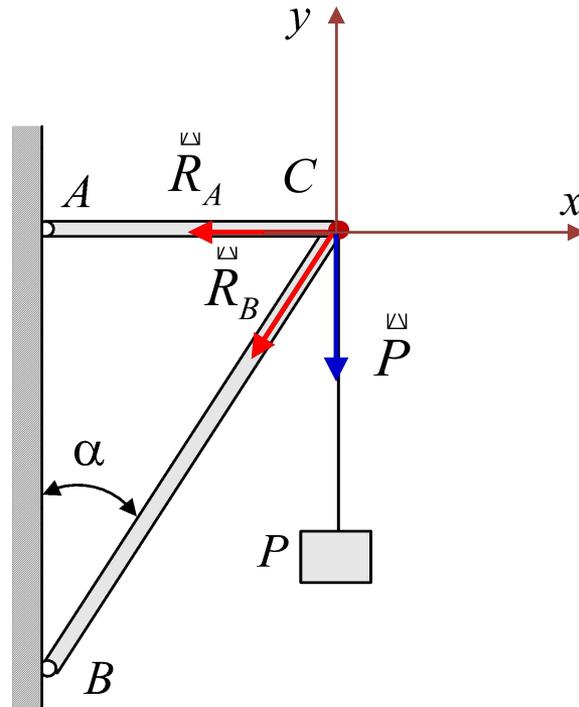
в) определить виды связей, наложенных на тело, и показать на рисунке силы реакций этих связей (в том числе и моменты сил реакций, если они имеются);

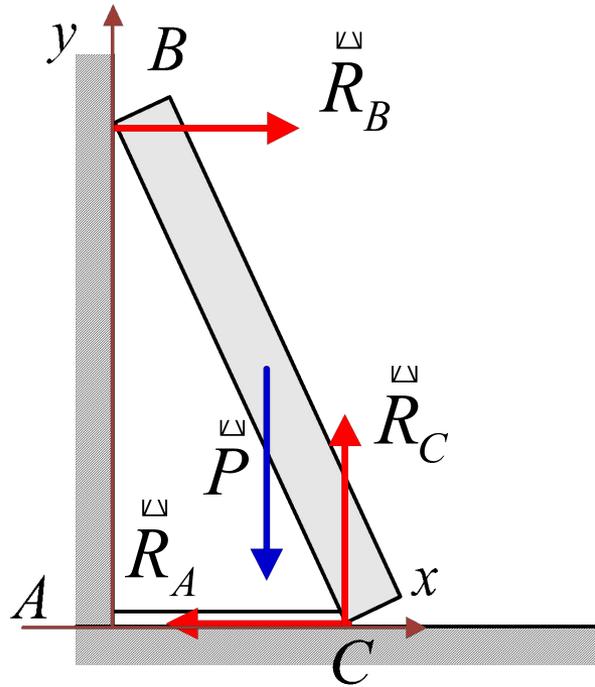
г) выбрать оси координат, если планируется аналитическое решение задачи.

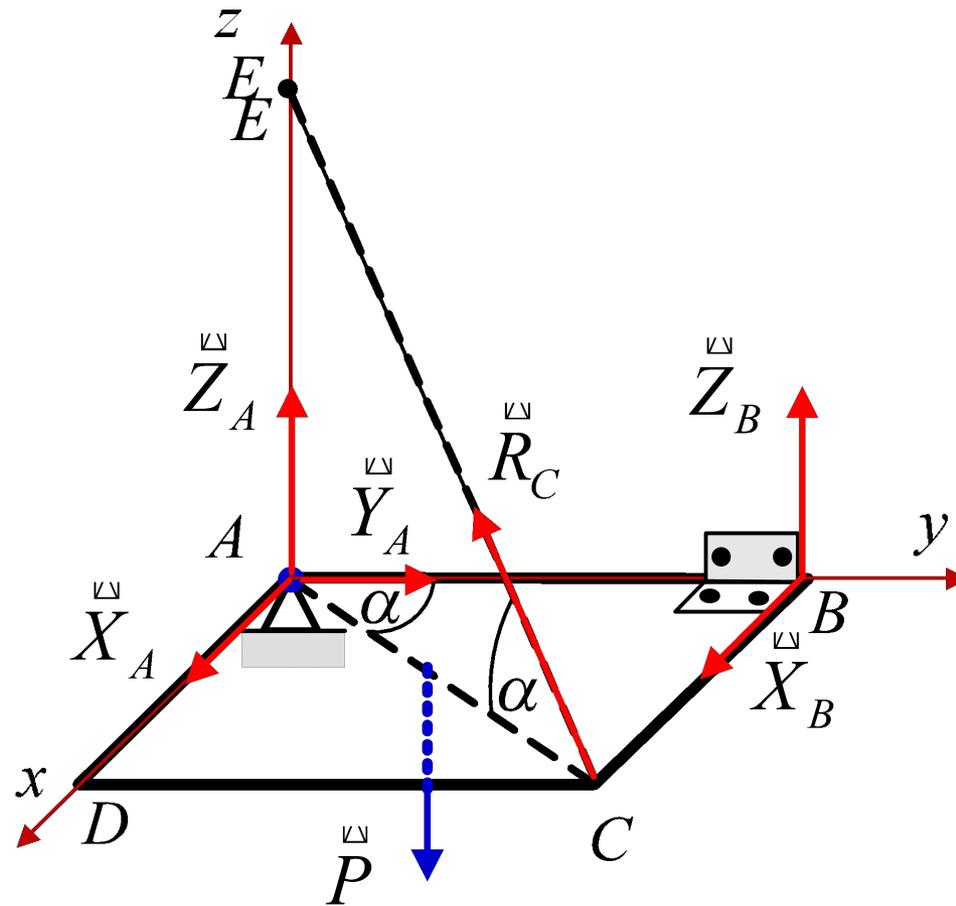
3. Определить, какая система сил действует на рассматриваемое тело, и составить соответствующие ей уравнения равновесия.

4. Решить уравнения относительно неизвестных в задаче.

Примеры составления расчётных схем







Строгое применение метода освобождения от связей требует выполнения отдельного рисунка, где тело, равновесие которого рассматривается, изображено без связей. В этом случае оно выглядит как свободное тело, а все силы, показанные на рисунке (в том числе реакции связей), равноправны. В таблице показаны примеры расчётных схем к задачам статики.

Примеры расчётных схем к задачам статики

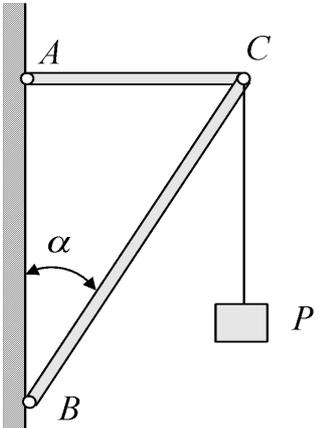
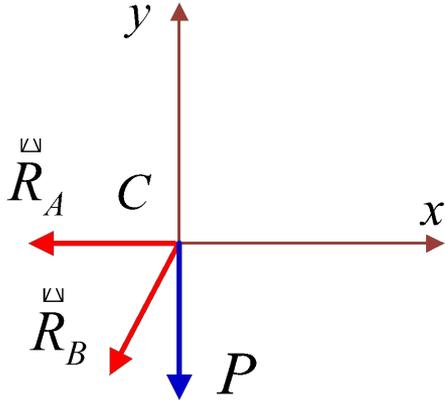
Рисунок к задаче	Рассматриваемое тело	Расчётная схема
	<p>Ось C</p>	

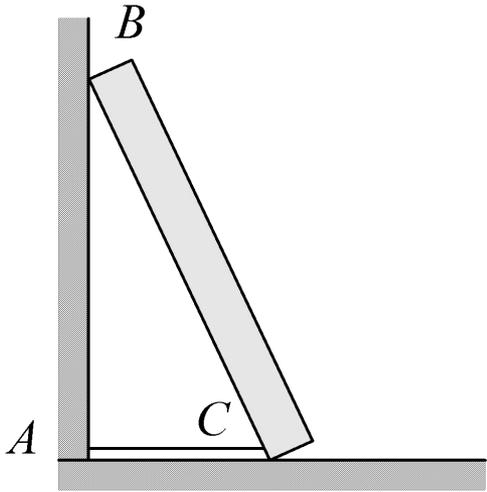
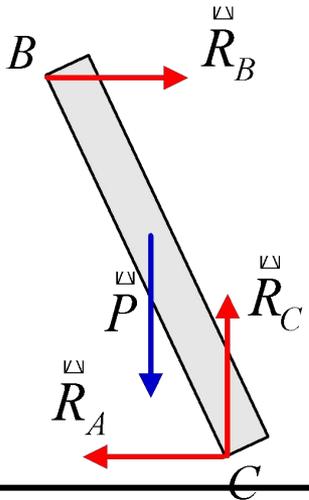
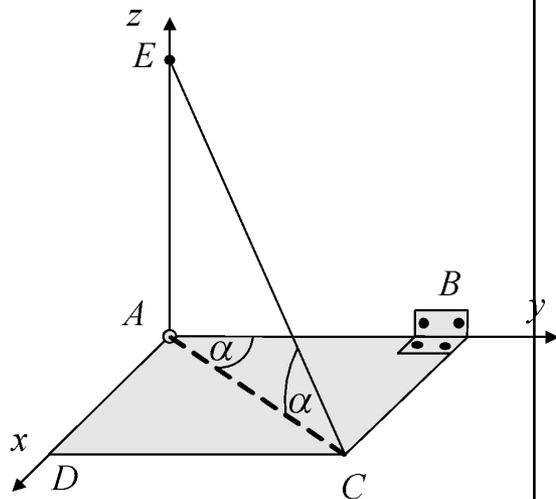
Рисунок к задаче	Рассматриваемое тело	Расчётная схема
 <p>The diagram shows a gray beam labeled BC leaning against a vertical wall at point B and a horizontal floor at point C. Point A is the corner where the wall and floor meet. The beam is shown in a perspective view.</p>	<p>Балка BC</p>	 <p>The free-body diagram shows the beam BC with the following forces: <ul style="list-style-type: none"> A horizontal red arrow \vec{R}_B pointing to the right at point B. A vertical blue arrow \vec{P} pointing downwards on the beam. A horizontal red arrow \vec{R}_A pointing to the left at point C. A vertical red arrow \vec{R}_C pointing upwards at point C. </p>

