ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО МОРСКОГО И РЕЧНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Морской государственный университет им. адм. Г. И. Невельского»

Кафедра теоретической механики и сопротивления материалов

СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

Методические указания для практических занятий
и самостоятельной работы по теоретической механике

Составил В. Г. Непейвода

Владивосток
2011

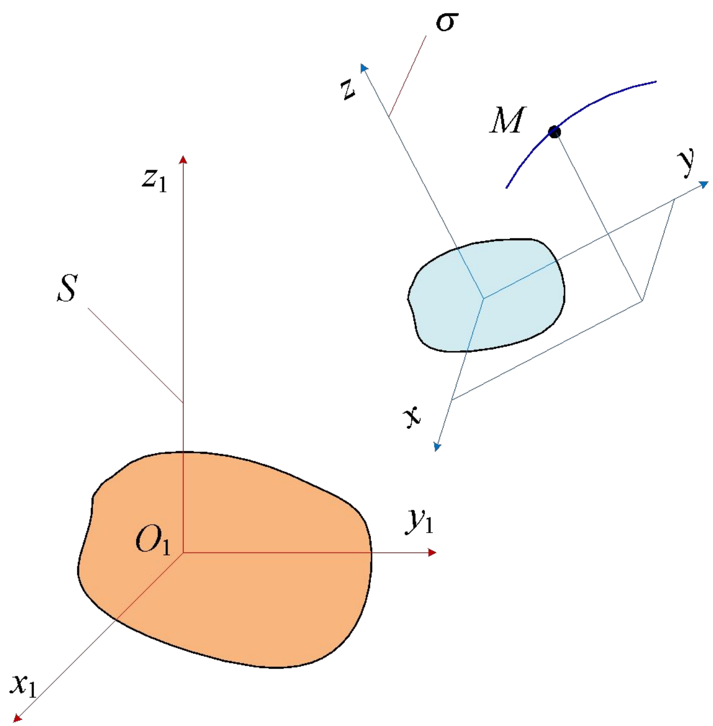
Содержание

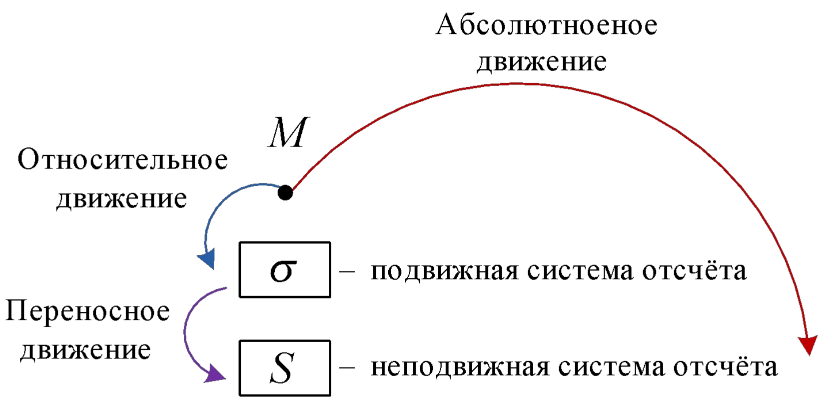
1. Общие положения в вопросах и ответах

Когда движение точки называется сложным?

Если движение точки рассматривается одновременно по отношению к двум и более системам отсчёта, то оно называется сложным.

В нашем курсе сложное движение точки рассматривается только по отношению к двум системам отсчёта.





Как называются системы отсчёта при изучении сложного движения точки?

Система отсчёта, условно принятая за неподвижную, называется неподвижной или основной.

Система отсчёта, которая совершает движение относительно подвижной системы отсчёта называется подвижной.

Какое движение точки называется относительным?

Движение точки по отношению к подвижной системе отсчёта называется относительным.

Кинематические характеристики относительного движения точки обозначаются с индексом r:

Относительное перемещение точки: s_r

Относительная скорость точки: $\vec{v}_r$

Относительное ускорение точки: $\vec{a}_r$

Какое движение точки называется переносным?

Движение подвижной системы отсчёта относительно неподвижной называется переносным.

Подвижная система отсчёта может совершать все возможные движения тела: поступательное, вращательное, плоское, сферическое, свободное.

Кинематические характеристики переносного движения точки обозначаются с индексом e:

Переносное перемещение точки: s_e

Переносное скорость точки: $\vec{v}_e$

Переносное ускорение точки: $\vec{a}_e$

Какое движение точки называется абсолютным?

Движение точки относительно неподвижной системы отсчёта называется абсолютным.

Кинематические характеристики абсолютного движения точки обозначаются с индексом a:

Абсолютное перемещение точки: s_a

Абсолютная скорость точки: $\vec{v}_a$

Абсолютное ускорение точки: $\vec{a}_a$

Что называется относительной скоростью точки?

Скорость точки относительно подвижной системы отсчёта называется относительной.

Что называется переносной скоростью точки?

Скорость точки подвижной системы отсчёта, с которой в данный момент совпадает рассматриваемая точка, называется переносной скоростью точки.

Что называется абсолютной скоростью точки?

Скорость точки относительно неподвижной системы отсчёта называется абсолютной.

Как формулируется теорема сложения скоростей?

При сложном движении точки её абсолютная скорость равна геометрической сумме относительной скорости и переносной:

$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e$$

Как определяется модуль абсолютной скорости точки?

Абсолютную скорость можно определить по теореме косинусов:

$$v_a = \sqrt{v_r^2 + v_e^2 + 2v_r v_e \cos\left(\vec{v}_r;\vec{v}_e\right)}$$

Также абсолютную скорость можно определить через проекции скорости на координатные оси:

$$v_{ax} = v_{rx} + v_{ex}; \quad v_{ay} = v_{ry} + v_{ey};$$

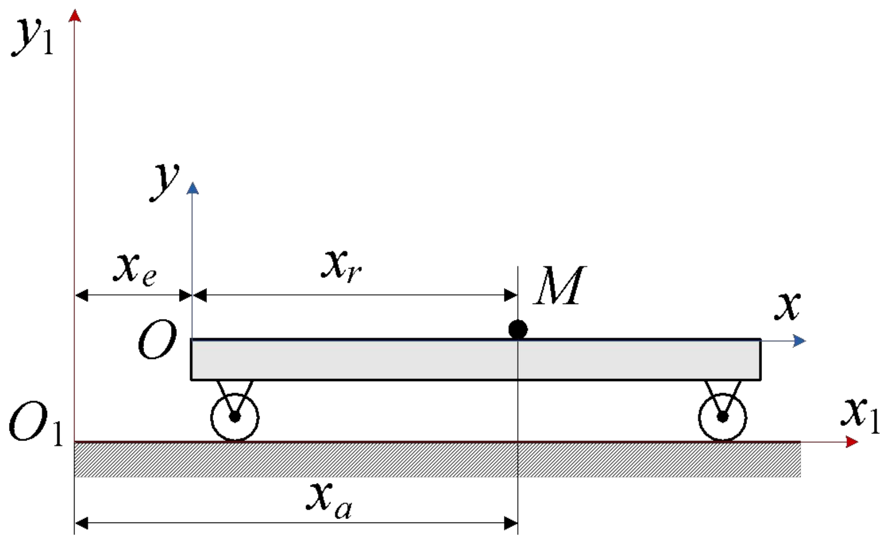
$$v_a = \sqrt{v_{ax}^2 + v_{ay}^2}.$$

2. Уравнения движения точки

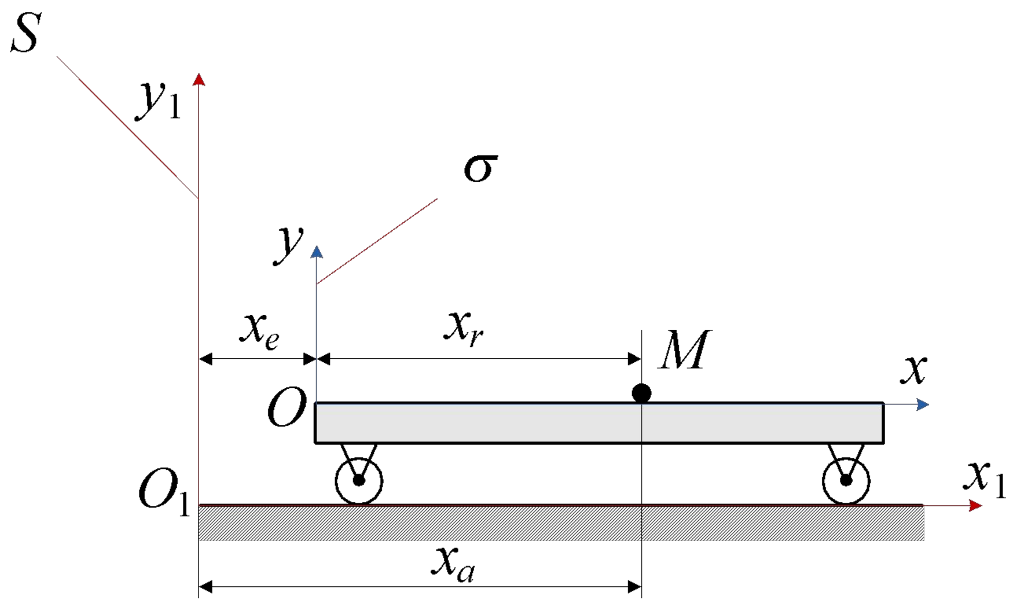
Пример 1

Дано: $v_e = 1$м/с;
$x_r = 0{,}5t$;
$t_1 = 4$ с.
При $t = 0$ $x_a = 0$.

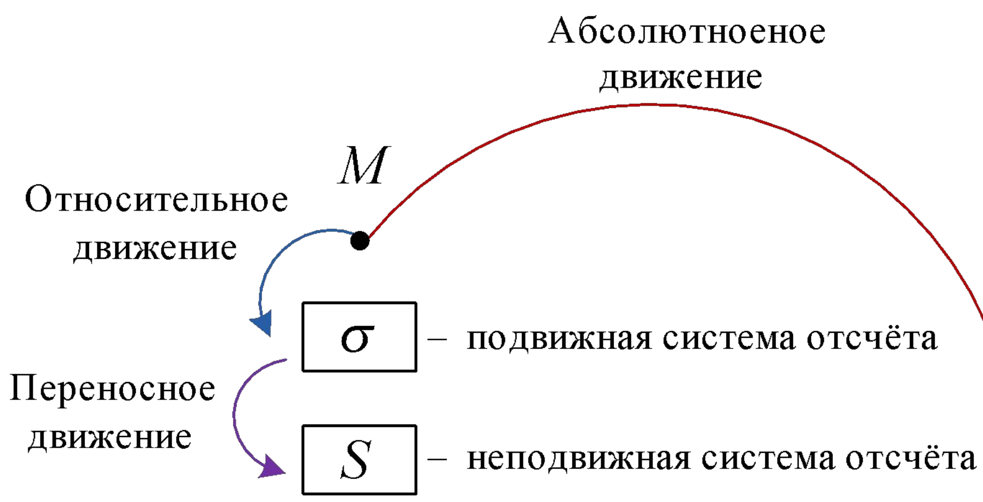
$x_a = ?$



Решение



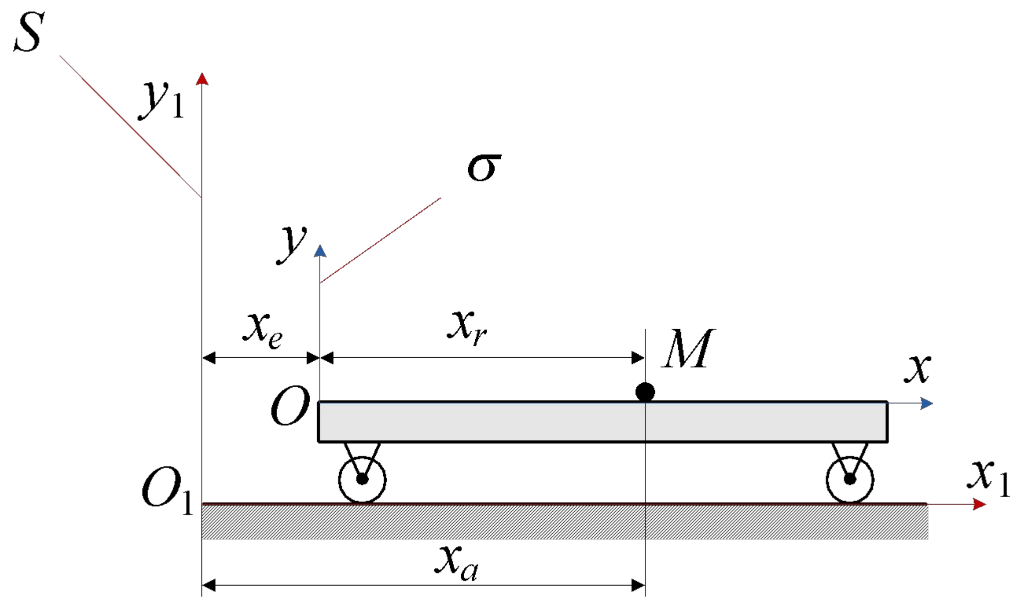
S
y_1
σ
y
x_e
x_r
M
x
O
O_1
x_1
x_a



Абсолютноеное движение
M
Относительное движение
σ
– подвижная система отсчёта
Переносное движение
S
– неподвижная система отсчёта

Дано: $v_e = 1$м/с;
$x_r = 0{,}5t$;
$t_1 = 4$ с.
При $t = 0$ $x_a = 0$.

$x_a = ?$



$$x_a = x_r + x_e;$$

$$x_r = 0{,}5t;$$

$$x_e = v_e t;$$

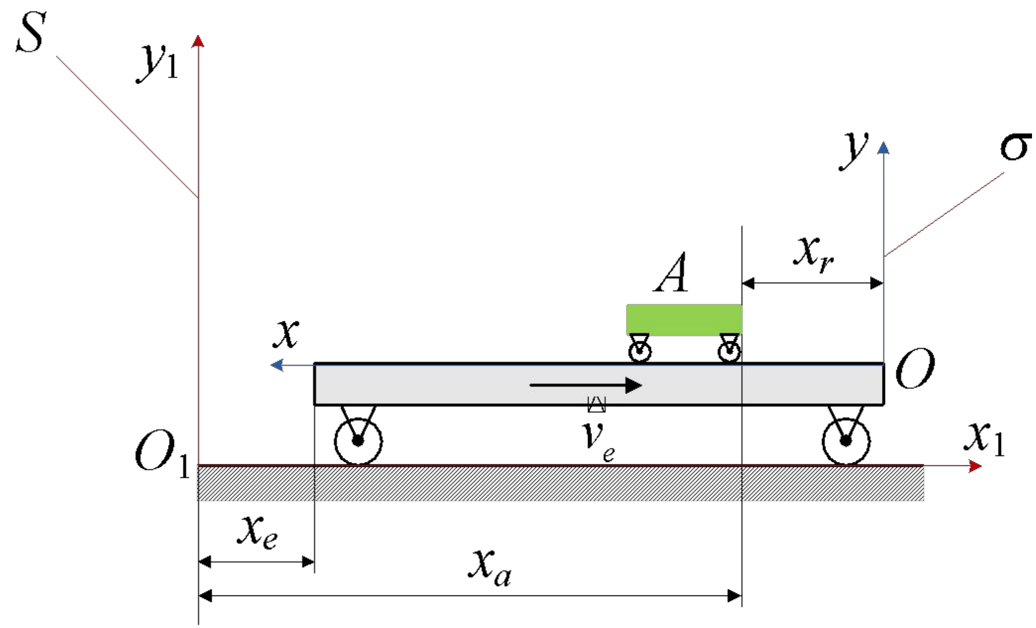
$$x_a = 0{,}5t + v_e t;$$

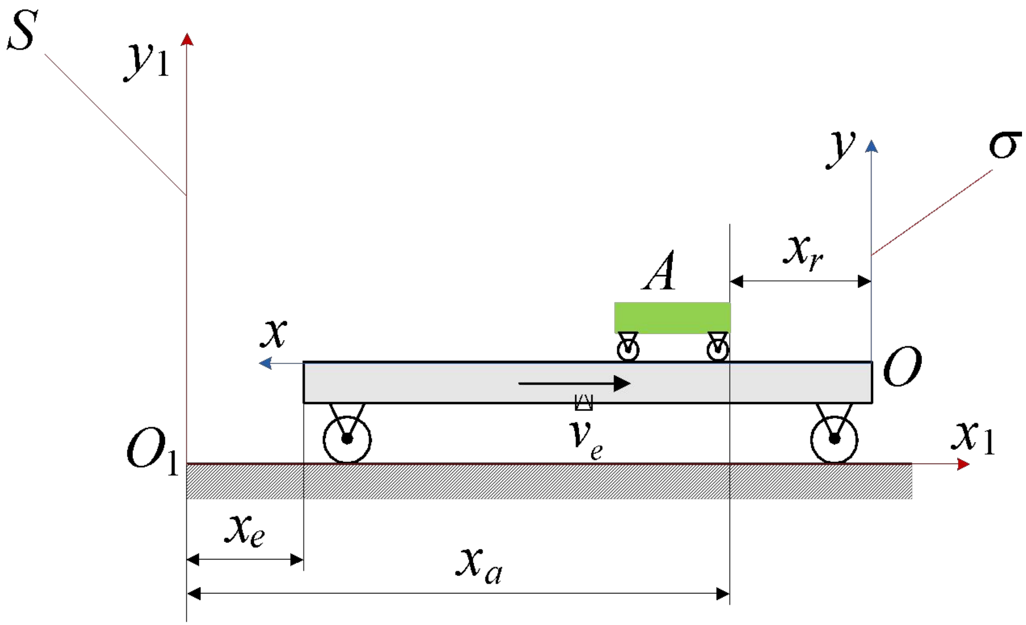
$$x_a(t_1) = 0{,}5 \times 4 + 4 = 6$$

Пример 2

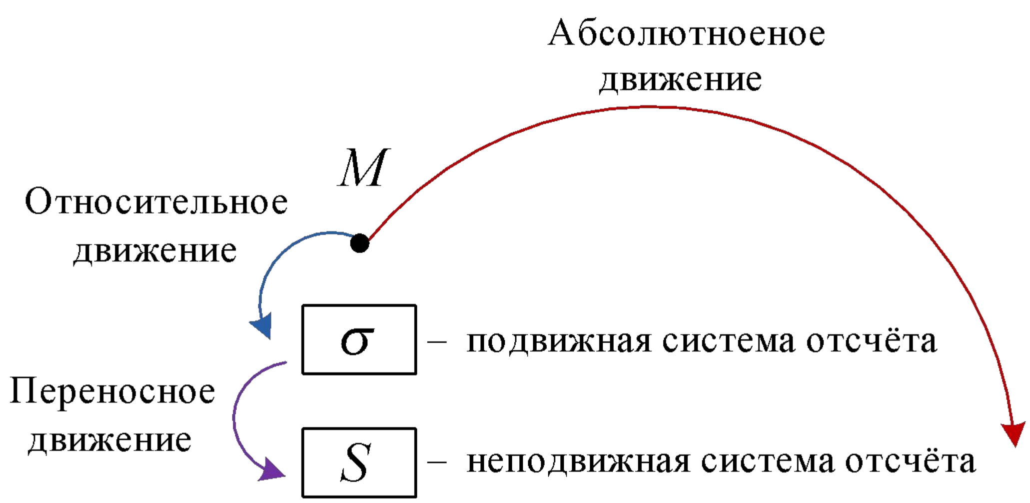
Дано: $v_e = 1$м/с;
$x_r = 0{,}5t$;
$t_1 = 1$ с.
При $t = 0$ $x_a = 0$.

$x_a = ?$





S
y_1
y
σ
x_r
A
x
O
O_1
v_e
x_1
x_e
x_a

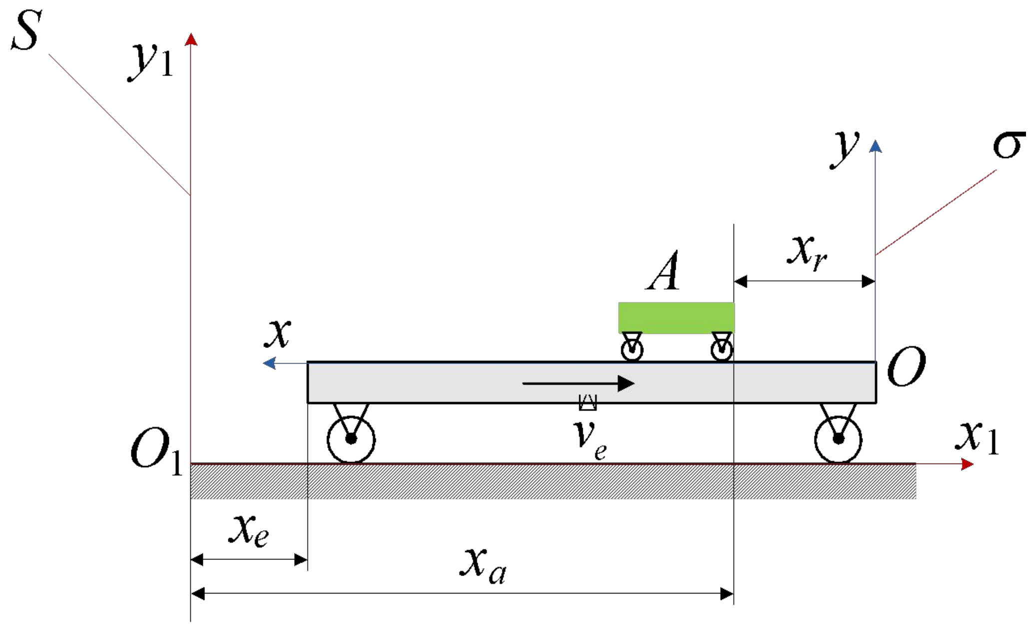


Абсолютноеное движение
M
Относительное движение
σ
– подвижная система отсчёта
Переносное движение
S
– неподвижная система отсчёта

Решение

Дано: $v_e = 1$ м/с;
$x_r = 0{,}5t$;
$t_1 = 1$ с.
При $t = 0$ $x_a = 0$.

$x_a = ?$



$$x_a = x_e - x_r;$$

$$x_e = v_e t;$$

$$x_r = 0{,}5t;$$

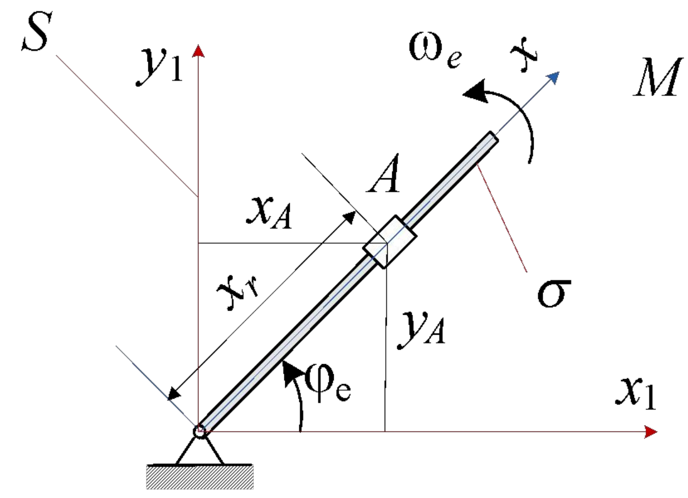
$$x_a = v_e t - 0{,}5t = t - 0{,}5t = 0{,}5t;$$

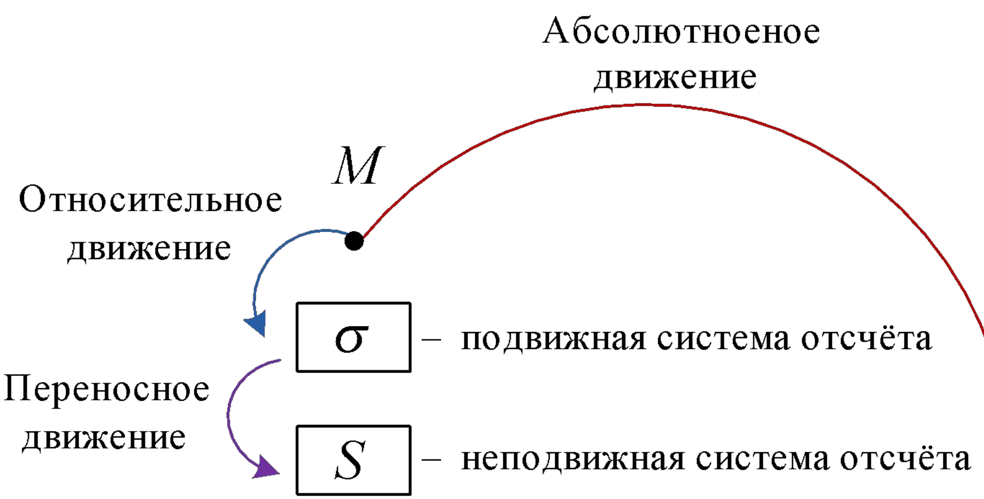
$$x_a(t_1) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5 \text{ м}$$

Пример 3

Дано: $\varphi_e = 2t$;
$x_r = 3t^3$;
$t_1 = 0{,}5$ с.

$y_A = ?$

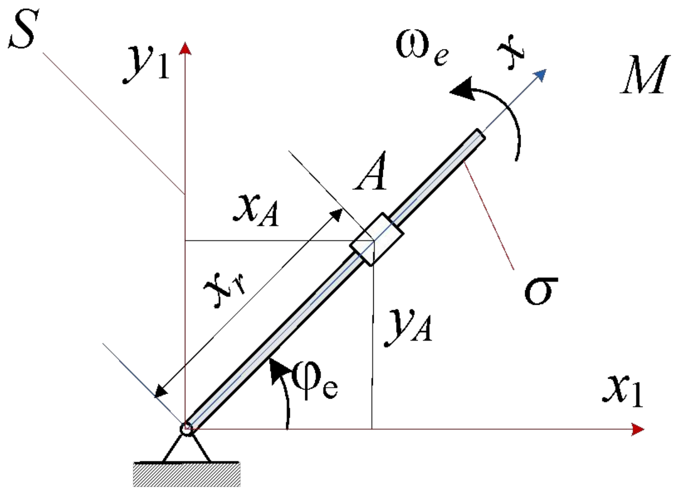




Решение

Дано: $\varphi_e = 2t$;
$x_r = 3t^3$;
$t_1 = 0{,}5$ с.