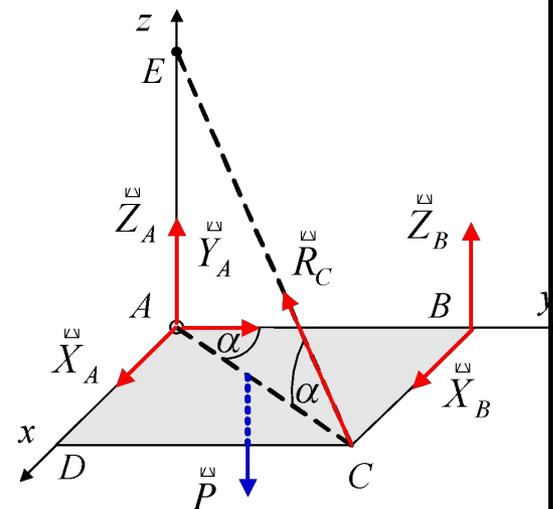
Рисунок к задаче



Рассматриваемое тело

Рама $ABCD$

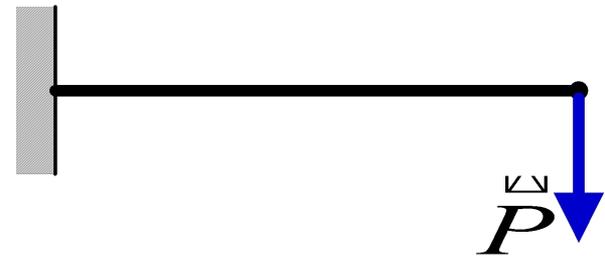
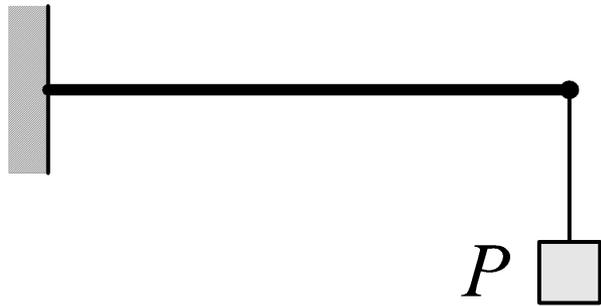
Расчётная схема



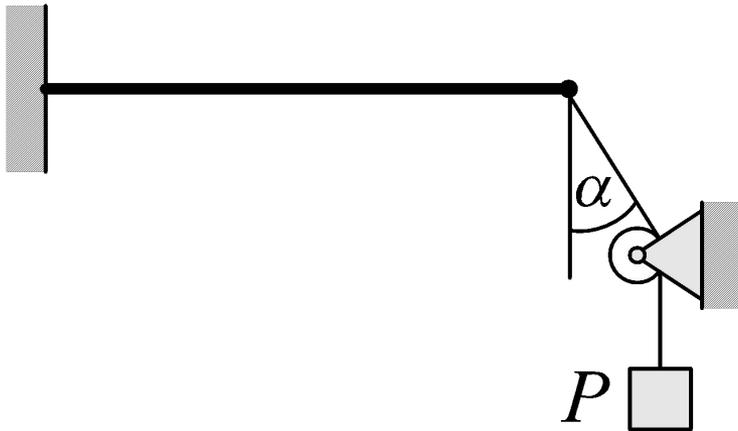
3.2. Некоторые рекомендации к составлению расчётных схем

3.2.1. Нить как средство передачи силы

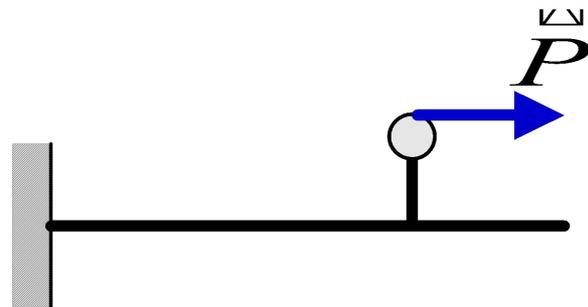
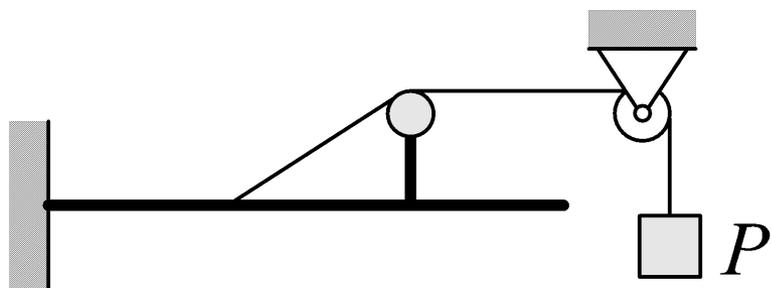
Если к произвольно расположенному телу подвешен груз P на вертикальной нити, то это равноценно приложению вектора \vec{P} в точке подвеса.



Если направление нити, к которой подвешен груз, изменяется посредством блока, установленного не на теле, равновесие которого рассматриваем, то это также равноценно приложению вектора силы в точке подвеса

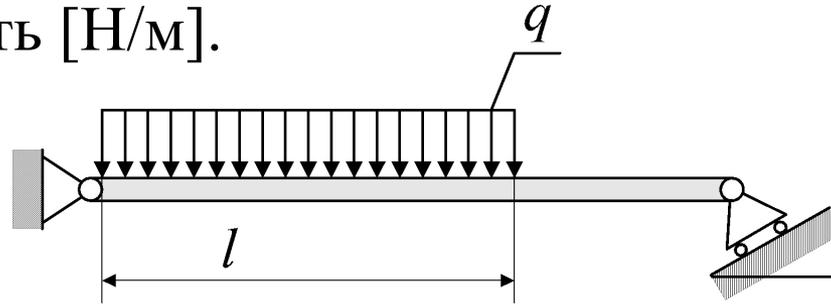


Если направление нити, к которой подвешен груз P , изменяется посредством блока, установленного на теле, равновесие которого рассматриваем то это равноценно приложению вектора силы по направлению нити непосредственно за этим блоком.



3.2.2. **Распределённая нагрузка**

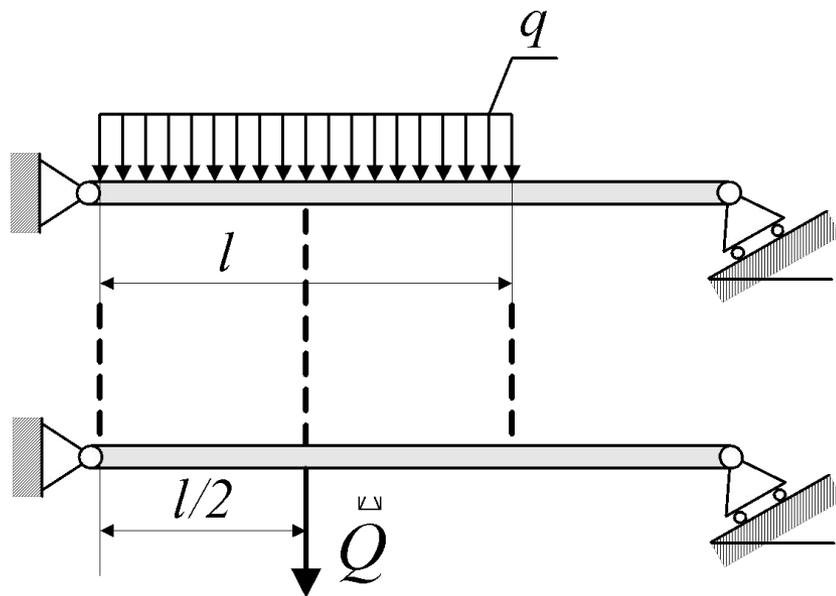
Распределённая по длине балки нагрузка (другое название – погонная нагрузка) характеризуется интенсивностью q , т. е. нагрузкой, приходящейся на единицу длины балки, и поэтому имеет размерность [Н/м].



На расчётной схеме следует показать её равнодействующую. Для того, чтобы найти равнодействующую заданной нагрузки, нужно подсчитать величину этой силы и определить точку её приложения (или линию действия).

Величина силы равна площади эпюры распределённой нагрузки, а точка её приложения находится в центре тяжести эпюры нагрузки. Рассмотрим наиболее часто встречающиеся виды нагрузки.

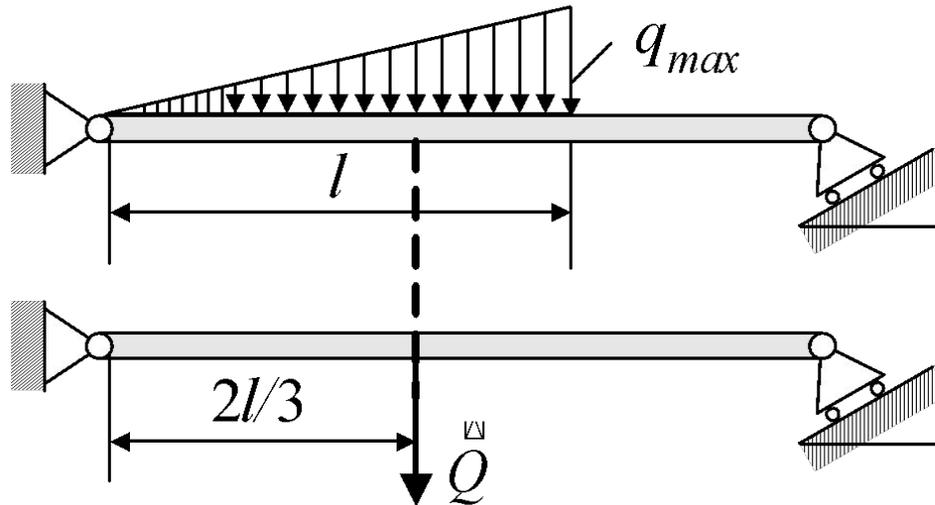
1. Равномерно распределённая нагрузка. Равнодействующая определяется как произведение интенсивности равномерно распределённой нагрузки на её длину: $Q = ql$. Изображается на расчётной схеме в виде сосредоточенной силы Q , приложенной в середине длины нагруженного участка, рис. 20.



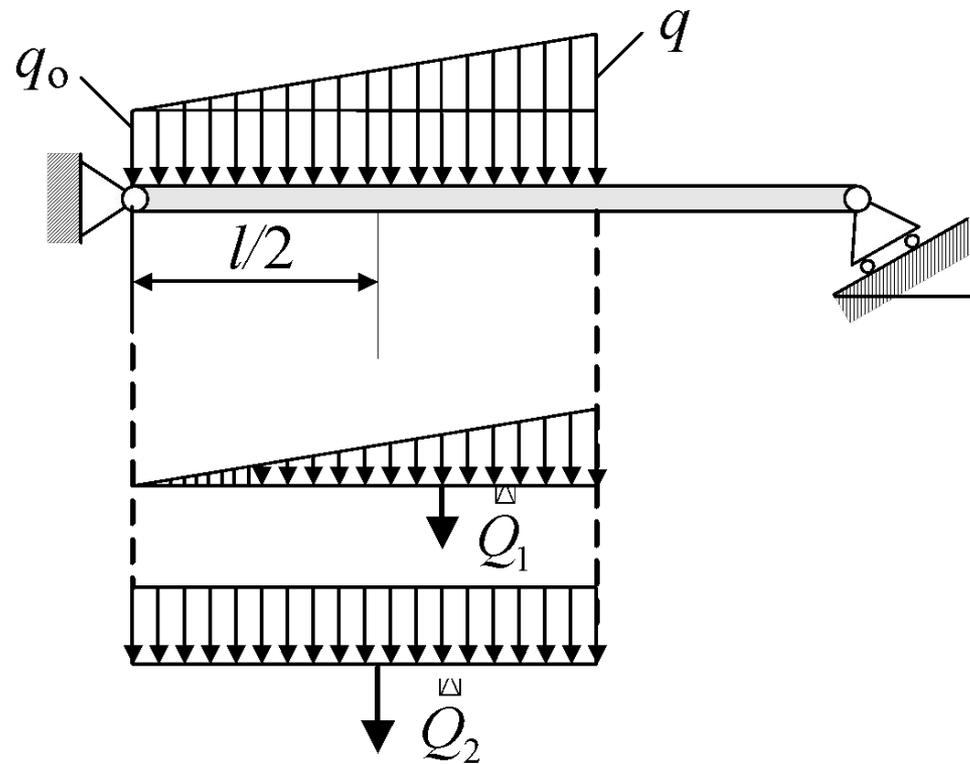
2. Треугольная нагрузка. Значения нагрузки на концах участка длиной l : $q_0 = 0$, q_{\max} . Равнодействующая треугольной нагрузки равна

$$Q = \frac{q_{\max} \cdot l}{2},$$

а её линия действия проходит через точку пересечения медиан треугольника на расстоянии $2/3$ его высоты, отсчитывая от вершины.