$y_A = ?$



$$y_A = x_r \sin\varphi_e = 3t^3 \sin(2t);$$

$$y_A(t_1) = 3 \times 0{,}125 \times \sin(1) = 0{,}316 \text{ м.}$$

Пример 4

Дано:

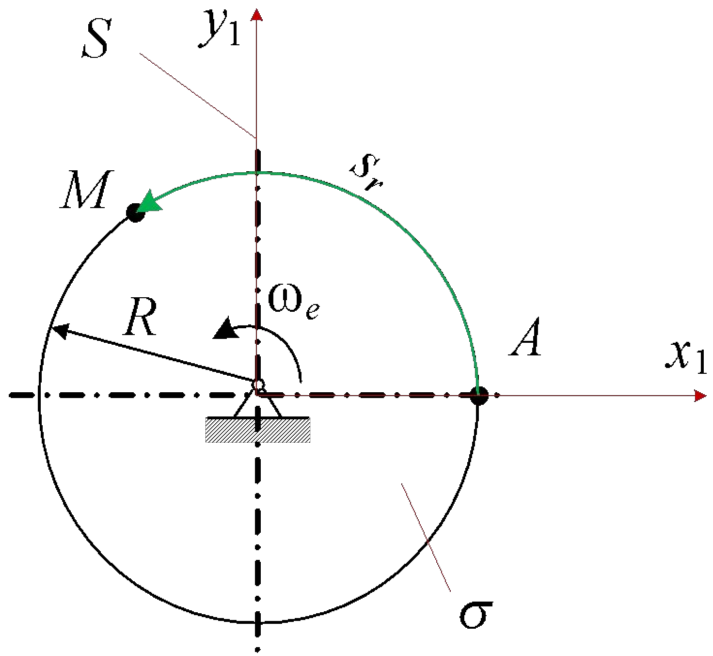
$R = 0{,}5$ м;

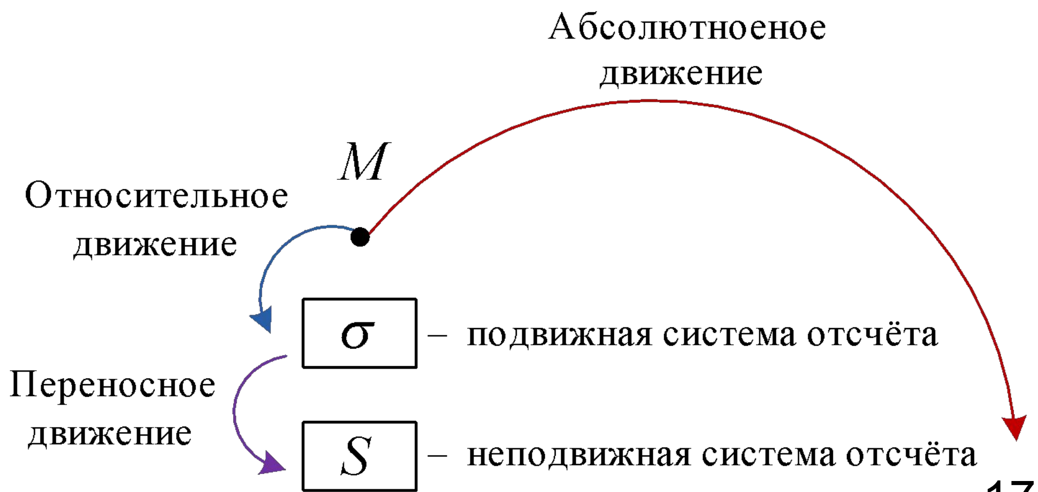
$\omega_e = 2t$;

$s_r = 2t^2$;

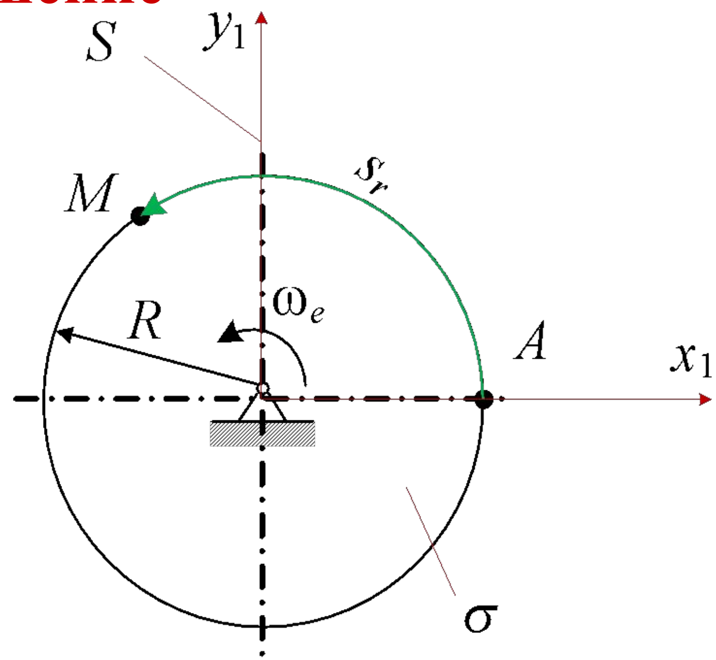
$t_1 = 0{,}5$ с.

$s_a = ?$





Решение



Дано:

$R = 0{,}5$ м;

$\omega_e = 2t$;

$s_r = 2t^2$;

$t_1 = 0{,}5$ с.

$s_a = ?$

$$s_a = s_r + s_e;$$

$$s_r = 2t^2;$$

$$\frac{d\varphi_e}{dt} = \omega_e = 2t \Bigg| \Rightarrow \varphi_e = \int_0^t 2t = \frac{2t^2}{2} = t^2. \quad \varphi_e = t^2;$$

$$s_e = R\varphi_e = Rt^2;$$

$$s_a = 2t^2 + Rt^2 = 2t^2 + 0{,}5 \cdot t^2 = 2t^2 + t^2 = 2{,}5t^2;$$

$$s_a(t_1) = 2{,}5t^2 = 2{,}5 \cdot 0{,}5^2 = 0{,}625 \text{ м;}$$

3. Определение абсолютной скорости точки

При решении задач, связанных с определением абсолютной скорости точки в заданный момент времени, рекомендуется придерживаться следующего плана.

1. Выполните рисунок к задаче. На рисунке изобразите неподвижную и подвижную системы отсчёта. Проанализируйте движение точки, представив себе относительное и переносное движения, каждое в отдельности.

2. По данным к задаче определите положение рассматриваемой точки в подвижной системе отсчёта и укажите это положение на рисунке.

3. Определите величину относительной скорости.

4. Определите величину переносной скорости.

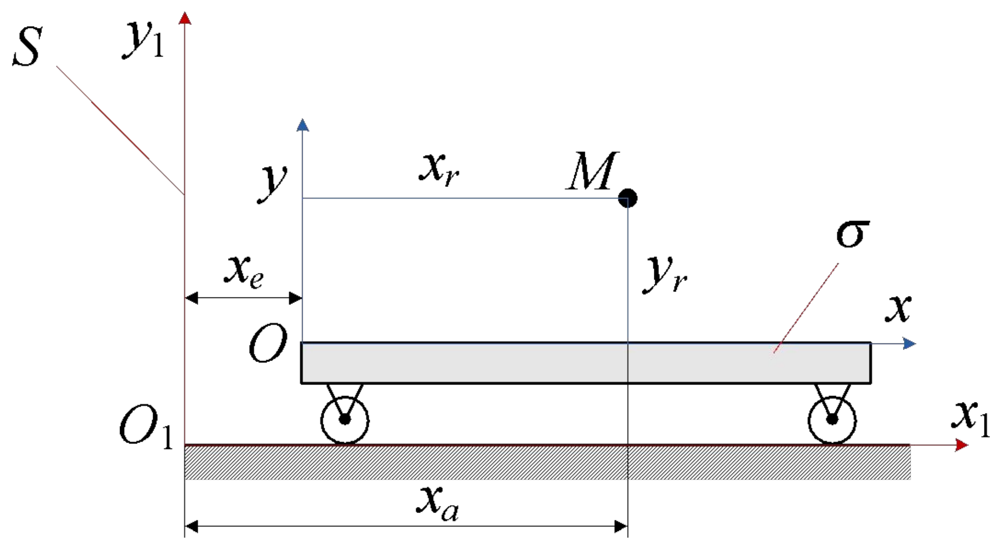
5. Покажите на рисунке векторы относительной и переносной скоростей.

6. Определите величину абсолютной скорости по формуле косинусов или через проекции скорости на координатные оси.

Пример 5

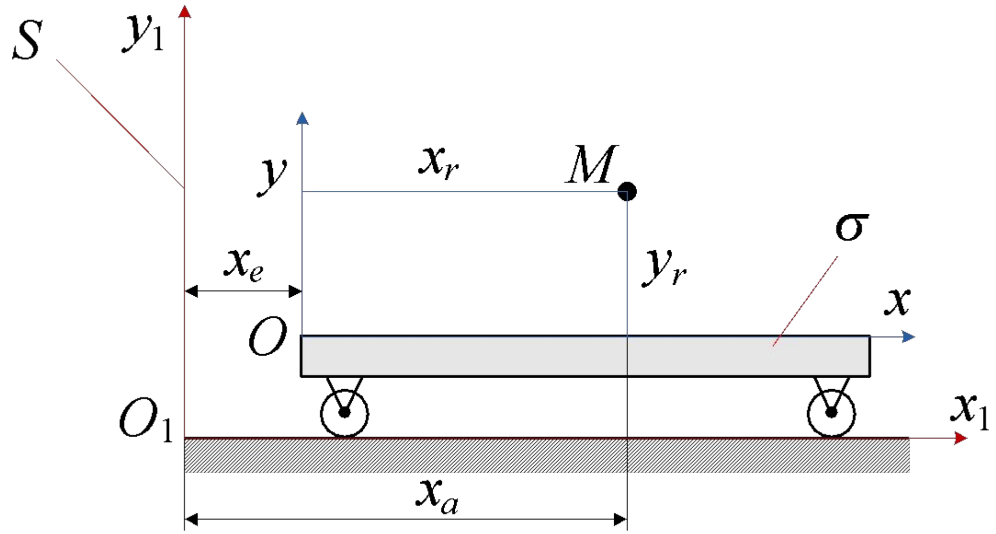
Дано: $x_e = 2t$;
$x_r = 3t$;
$y_r = 4t$
$t_1 = 0{,}5$ с.

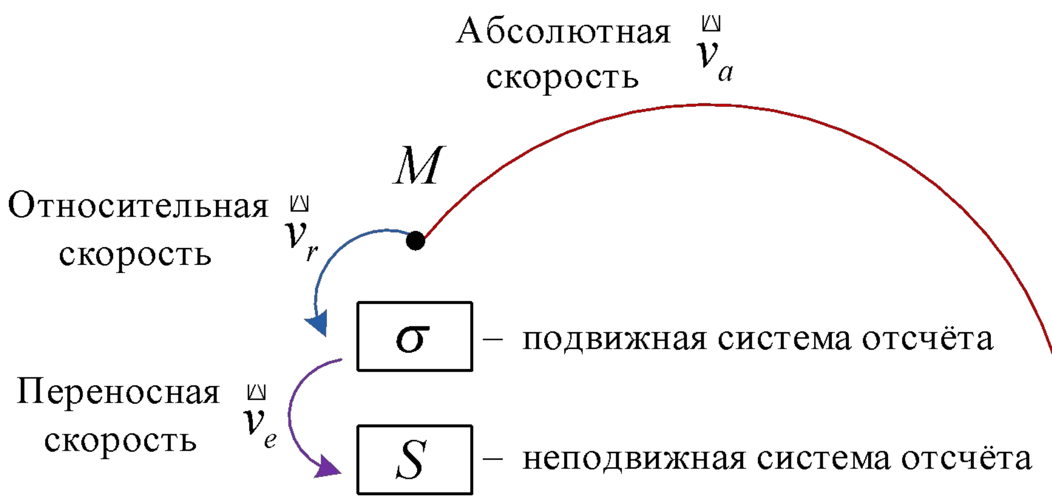
$v_a = ?$



Дано: $x_e = 2t$;
$x_r = 3t$;
$y_r = 4t$
$t_1 = 0{,}5$ с.

$v_a = ?$





Решение

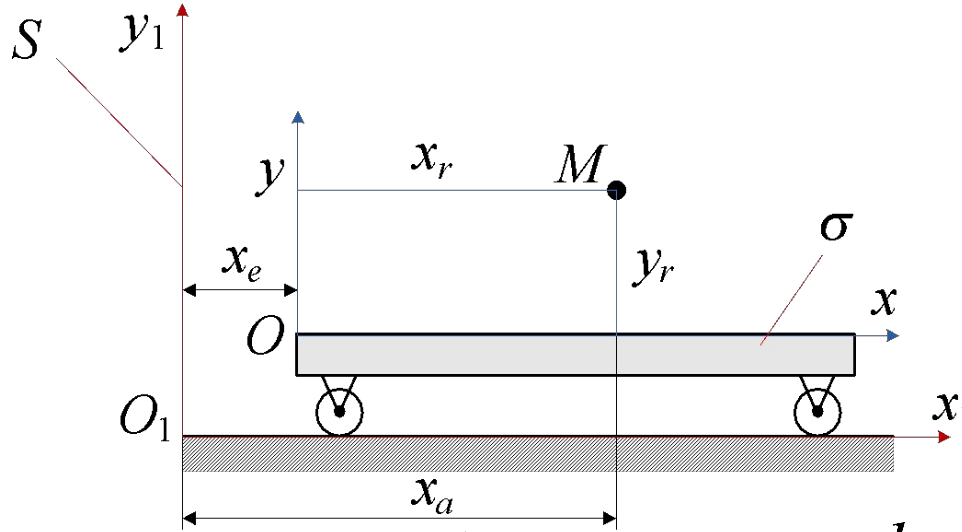
Дано: $x_e = 2t;$

$x_r = 3t;$

$y_r = 4t$

$t_1 = 0{,}5$ с.

$v_a = ?$



$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e;$$

$$v_{ax} = v_{rx} + v_{ex}; \quad v_{ay} = v_{ry} + v_{ey}; \quad v_{rx} = \frac{dx_r}{dt} = 3; \quad v_{ry} = \frac{dy_r}{dt} = 4;$$

$$v_{ex} = \frac{dx_e}{dt} = 2; \qquad v_{ey} = 0;$$

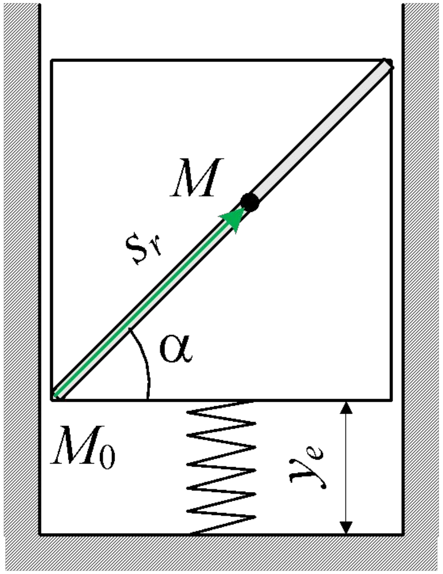
$$v_{ax} = 3 + 2 = 5 \text{ м/с}; \qquad v_{ay} = 4 + 0 = 4 \text{ м/с};$$

$$v_a = \sqrt{v_{ax}^2 + v_{ay}^2} = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41} = 6{,}4 \text{ м/с.}$$

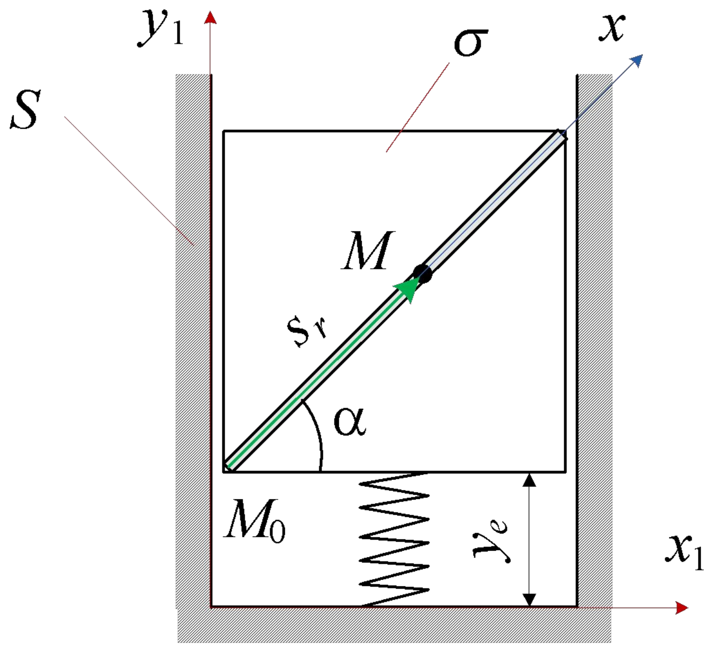
Пример 6

Дано: $s_r = 0{,}3t^2$;
$y_e = 1 + 0{,}5\sin(\pi t/2)$;
$\alpha = 45^{\circ}$
$t_1 = 2$ с.

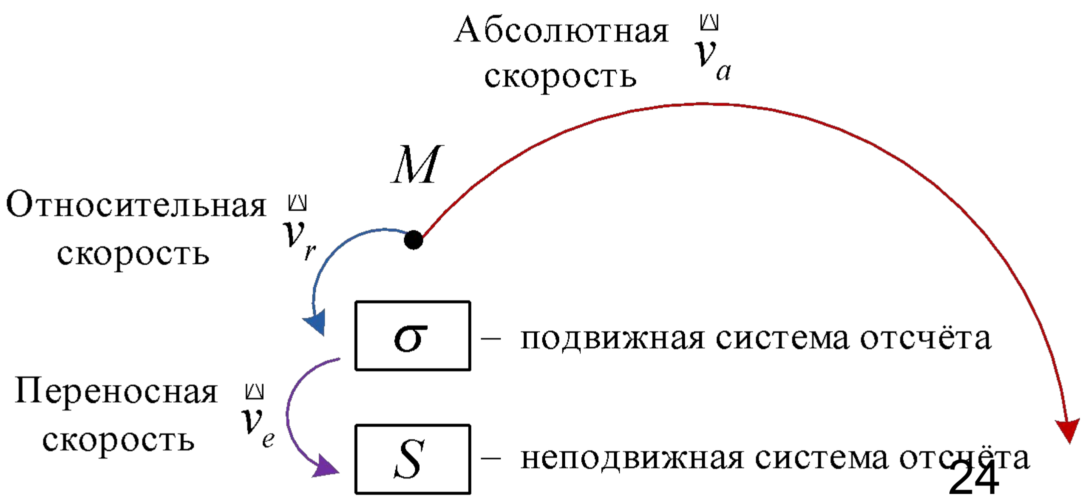
$v_a\,(t_1) = ?$



Решение



y_1
σ
x
S
M
s_r
α
M_0
y_e
x_1



Абсолютная скорость $\vec{v}_a$
M
Относительная скорость $\vec{v}_r$
σ – подвижная система отсчёта
Переносная скорость $\vec{v}_e$
S – неподвижная система отсчёта

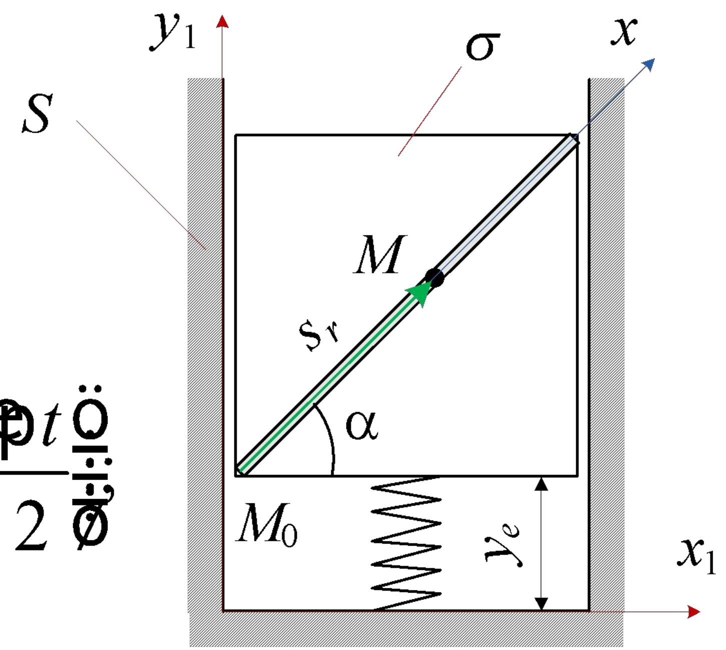
$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e;$$

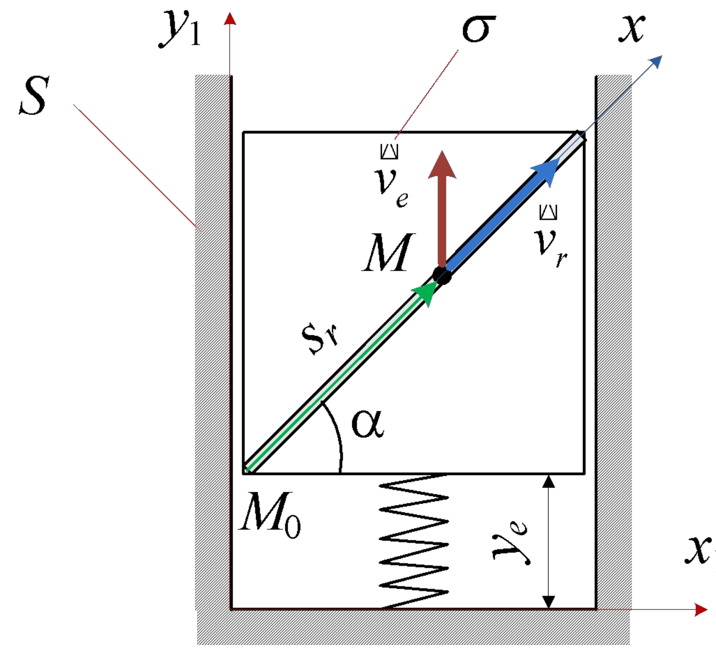
$$v_r = \frac{ds_r}{dt} = 0,6t;$$

$$v_e = \frac{dy_e}{dt} = \frac{d\left(1 + 0,5\sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)\right)}{dt} = \frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right);$$

$$v_r(t_1) = 0,6\cdot 2 = 1,2;$$

$$v_e(t_1) = \frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{\pi\cdot 2}{2}\right) = \frac{\pi}{4}\cos(\pi) = -\frac{\pi}{4};$$





$$v_{ax_1} = v_r \cos\left(45^\circ\right) = 1,2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,84;$$

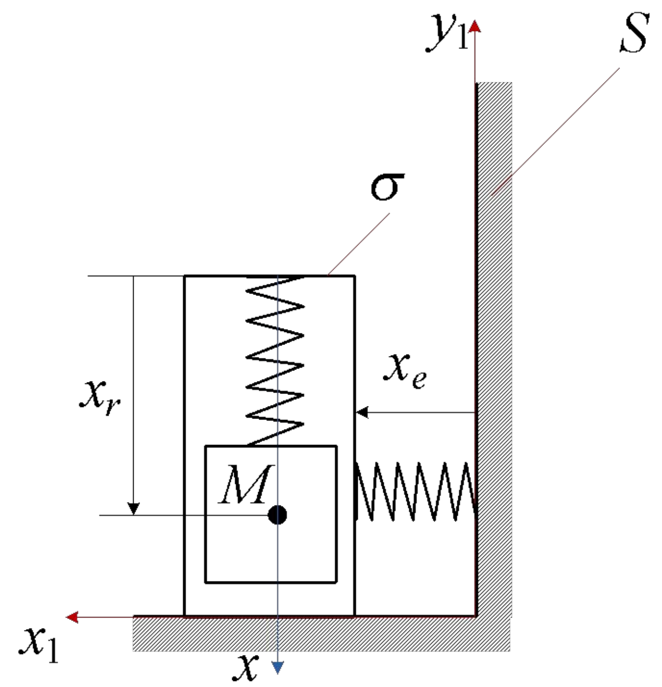
$$v_{ay_1} = -\frac{\pi}{4} + 1,2 \times \cos 45^\circ = -0,79 + 0,848 = 0,05;$$

$$v_a = \sqrt{v_{ax_1}^2 + v_{ay_1}^2} = \sqrt{0,84^2 + 0,05^2} = 0,841 \text{ м/с.}$$

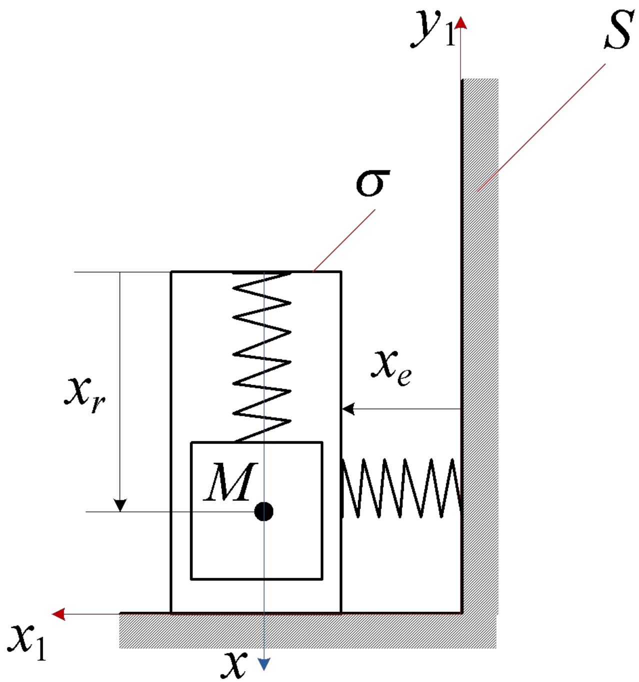
Пример 7

Дано: $x_e = \sin(\pi t)$;
$x_r = \sin(\pi + \pi t)$;
$t_1 = 1$ с.