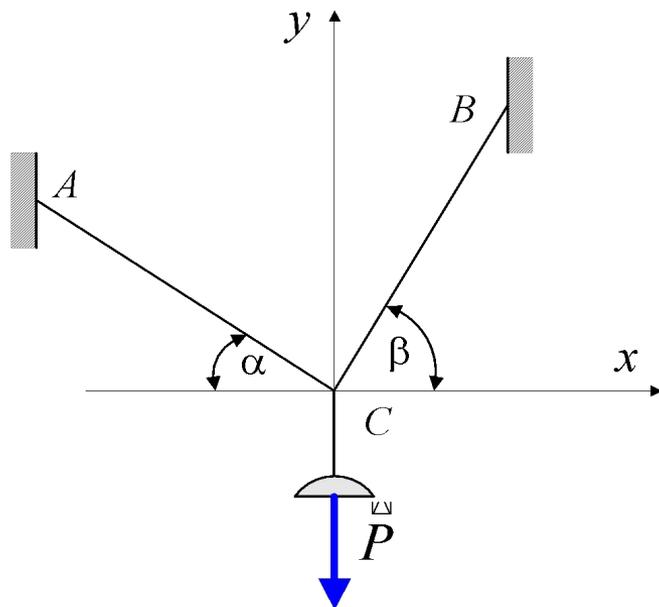


3. Комбинированная нагрузка. Этот случай можно представить как комбинацию двух нагрузок, рассмотренных выше, и преобразование произвести так, как показано на рисунке.



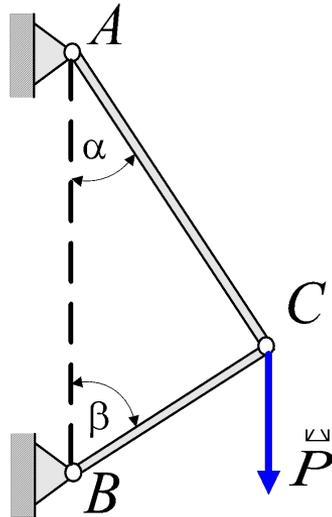
4. Опрос по теме «Связи»

Какие связи имеет узел C ?



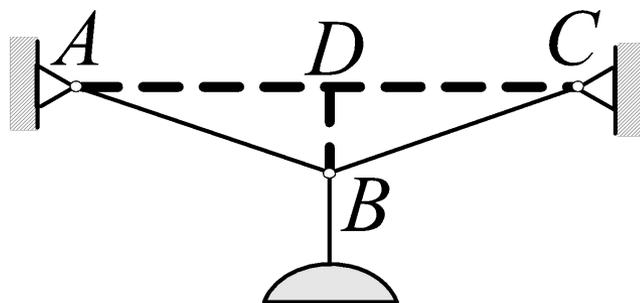
Невесомые гибкие нити AC и BC .

Какие связи имеет соединительный болт в узле C ?



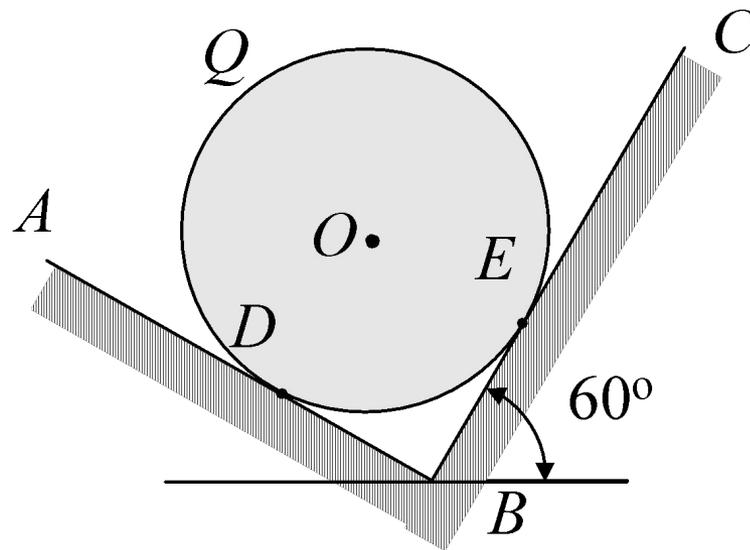
Два невесомых стержня AC и BC .

Какие связи имеет узел B ?



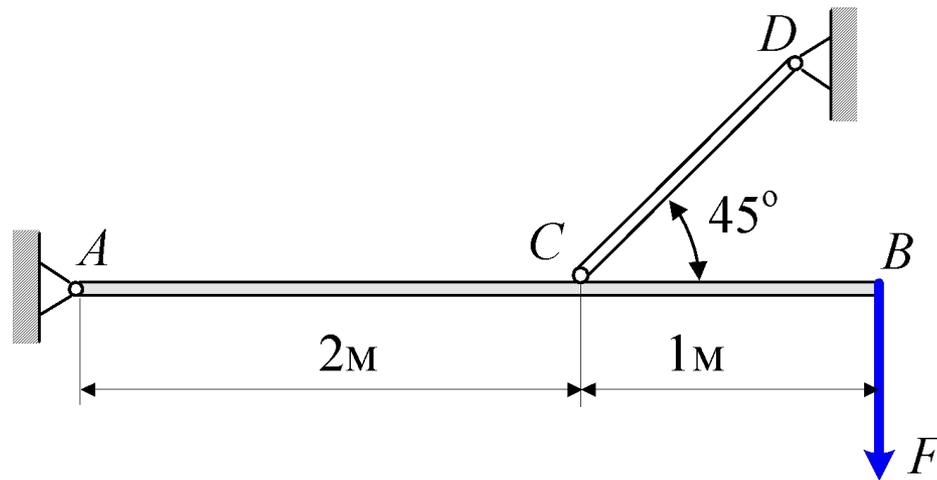
Две невесомые гибкие нити AB и BC .

Какие связи имеет цилиндр Q ?



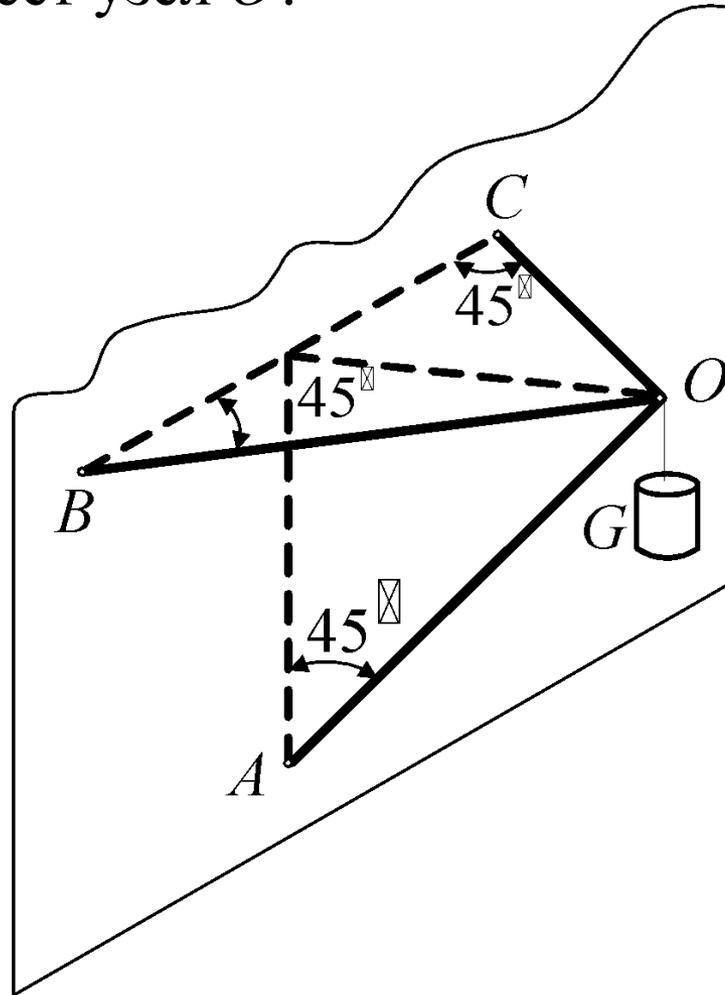
Цилиндр Q имеет две связи: гладкие плоскости AB и BC .

Какие связи имеет балка AB ?



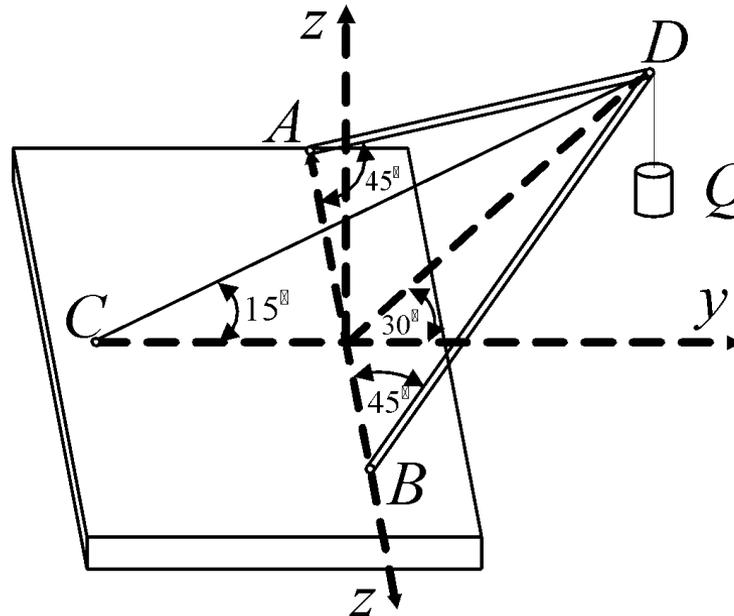
Балка AB имеет две связи: шарнирную неподвижную опору A и невесомый стержень CD .

Какие связи имеет узел O ?