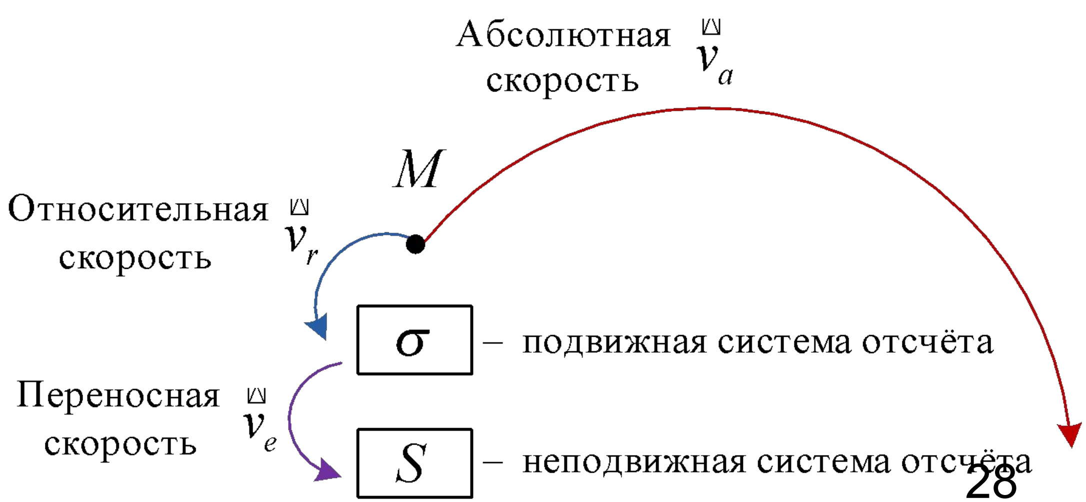
$v_a(t_1) = ?$



Решение



y_1
S
σ
x_r
x_e
M
x_1
x



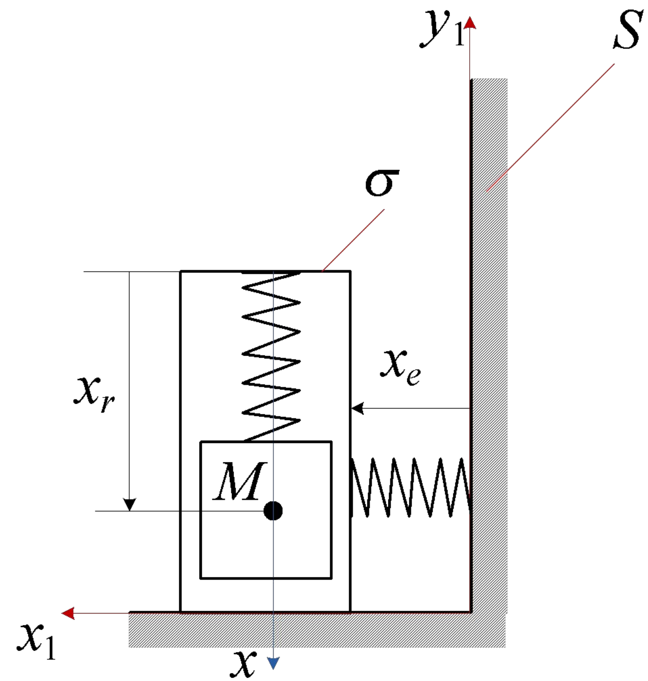
Абсолютная скорость $\vec{v}_a$
M
Относительная скорость $\vec{v}_r$
σ – подвижная система отсчёта
Переносная скорость $\vec{v}_e$
S – неподвижная система отсчёта

Дано: $x_e = \sin(\pi t)$;

$x_r = \sin(\pi + \pi t)$;

$t_1 = 1$ с.

$v_a(t_1) = ?$



$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e;$$

$$v_r = \frac{dx_r}{dt} = \pi\cos(\pi + \pi t);$$

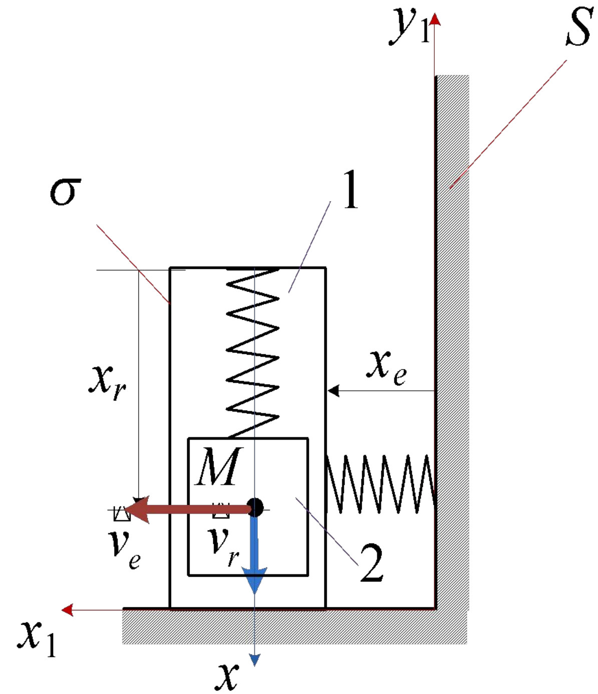
$$v_e = \frac{dx_e}{dt} = \pi\cos(\pi t);$$

$$v_r(t_1) = \frac{dx_r}{dt} = \pi\cos(2\pi) = \pi;$$

$$v_e(t_1) = \frac{dx_e}{dt} = \pi\cos(\pi) = -\pi;$$

$$v_r(t_1) = \frac{dx_r}{dt} = \pi\cos(2\pi) = \pi;$$

$$v_e(t_1) = \frac{dx_e}{dt} = \pi\cos(\pi) = -\pi;$$



$$v_{ax_1} = v_{ex_1} = -\pi;$$

$$v_{ay_1} = v_{rx_1} = \pi;$$

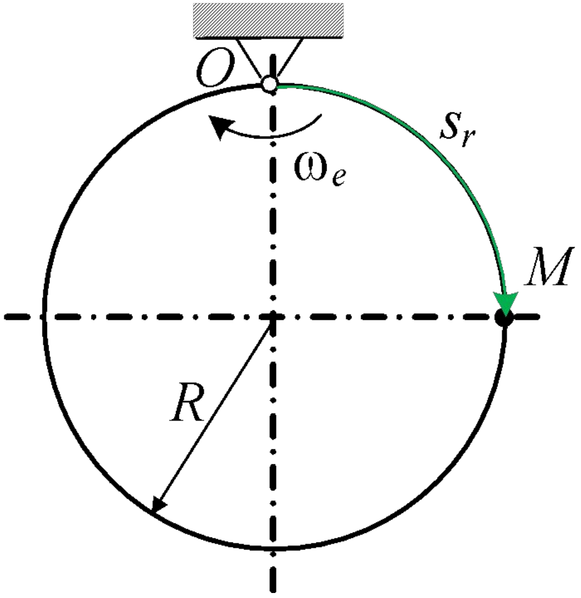
$$v_a = \sqrt{v_{ax_1}^2 + v_{ay_1}^2} = \sqrt{\pi^2 + \pi^2} = \pi\sqrt{2}\ \text{м/с}.\ 4{,}44$$

4. Задачи для самостоятельного решения

4.1.

Дано: $v_r = 3$ м/с;
$\omega_e = 3$ 1/с;
$R = 1$ м.

$v_a = ?$



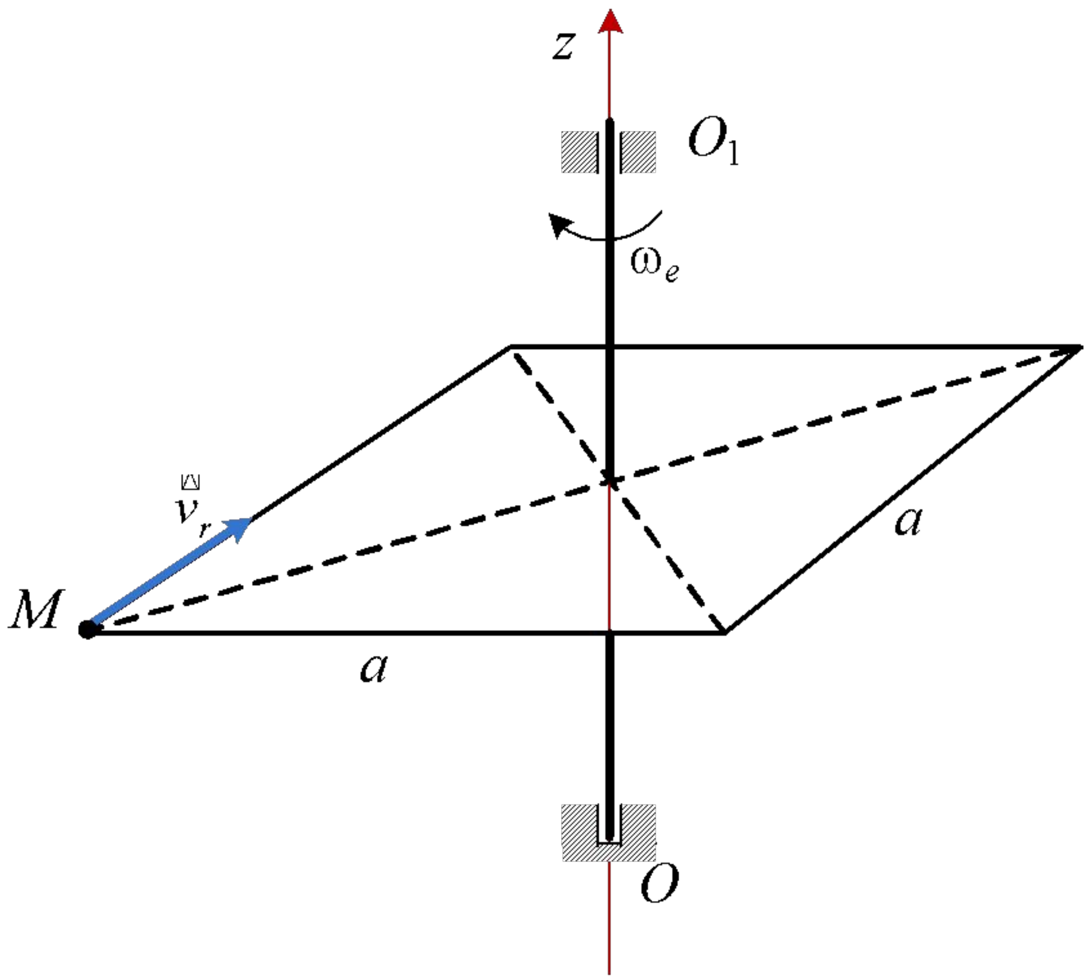
Ответ:

6,708

4.2.

Дано: $v_r = 4$ м/с;
$\omega_e = 3$ 1/с;
$a = 6$ м.

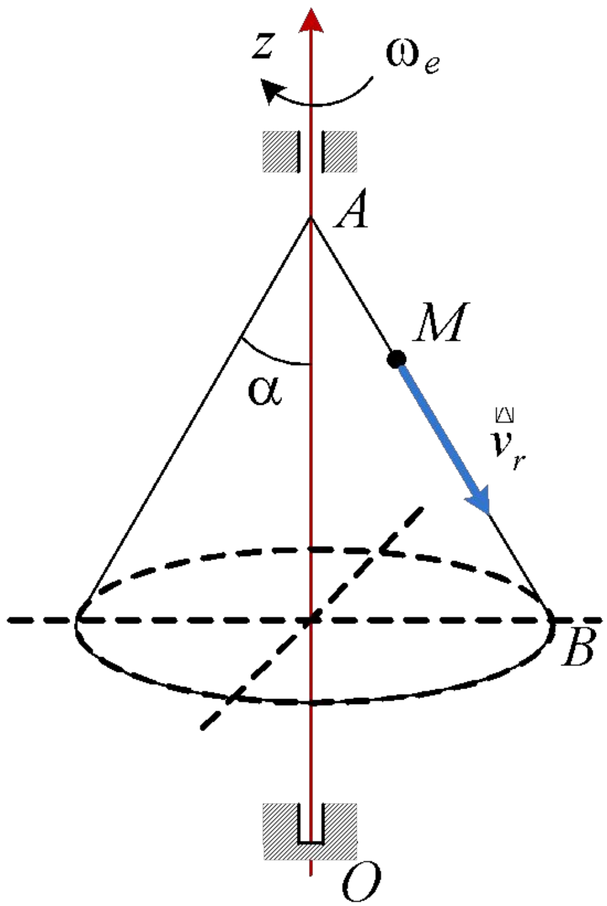
$v_a = ?$



4.3.

Дано: $v_r = 4$ м/с;
$\omega_e = 3$ 1/с;
$AM = 6$ м;
$\alpha = 30^\circ$

$v_a = ?$



5. Теорема сложения ускорений

Что называется относительным ускорением точки?