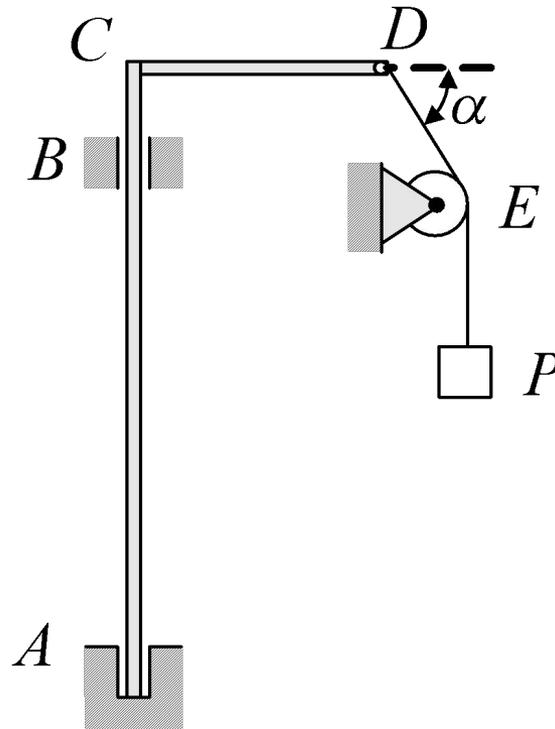
Узел O имеет три связи: невесомые стержни OC , OB и OA .

Какие связи имеет узел D ?



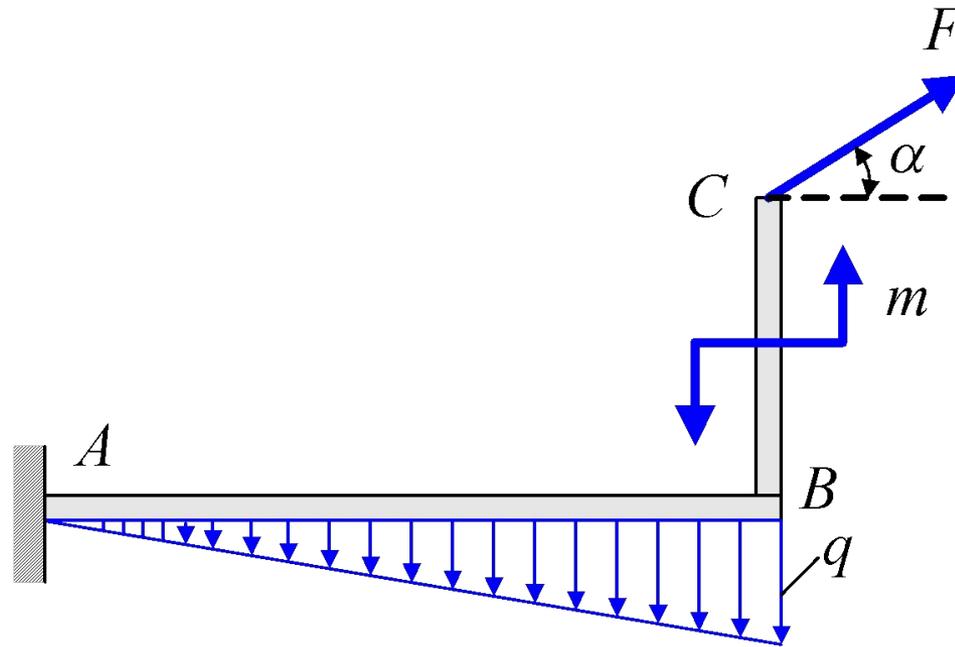
Узел D имеет три связи: невесомые стержни AD , BD и гибкую нить CD .

Какие связи имеет вертикальный вал ACD ?



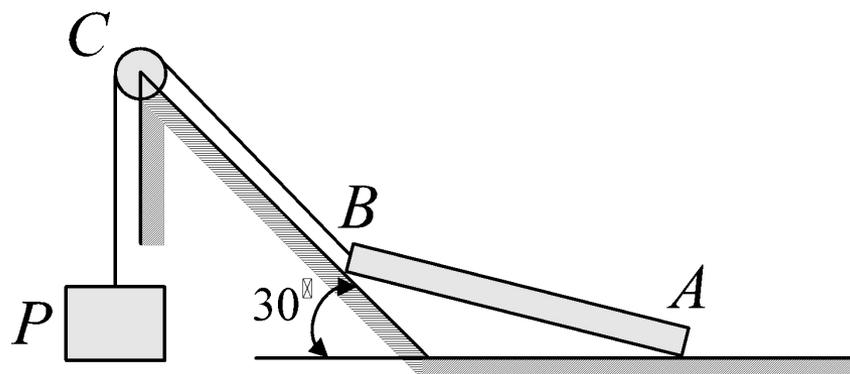
Вал ACD имеет две связи: подпятник A и подшипник B .

Какие связи имеет кронштейн ABC ?



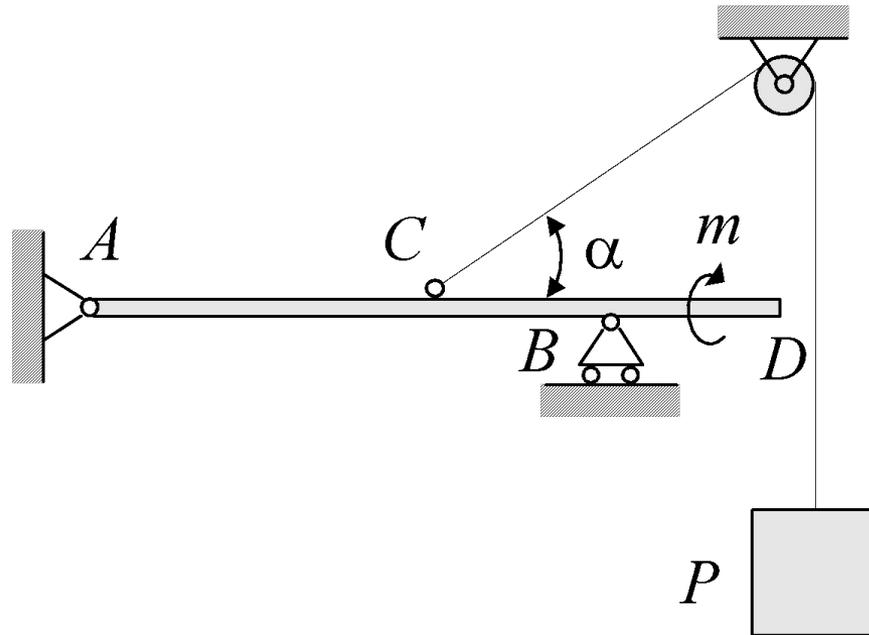
Кронштейн ABC имеет связь, которая называется «жёсткая заделка» или «заделка».

Какие связи имеет брус AB ?



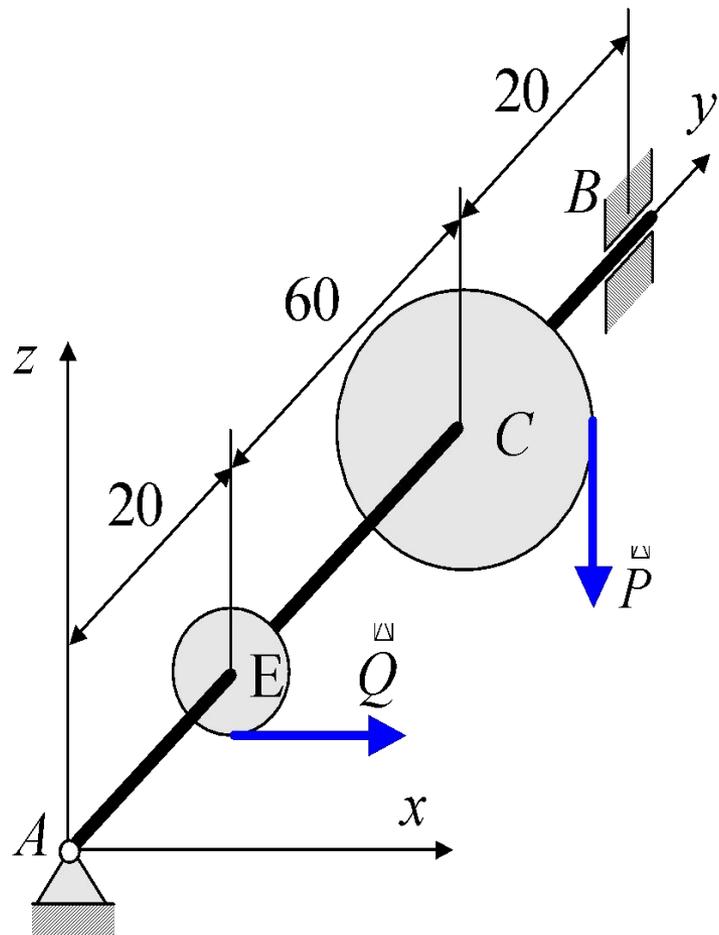
Для бруса AB связями являются две гладкие плоскости.

Какие связи имеет балка ACD ?



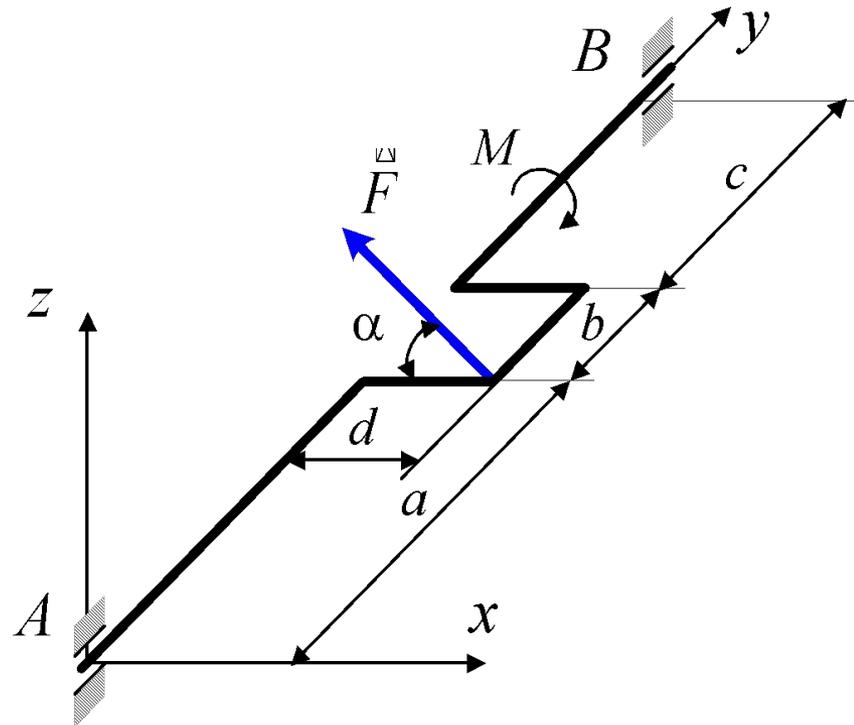
Балка ABD имеет две связи: шарнирную неподвижную опору A и шарнирную подвижную опору B .

Какие связи имеет вал AB ?



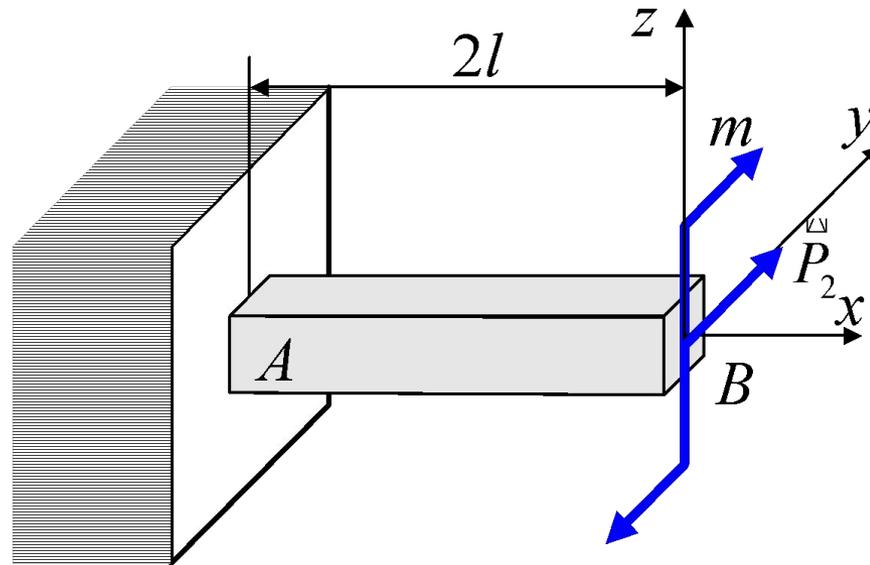
Вал AB имеет две связи: шарнирную неподвижную опору A и подшипник B .

Какие связи имеет вал AB ?



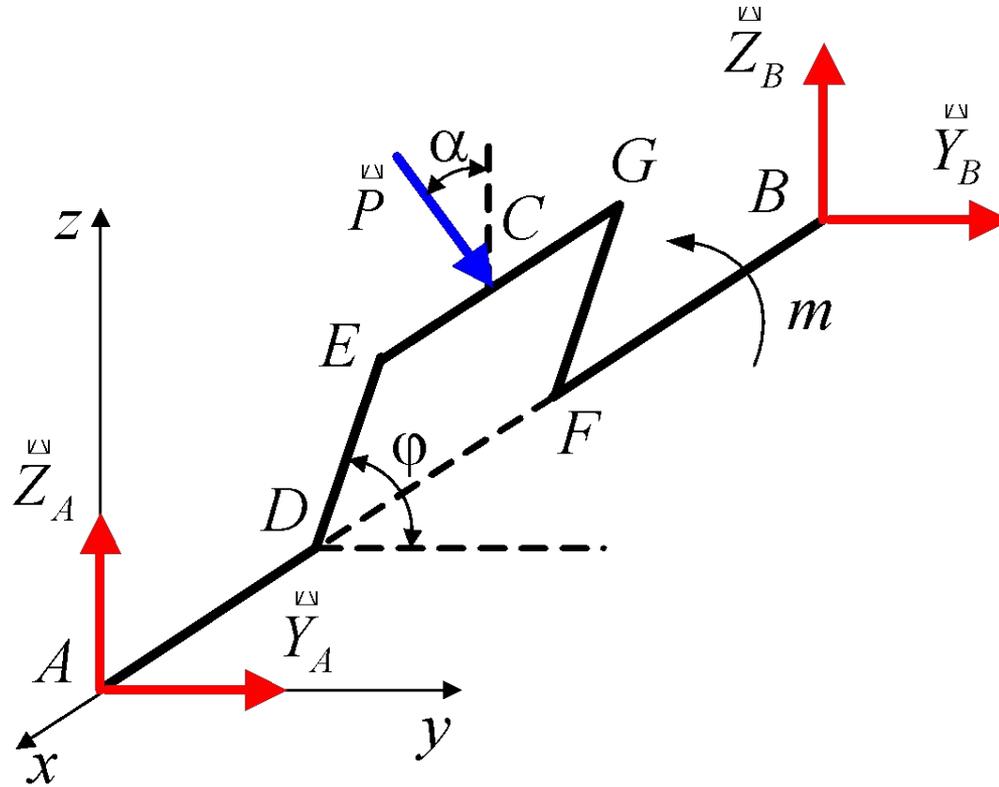
Вал AB имеет две связи: подшипники A и B на концах вала.

Какие связи имеет балка AB ?



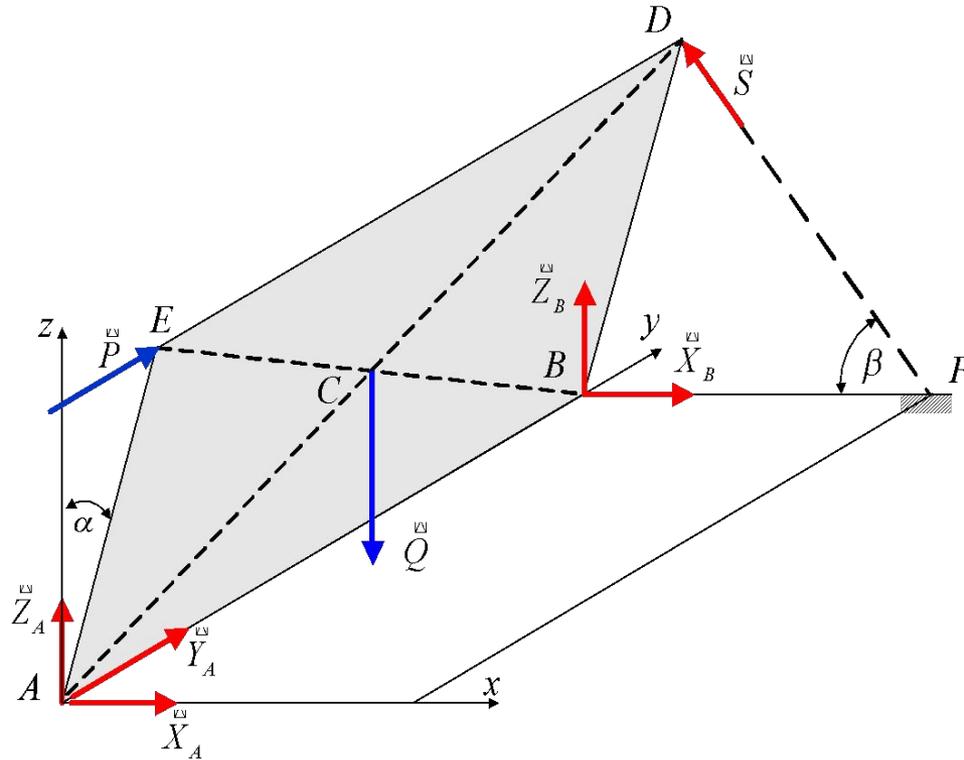
Балка AB имеет одну связь — «заделку».

Какие связи были отброшены в точках A и B ?



В точках A и B были отброшены подшипники.

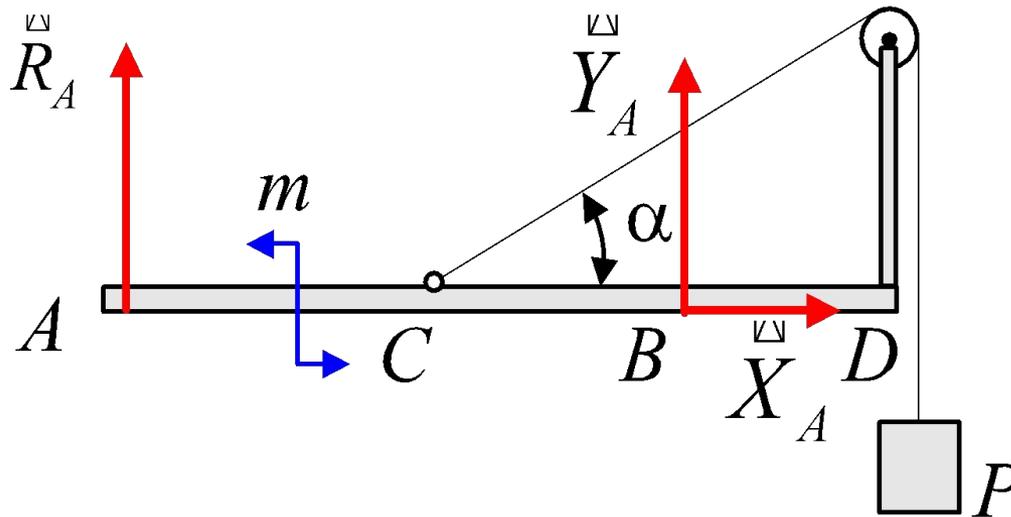
Какие связи были отброшены в точках A и B ?



В точке A отброшен сферический шарнир.

В точке B отброшен подшипник.

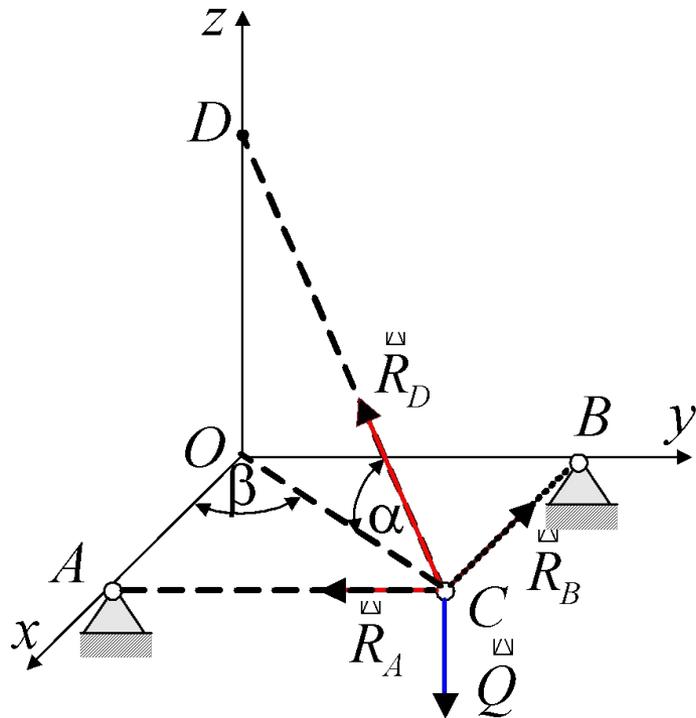
Какие связи могли быть в точках A и B ?



В точке A могли быть: шарнирная подвижная опора или гладкая плоскость или гладкая поверхность или опора на ребро.