Ускорение точки *M* относительно подвижной системы отсчёта называется относительным, обозначается $\vec{a}_r$.

Что называется переносным ускорением точки?

Ускорение точки μ подвижной системы отсчёта *Oxyz*, с которой в данный момент совпадает рассматриваемая точка, называется переносным ускорением точки, обозначается . $\vec{a}_e$

Что называется абсолютным ускорением точки?

Ускорение точки *M* относительно неподвижной системы отсчёта $O_1x_1y_1z_1$ называется абсолютным, обозначается $\vec{a}_a$.

Как называется ускорение, равное

$$\vec{a}_к = 2\vec{\omega}_e \times \vec{v}_r.$$

Чему равен модуль ускорения Кориолиса?

$$a_к = 2 \cdot \omega_e \cdot v_r \cdot \sin\left(\vec{\omega}_e; \vec{v}_r\right).$$

При каком переносном движении подвижной системы возникает ускорение Кориолиса?

Ускорение Кориолиса возникает при наличии в движении подвижной системы вращательной составляющей.

Чему равно ускорение Кориолиса при переносном поступательном движении?

Ускорение Кориолиса при переносном поступательном движении равно нулю, так как угловая скорость переносного движения в этом случае будет равна нулю.

По каким правилам можно определить направление ускорения Кориолиса?

Направление ускорения Кориолиса можно определить по правилу определения направления вектора, равному векторному произведению или по правилу Жуковского?

Как определяется направление ускорения Кориолиса по правилу векторного произведения?

Ускорение Кориолиса направлено перпендикулярно плоскости, проходящей через векторы переносной угловой скорости и относительной скорости и направлен в ту сторону, откуда кратчайший поворот от первого вектора ко второму виден против хода часовой стрелки.

Как определяется направление ускорения Кориолиса по правилу Жуковского?

Чтобы определить направление ускорения Кориолиса, нужно вектор относительной скорости $\vec{v}_r$ спроецировать на плоскость, перпендикулярную оси переносного вращения, и полученный вектор повернуть на 90^o по направлению вращения.

Как формулируется теорема сложения ускорений при сложном движении точки?

При сложном движении точки её абсолютное ускорение равно геометрической сумме относительного, переносного и Кориолисова ускорений:

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_к$$

На какие составляющие можно разложить абсолютное ускорение точки?

Абсолютное ускорение точки можно разложить на пять составляющих:

$$\vec{a}_a = \vec{a}_{r\tau} + \vec{a}_{rn} + \vec{a}_{e\tau} + \vec{a}_{en} + \vec{a} \ ,$$

где $\vec{a}_{r\tau}$ - относительное касательное ускорение;

$\vec{a}_{rn}$ - относительное нормальное ускорение;

$\vec{a}_{e\tau}$ - переносное касательное ускорение;

$\vec{a}_{en}$ - переносное нормальное ускорение;

$\vec{a}_{к}$ - ускорение Кориолиса;

Как определяется модуль абсолютного ускорения точки?

Модуль абсолютного ускорения точки определяется через проекции его составляющих на координатные оси:

$$a_{ax} = a_{r\tau x} + a_{rnx} + a_{e\tau x} + a_{enx} + a_{kx};$$

$$a_{ay} = a_{r\tau y} + a_{rny} + a_{e\tau y} + a_{eny} + a_{ky};$$

$$a_{az} = a_{r\tau z} + a_{rnz} + a_{e\tau z} + a_{enz} + a_{kz};$$

$$a_a = \sqrt{a_{ax}^2 + a_{ay}^2 + a_{az}^2}.$$

Если в относительном движении положение точки определяется координатным способом, то относительное ускорение точки раскладывается по координатным осям и вектор абсолютного ускорения равен:

$$\vec{a}_a = \vec{a}_{rx} + \vec{a}_{ry} + \vec{a}_{rz} + \vec{a}_{e\tau} + \vec{a}_{en} + \vec{a}_k.$$

В этом случае модуль абсолютного ускорения определяется через проекции абсолютного ускорения на оси по формулам:

$$a_{ax} = a_{rx} + a_{e\tau x} + a_{enx} + a \quad ;$$

$$a_{ay} = a_{ry} + a_{e\tau y} + a_{eny} + a \quad ;$$

$$a_{az} = a_{rz} + a_{e\tau z} + a_{enz} + a \quad ;$$

$$a_a = \sqrt{a_{ax}^2 + a_{ay}^2 + a_{az}^2}.$$

Чему равно абсолютное ускорение точки при переносном поступательном движении?

При переносном поступательном движении абсолютное ускорение точки равно сумме четырёх ускорений:

$$\vec{a}_a = \vec{a}_{r\tau} + \vec{a}_{rn} + \vec{a}_{e\tau} + \vec{a}_{en}.$$

Как определяется модуль абсолютного ускорения точки при переносном поступательном движении?

При переносном поступательном движении модуль абсолютного ускорения точки определяется через проекции его составляющих на координатные оси:

$$a_{ax} = a_{rtx} + a_{rnx} + a_{etx} + a_{enx};$$

$$a_{ay} = a_{rty} + a_{rny} + a_{ety} + a_{eny};$$

$$a_{az} = a_{rtz} + a_{rnz} + a_{etz} + a_{enz};$$

$$a_{a} = \sqrt{a_{ax}^{2} + a_{ay}^{2} + a_{az}^{2}}.$$

Если в относительном движении положение точки определяется координатным способом, то относительное ускорение точки раскладывается по координатным осям и вектор абсолютного ускорения равен:

$$\vec{a}_{a} = \vec{a}_{rx} + \vec{a}_{ry} + \vec{a}_{rz} + \vec{a}_{et} + \vec{a}_{en}.$$

В этом случае модуль абсолютного ускорения определяется через проекции абсолютного ускорения на координатные оси по формулам:

$$a_{ax} = a_{rx} + a_{e\mathrm{t}x} + a_{enx};$$

$$a_{ay} = a_{ry} + a_{e\mathrm{t}y} + a_{eny};$$

$$a_{az} = a_{rz} + a_{e\mathrm{t}z} + a_{enz};$$

$$a_{a} = \sqrt{a_{ax}^{2} + a_{ay}^{2} + a_{az}^{2}}.$$

6. Определение абсолютного ускорения точки

Для определения абсолютного ускорения точки рекомендуется придерживаться следующего плана.

1. Выполните рисунок к задаче. На рисунке изобразите неподвижную и подвижную системы отсчёта. Проанализируйте движение точки, представив себе относительное и переносное движения, каждое в отдельности.

2. По данным к задаче определите положение рассматриваемой точки в подвижной системе отсчёта и укажите это положение на рисунке.

3. Запишите векторное выражение теоремы сложения ускорений, если переносное движение вращательное:

$$\vec{a}_{a} = \vec{a}_{r\tau} + \vec{a}_{rn} + \vec{a}_{e\tau} + \vec{a}_{en} + \vec{a} \ .$$

Если переносное движение точки поступательное:

$$\vec{a}_a = \vec{a}_{r\mathrm{t}} + \vec{a}_{rn} + \vec{a}_{e\mathrm{t}} + \vec{a}_{en}.$$

4. Определите каждую составляющую абсолютного ускорения по величине.

5. Постройте на рисунке векторы составляющих абсолютного ускорения.

При переносном вращательном движении нужно построить пять векторов:

$$\vec{a}_{\text{к}\mathrm{t}}\,;\,\vec{a}_{rn}\,;\,\vec{a}_{e\mathrm{t}}\,;\,\vec{a}_{en}\,;\,\vec{a}\ .$$

При переносном поступательном движении – четыре:

$$\vec{a}_{r\mathrm{t}}\,;\,\vec{a}_{rn}\,;\,\vec{a}_{e\mathrm{t}}\,;\,\vec{a}_{en}.$$

6. Введите удобные координатные оси и, проецируя составляющие ускорения на эти оси, найдите проекции абсолютного ускорения и его модуль.

При переносном вращательном движении :

$$a_{ax} = a_{r\tau x} + a_{rnx} + a_{e\tau x} + a_{enx} + a \quad ;$$

$$a_{ay} = a_{r\tau y} + a_{rny} + a_{e\tau y} + a_{eny} + a \quad ;$$

$$a_{az} = a_{r\tau z} + a_{rnz} + a_{e\tau z} + a_{enz} + a \quad ;$$

$$a_a = \sqrt{a_{ax}^2 + a_{ay}^2 + a_{az}^2}\,.$$

При переносном поступательном движении:

$$a_{ax} = a_{r\tau x} + a_{rnx} + a_{e\tau x} + a_{enx};$$

$$a_{ay} = a_{r\tau y} + a_{rny} + a_{e\tau y} + a_{eny};$$

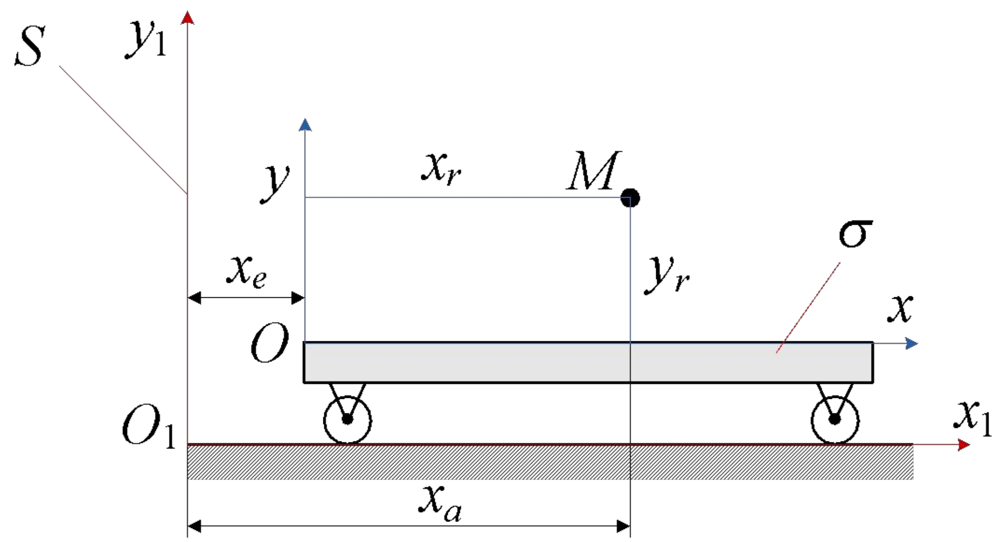
$$a_{az} = a_{r\tau z} + a_{rnz} + a_{e\tau z} + a_{enz};$$

$$a_a = \sqrt{a_{ax}^2 + a_{ay}^2 + a_{az}^2}.$$

Пример 8

Дано: $a_e = 2$ м/с^2;
$x_r = 0{,}3t^2$;
$y_r = 0{,}5t^2$.

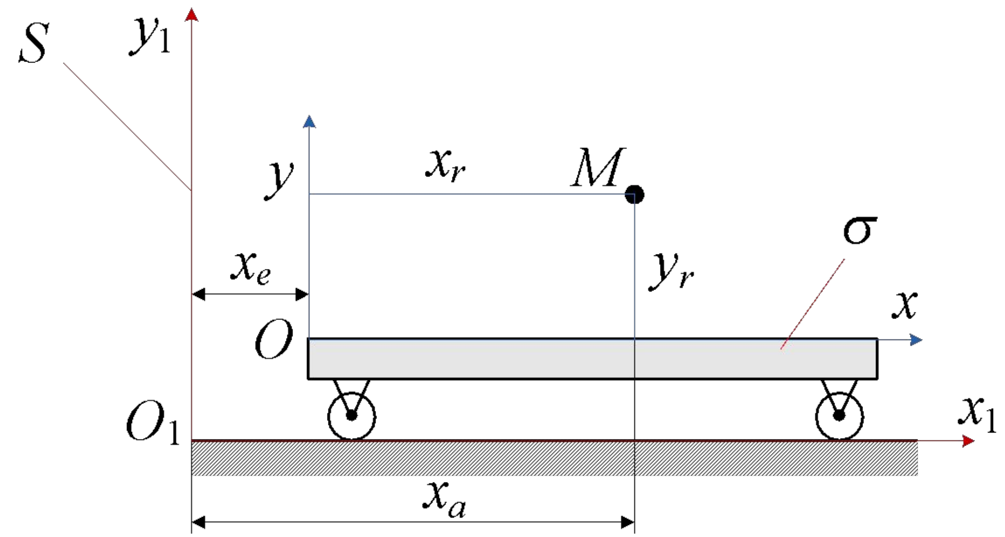
$a_a = ?$

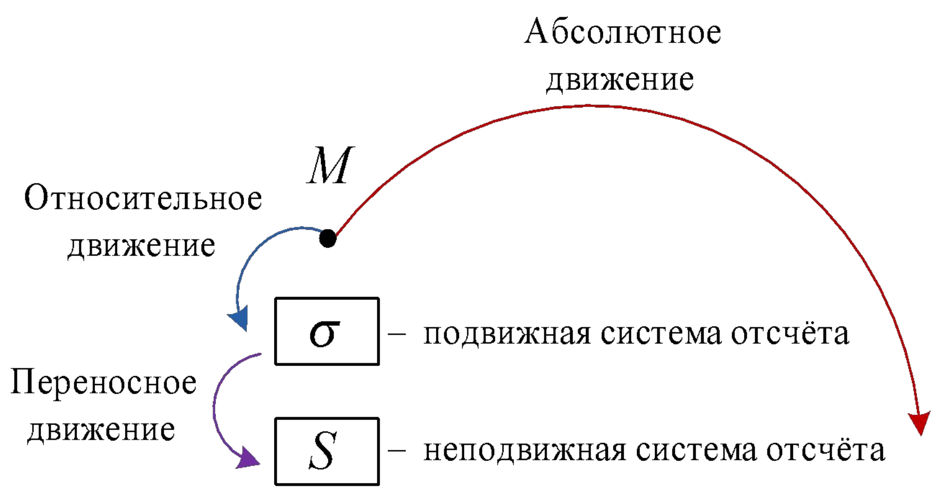


Решение

Дано: $a_e = 2$ м/с^2;
$x_r = 0{,}3t^2$;
$y_r = 0{,}5t^2$.