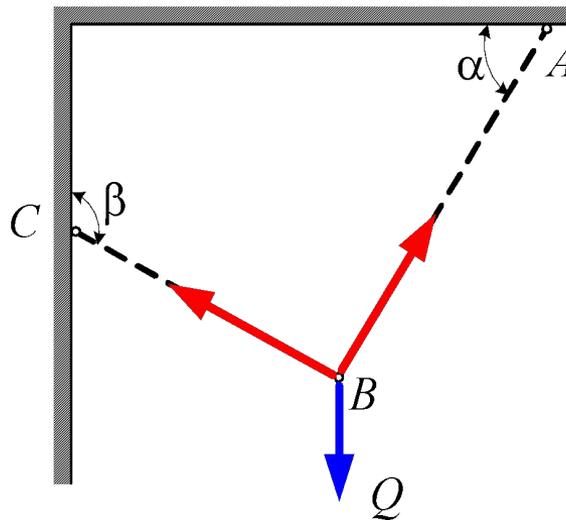
В точке B могла быть шарнирная неподвижная опора.

Какие связи мог иметь узел C ?



Узел C мог иметь связи: невесомые стержни AC , BC и DC .
Вместо стержня DC могла быть гибкая невесомая нить DC .

Какие связи мог иметь узел B ?



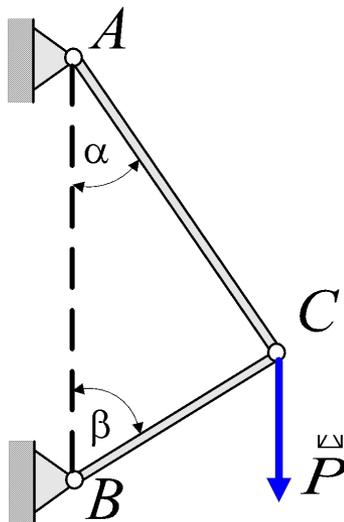
Узел B мог иметь связи: невесомые стержни BC и BA , или две гибкие нити BC и BA .

5. Самостоятельная работа

1. Стержни AC и BC соединены между собой и с вертикальной стеной посредством шарниров. На шарнирный болт C действует вертикальная сила $=1000$ Н.

Определить реакции этих стержней на шарнирный болт C , если углы, составляемые стержнями со стеной, равны $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 60^\circ$.

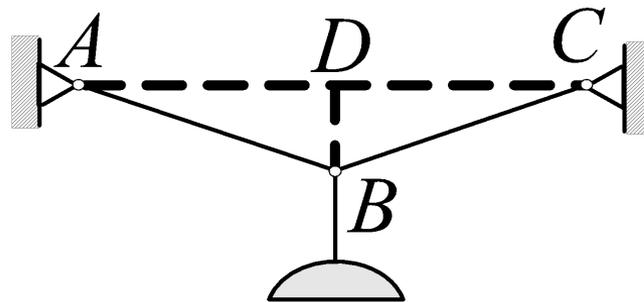
Составить расчётную схему.



2. Уличный фонарь подвешен в точке B к середине троса ABC , прикрепленного концами к крюкам A и C , находящимся на одной горизонтали, рис. 4.

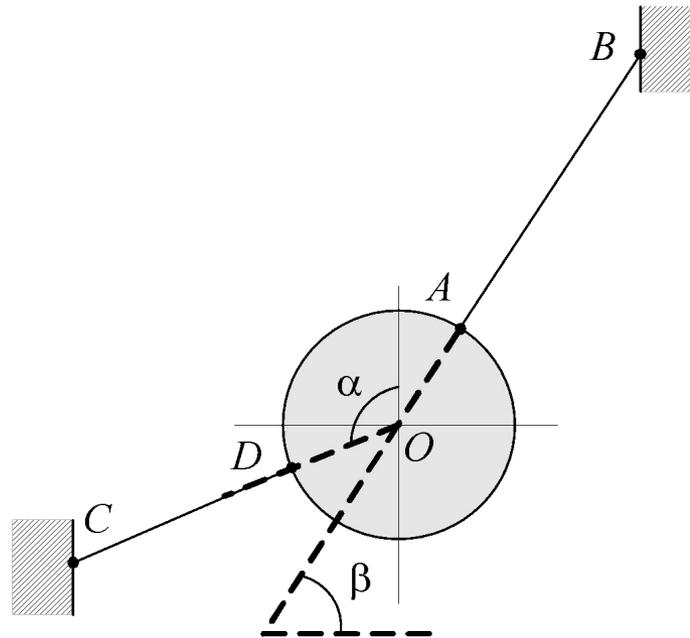
Определить натяжения T_1 и T_2 в частях троса AB и BC , если вес фонаря равен 150 Н. Длина всего троса ABC равна 20 м и отклонение точки его подвеса от горизонтали $BD = 0,1$ м; весом троса пренебречь.

Составить расчётную схему.



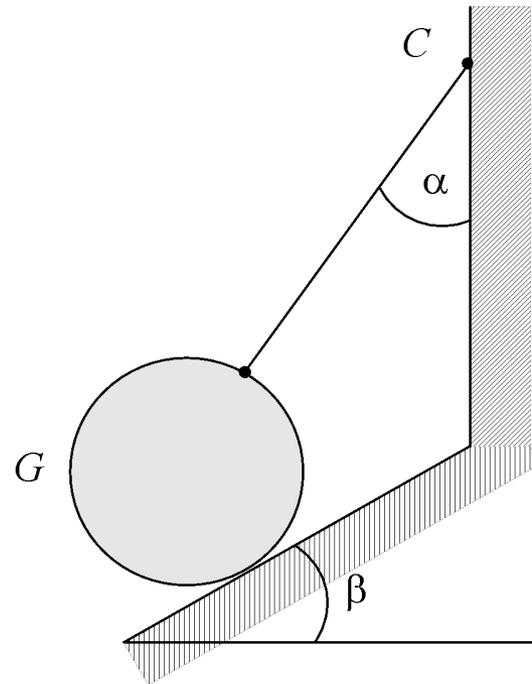
3. Составьте расчётную схему для тела, приведенного на рисунке. Под каждой расчётной схемой укажите названия связей, которое имеет рассматриваемое тело.

Рассмотреть равновесие шара.



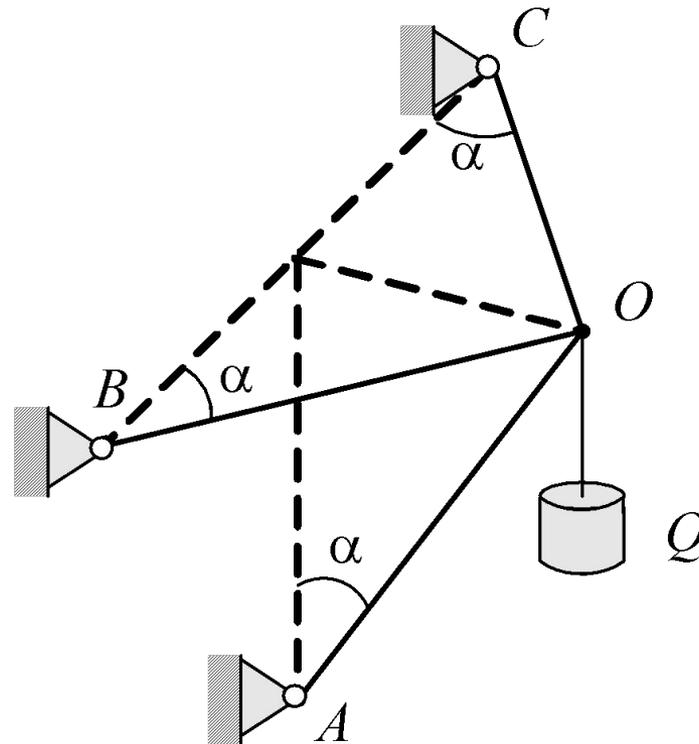
4. Составьте расчётную схему для тела, приведенного на рисунке. Под каждой расчётной схемой укажите названия связей, которое имеет рассматриваемое тело.

Рассмотреть равновесие шара.



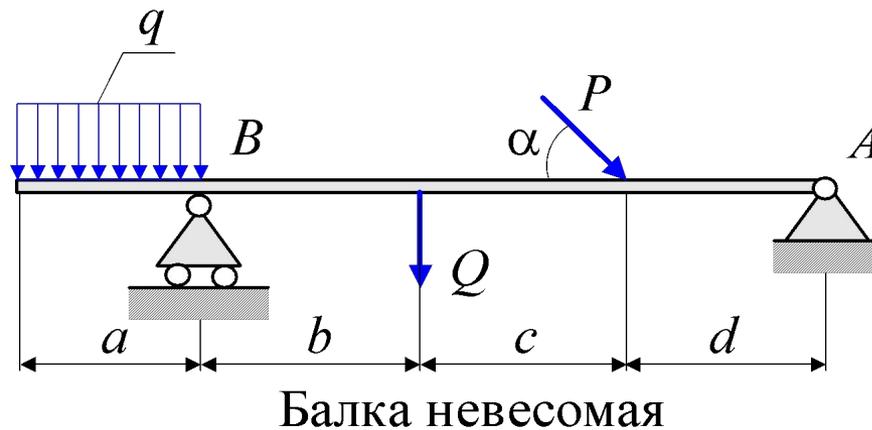
5. Составьте расчётную схему для тела, приведенного на рисунке. Под каждой расчётной схемой укажите названия связей, которые имеет рассматриваемое тело.

Рассмотреть равновесие узла O .



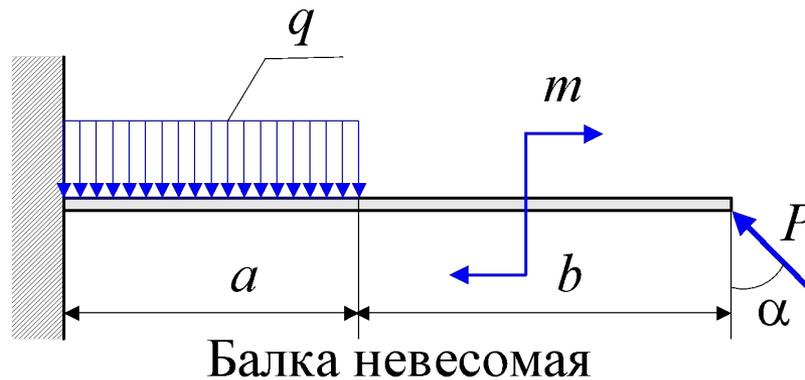
6. Составьте расчётную схему для тела, приведенного на рисунке. Под каждой расчётной схемой укажите названия связей, которые имеет рассматриваемое тело.

Рассмотреть равновесие балки.