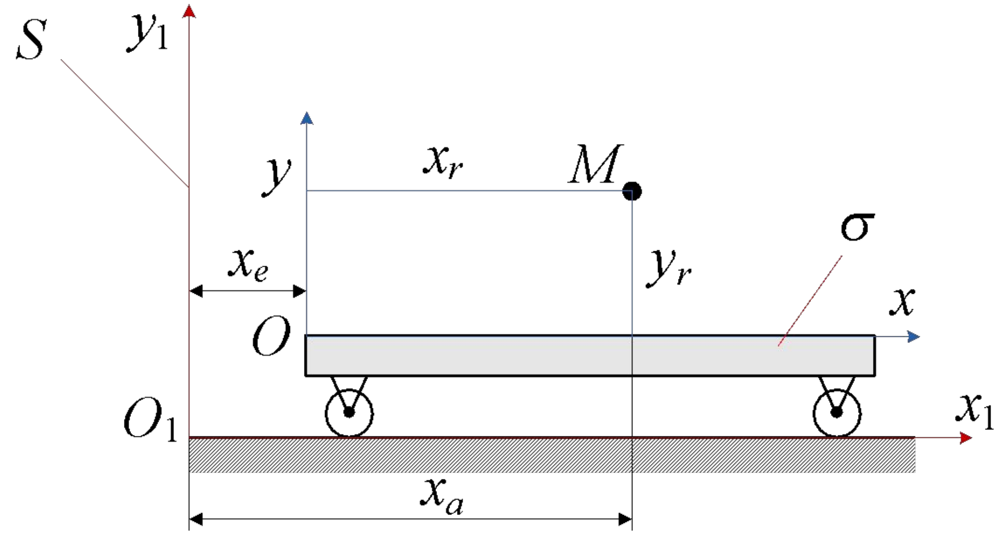
$a_a = ?$





Дано: $a_e = 2$ м/с^2;
$x_r = 0{,}3t^2$;
$y_r = 0{,}5t^2$.

$a_a = ?$



Какой вид движения совершает подвижная система отсчёта?

Подвижная система совершает поступательное движение.

Каким способом задано относительное движение точки?

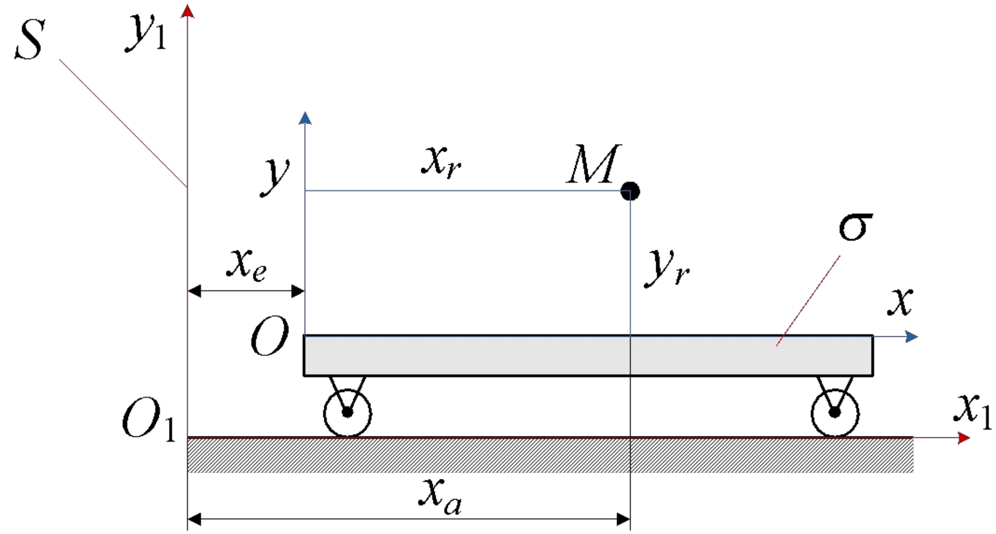
Относительное движение задано координатным способом.

Чему равен вектор абсолютного ускорения точки?

$$\vec{a}_a = \vec{a}_{rx} + \vec{a}_{ry} + \vec{a}_{et} + \vec{a}_{en}.$$

Дано: $a_e = 2$ м/с^2;
$x_r = 0{,}3t^2$;
$y_r = 0{,}5t^2$.

$a_a = ?$



Чему равен вектор переносного нормального ускорения точки?

Точки подвижной системы (платформы) описывают прямолинейные траектории, поэтому:

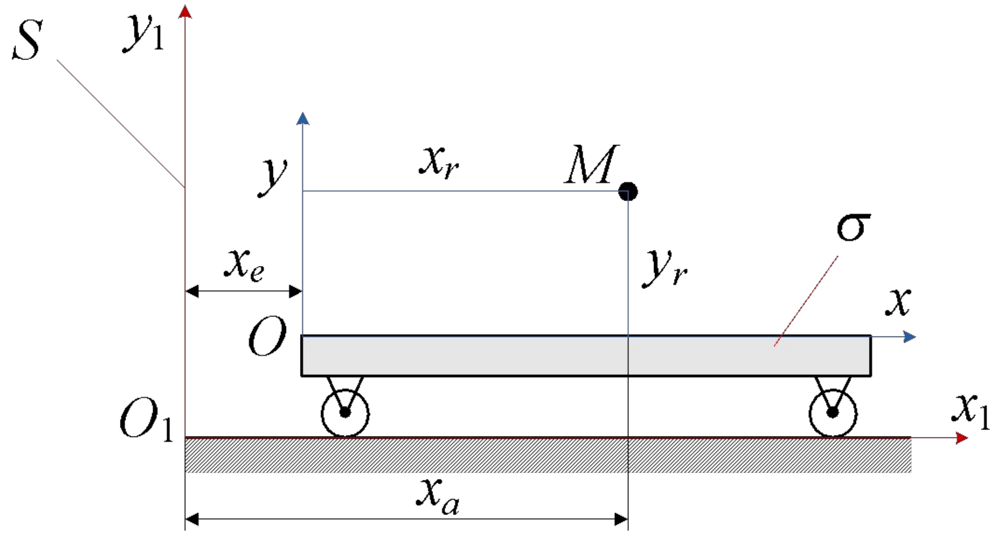
$$\vec{a}_{en} = 0.$$

В результате получим:

$$\vec{a}_a = \vec{a}_{rx} + \vec{a}_{ry} + \vec{a}_{e\tau}.$$

Дано: $a_e = 2$ м/с^2;
$x_r = 0{,}3t^2$;
$y_r = 0{,}5t^2$.

$a_a = ?$

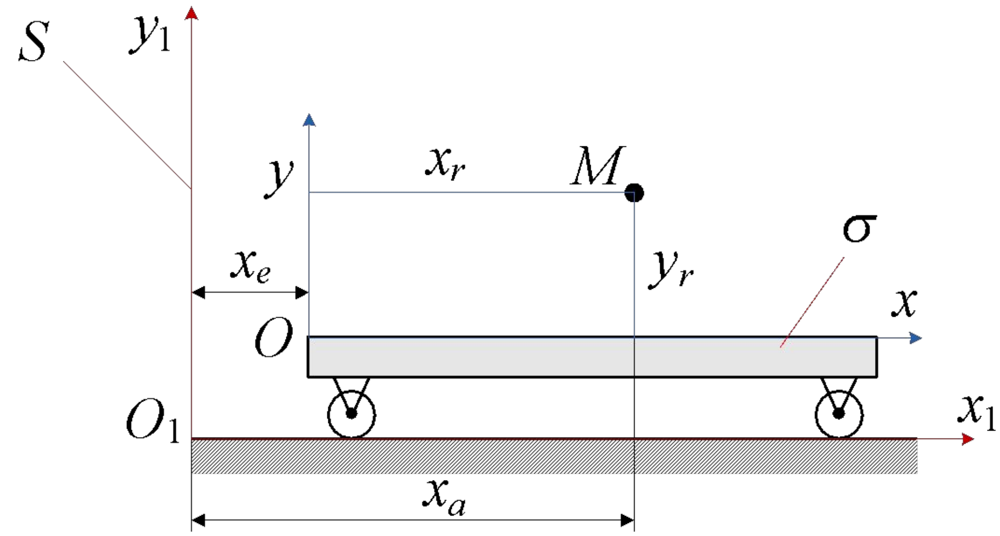


Чему равны проекции абсолютного ускорения на координатные оси *x*, *y*?

$$a_{ax} = a_{rx} + a_{etx};$$

$$a_{ay} = a_{ry} + a_{ety}.$$

Определите проекции составляющих абсолютного ускорения точки.



Дано: $a_e = 2$ м/с^2;
$x_r = 0{,}3t^2$;
$y_r = 0{,}5t^2$.