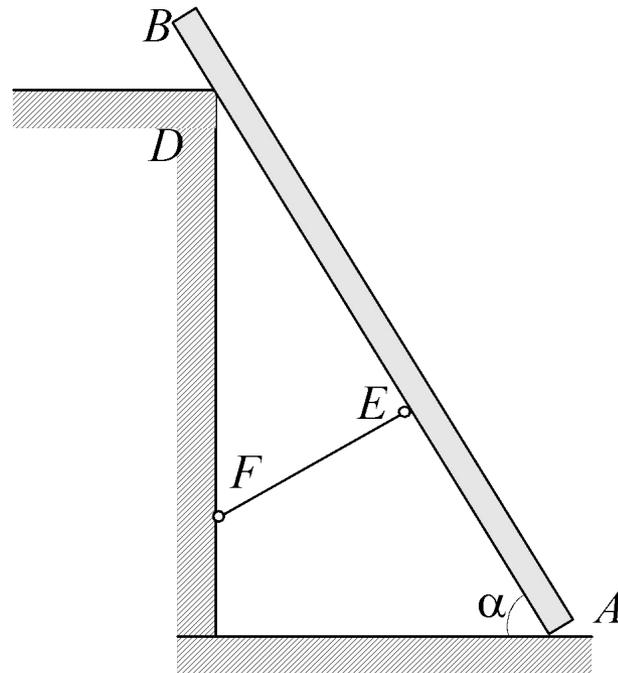
7. Составьте расчётную схему для тела, приведенного на рисунке. Под каждой расчётной схемой укажите названия связей, которое имеет рассматриваемое тело.

Рассмотреть равновесие балки.



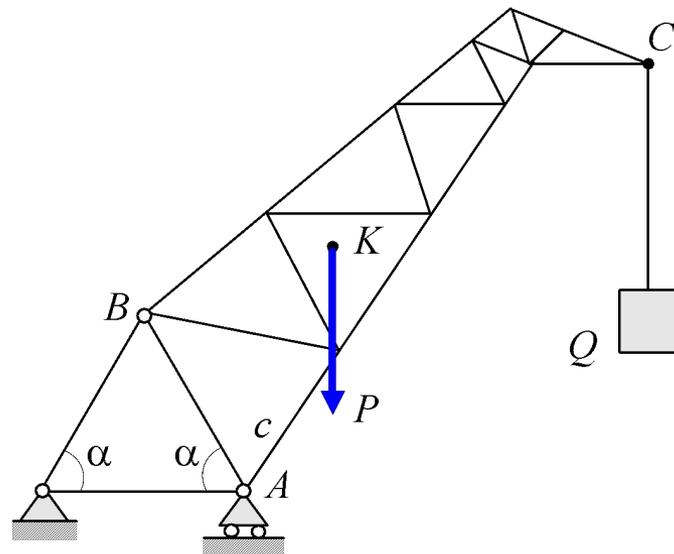
8. Составьте расчётную схему для тела, приведенного на рисунке. Под каждой расчётной схемой укажите названия связей, которое имеет рассматриваемое тело.

Рассмотреть равновесие бруса AB .



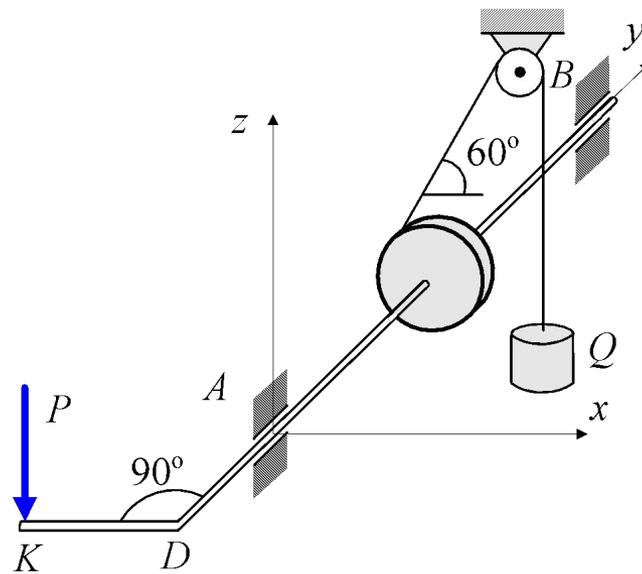
9. Составьте расчётную схему для тела, приведенного на рисунке. Под каждой расчётной схемой укажите названия связей, которые имеет рассматриваемое тело.

Рассмотреть равновесие подъёмного крана.



10. Составьте расчётную схему для тела, приведенного на рисунке. Под каждой расчётной схемой укажите названия связей, которые имеет рассматриваемое тело.

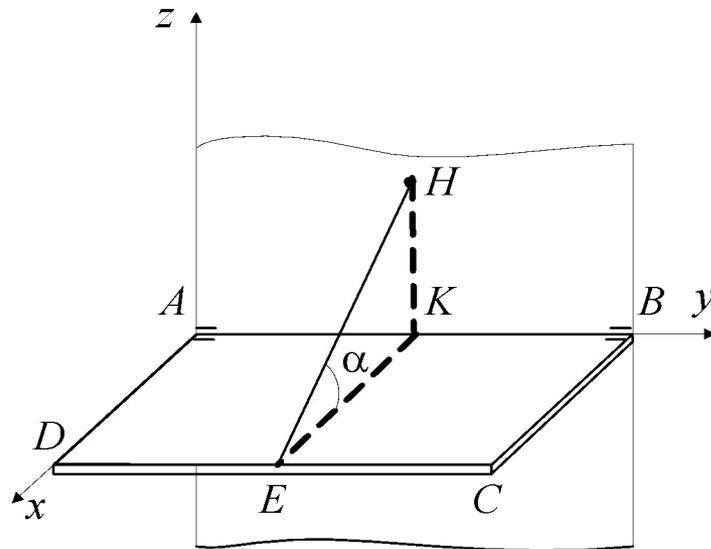
Рассмотреть равновесие ворота.



Ворот невесомый

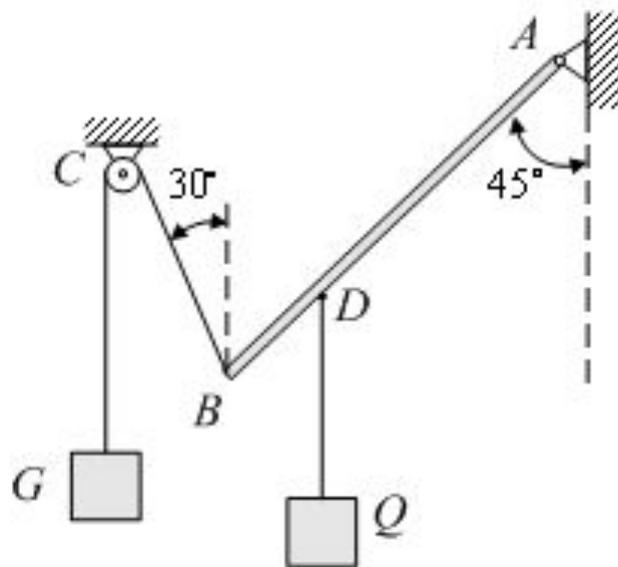
11. Составьте расчётную схему для тела, приведенного на рисунке. Под каждой расчётной схемой укажите названия связей, которое имеет рассматриваемое тело.

Рассмотреть равновесие полки $ABCD$.

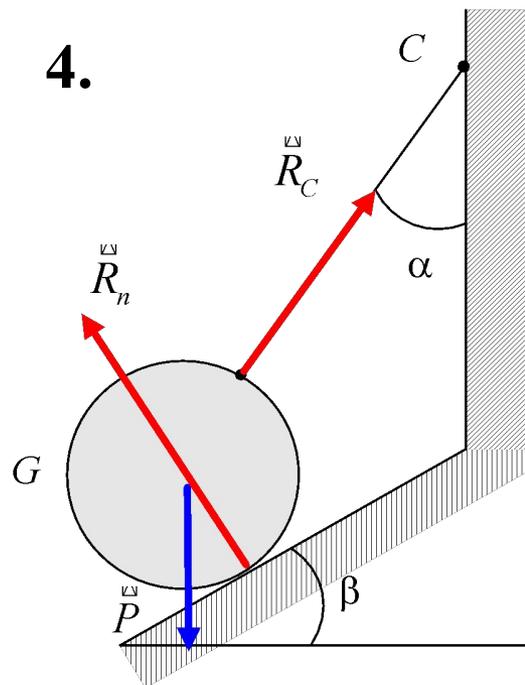
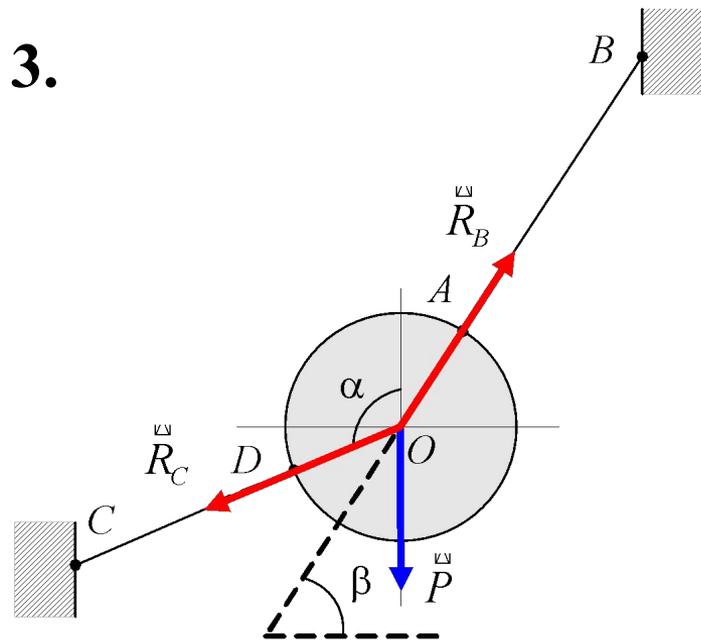
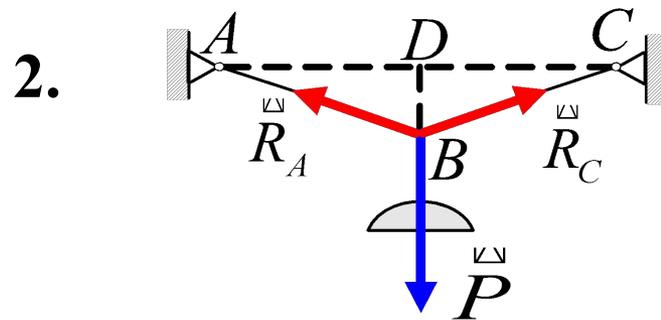
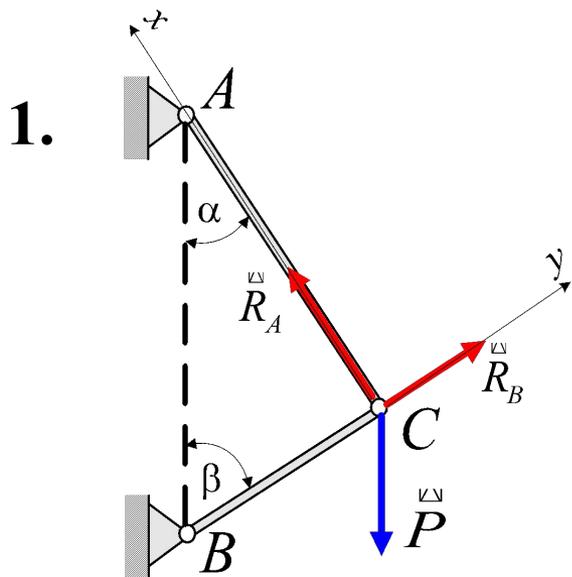


12. Однородная балка AB весом $P = 100$ Н прикреплена к стене шарниром A и удерживается под углом 45° к вертикали при помощи троса, перекинутого через блок C и несущего груз G . Ветвь BC троса образует с вертикалью угол 30° . В точке D к балке подвешен груз Q весом 200 Н.

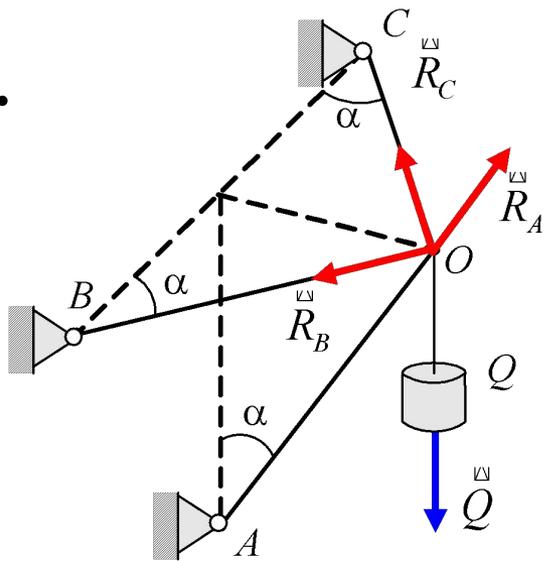
Составить расчётную схему.



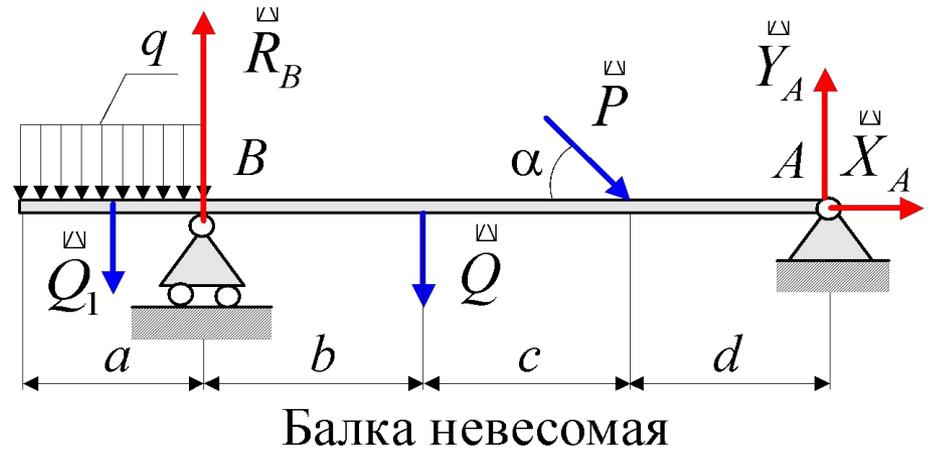
6. Проверка самостоятельной работы



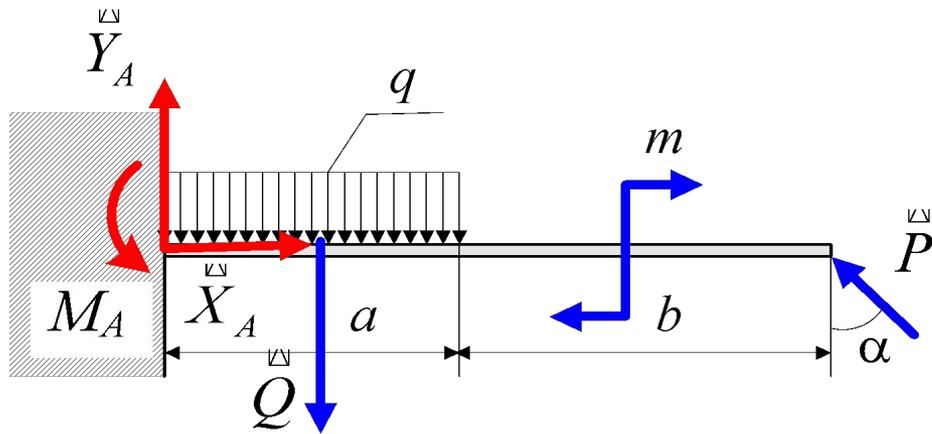
5.



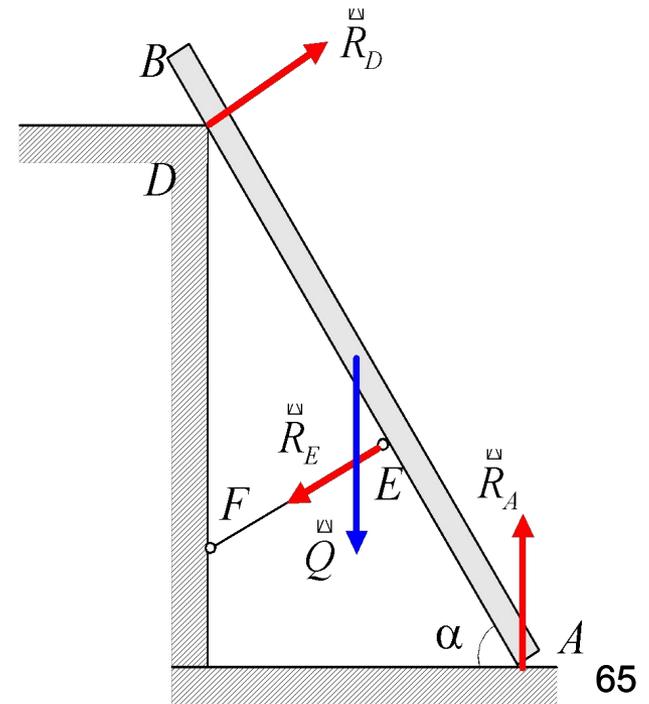
6.



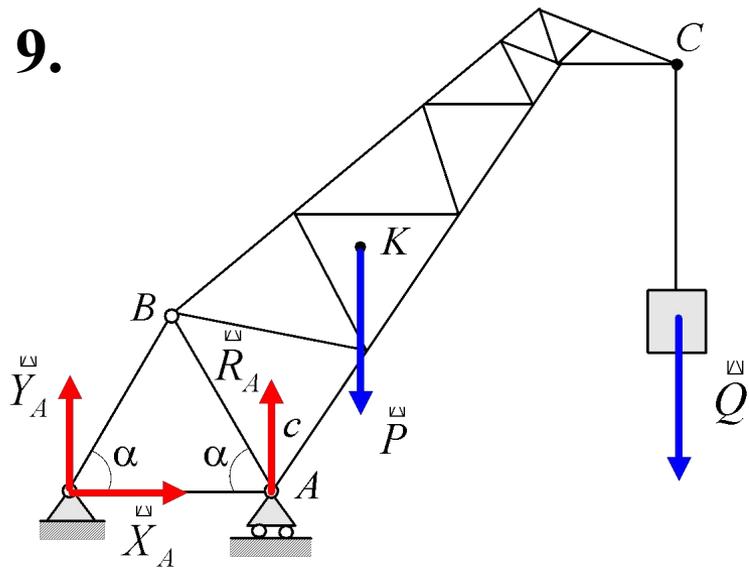
7.



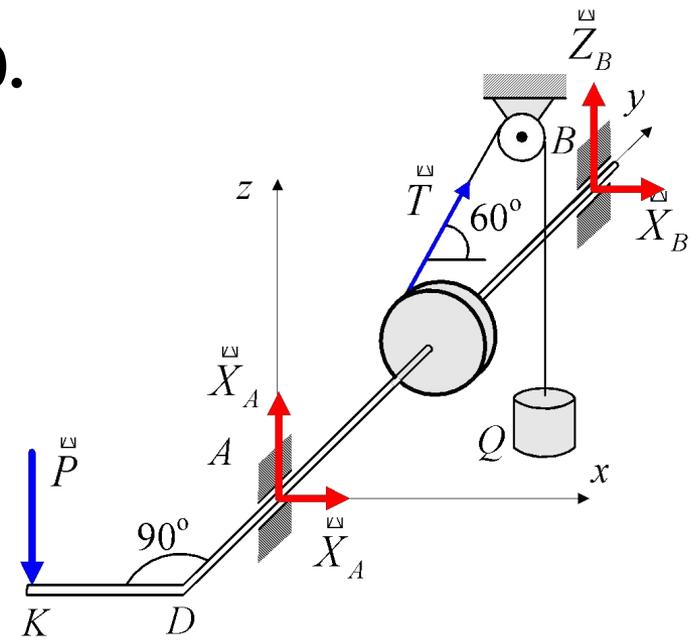
8.



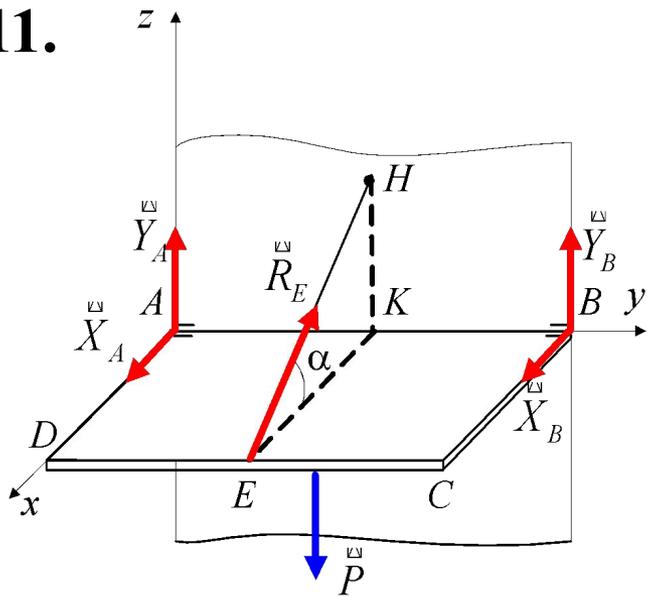
9.



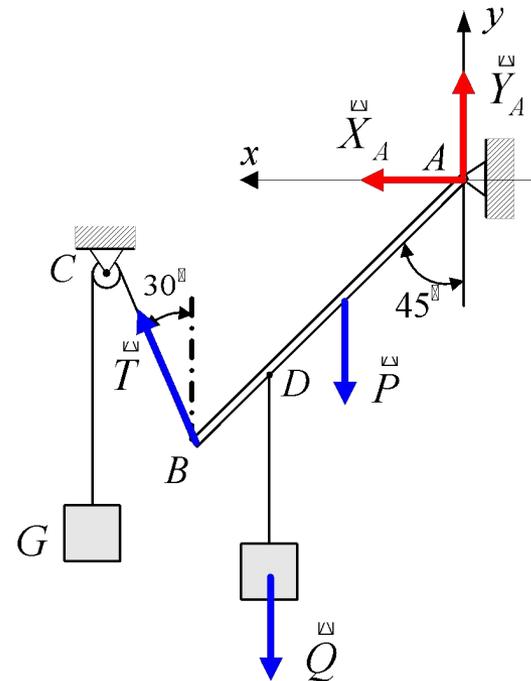
10.



11.



12.



КОНЕЦ