$a_a = ?$

$$a_{ax} = a_{rx} + a_{e\tau x};$$

$$a_{ay} = a_{ry} + a_{e\tau y}.$$

$$a_{rx} = \ddot{x} = (0,6t)' = 0,6;$$

$$a_{ry} = \ddot{y} = (t)' = 1;$$

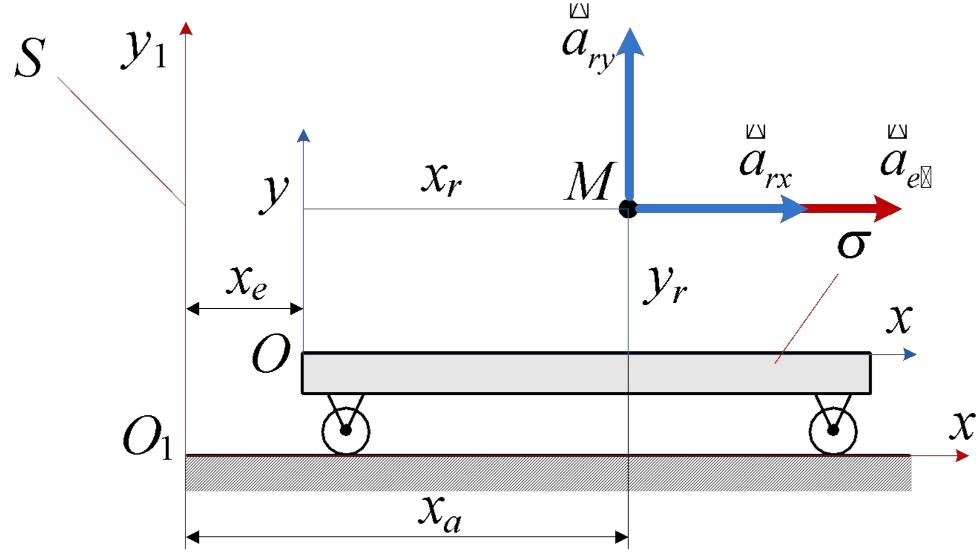
$$a_{e\tau x} = a_e = 2;$$

$$a_{e\tau y} = 0;$$

$$a_{rx} = 0{,}6;$$

$$a_{ry} = 1;$$

$$a_{e\tau x} = 2;$$



$$a_{ax} = 0{,}6 + 2 = 2{,}6;$$

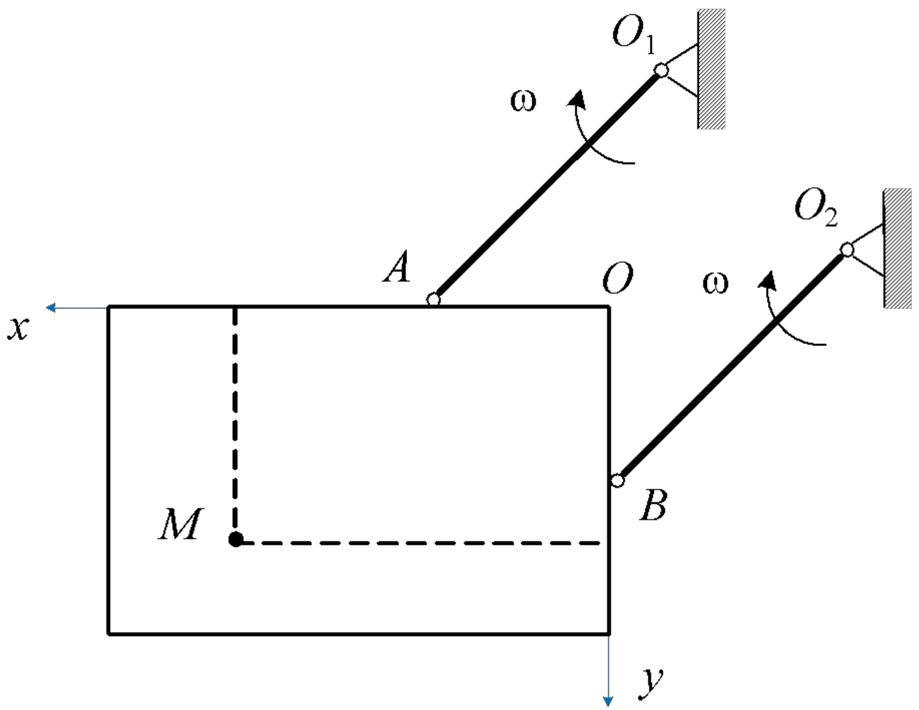
$$a_{ay} = 1.$$

$$a_a = \sqrt{a_{ax}^2 + a_{ay}^2} = \sqrt{2{,}6^2 + 1} = 2{,}78 \text{ м/с}^2$$

Пример 9

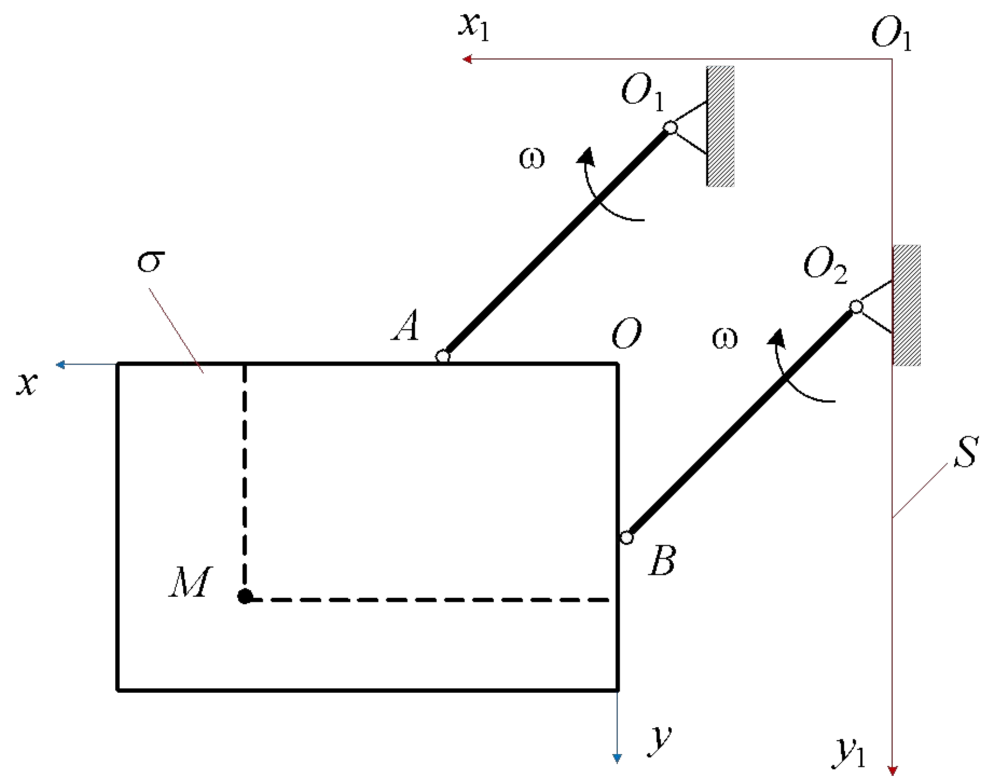
Дано: $AO_1 = BO_2 = 1$ м;
$\omega = 2\pi$;
$x = 0{,}2t^3$;
$y = 0{,}3t^2$;
$\varphi = 30^\circ$
$t_1 = 1$ с.

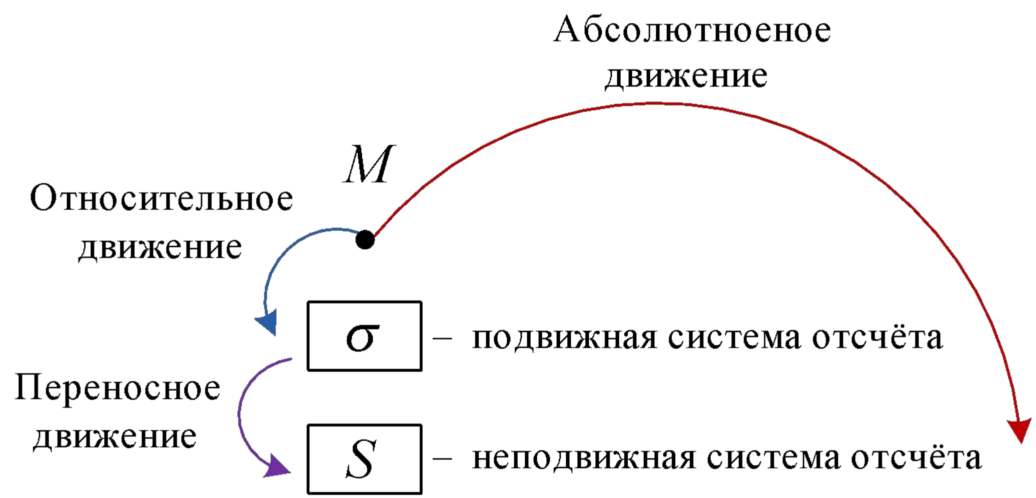
$a_a = ?$



Дано: $AO_1 = BO_2 = 1$ м;
$\omega = 2\pi$;
$x = 0{,}2t^3$;
$y = 0{,}3t^2$;
$\varphi = 30^\circ$
$t_1 = 1$ с.

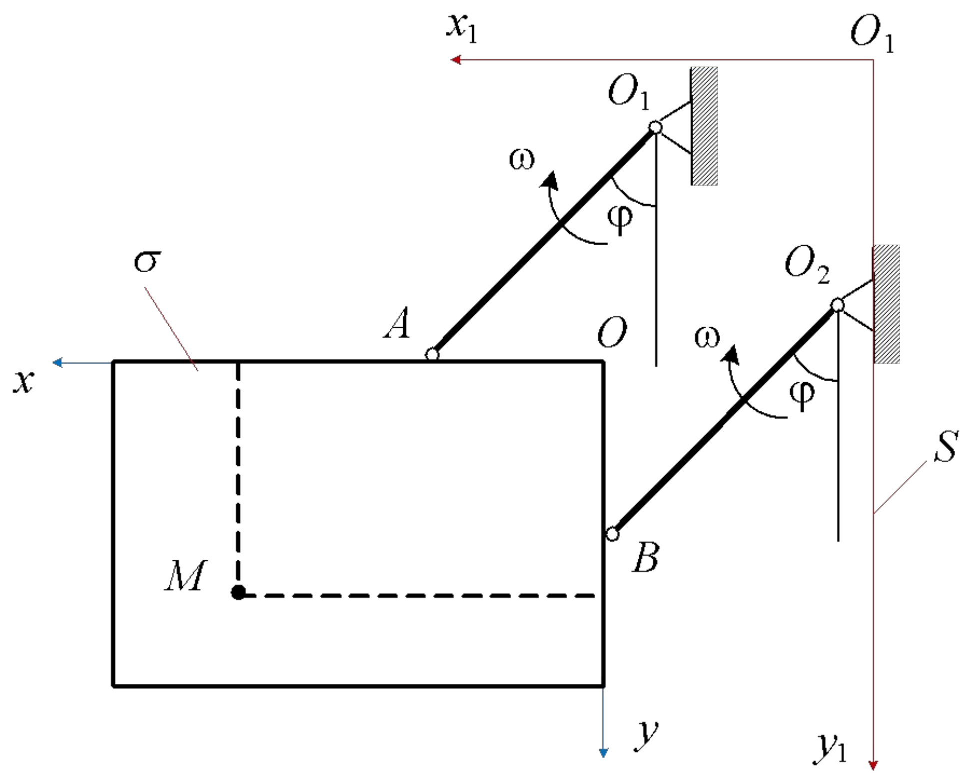
$a_a = ?$





Дано: $AO_1 = BO_2 = 1$ м;
$\omega = 2\pi$;
$x = 0,2t^3$;
$y = 0,3t^2$;
$\varphi = 30°$
$t_1 = 1$ с.

$a_a = ?$



$$\vec{a}_a = \vec{a}_{rx} + \vec{a}_{ry} + \vec{a}_{e\tau} + \vec{a}_{en}.$$

$$a_{rx} = \ddot{x} = \left(0,6t^2\right)' = 1,2t;$$

$$a_{ry} = \ddot{y} = \left(0,6t\right)' = 0,6;$$

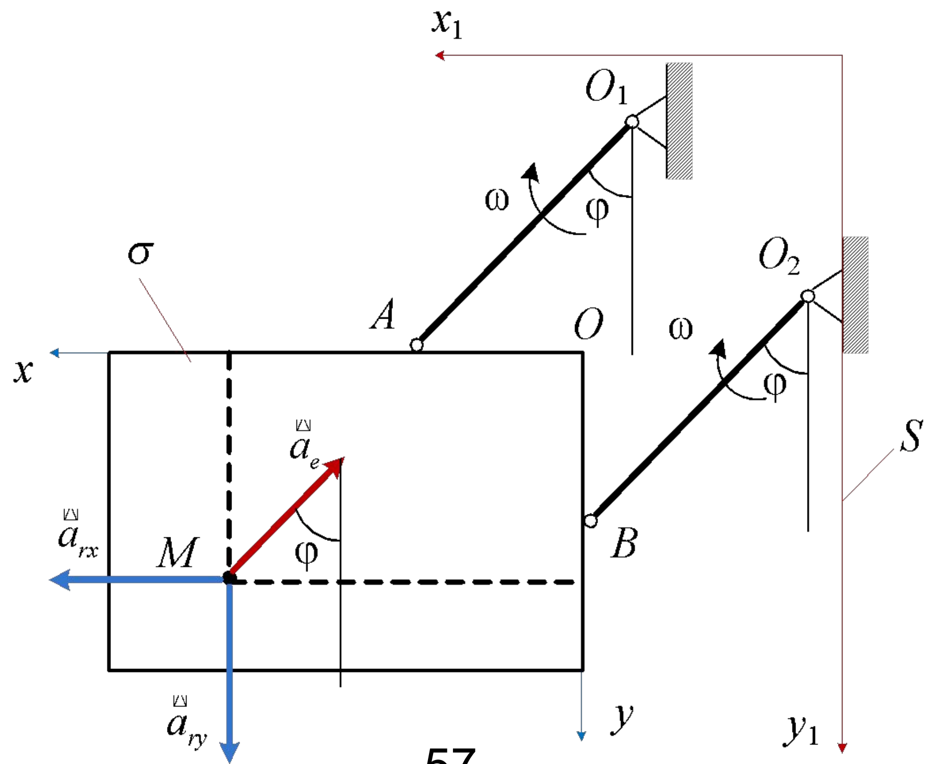
$$a_{e\tau} = a_{A\tau} = \varepsilon_{AO_1} AO_1 = 0.$$

$$a_{en} = a_{An} = \omega^2 AO_1 = 4\pi^2.$$

$$a_{ax} = a_{rx} - a_{en}\cos 60^{o} = 1,2 - 4\pi^{2}0,5 = 1,2 - 19,73 = -18,54;$$

$$a_{ay} = a_{ry} - a_{en}\cos 30^{o} = 0,6 - 4\pi^{2}0,866 = 0,6 - 34,188 = -33,59.$$

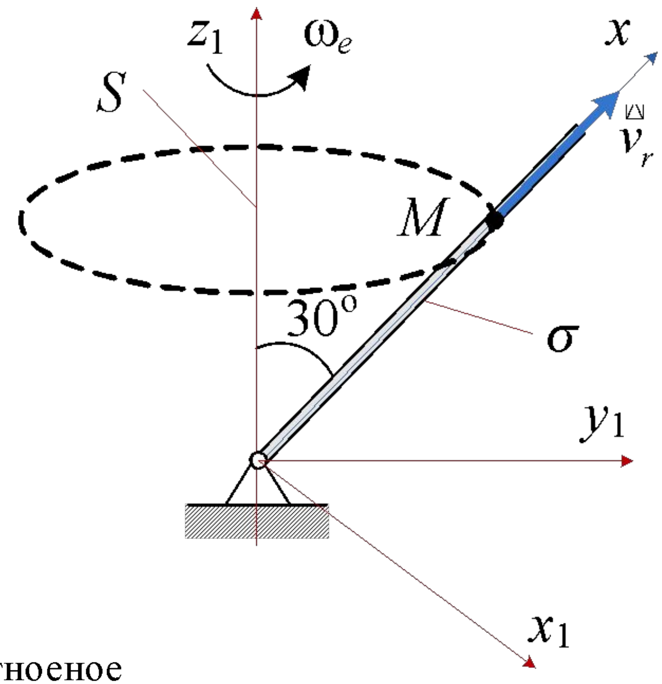
$$a_{a} = \sqrt{a_{ax}^{2} + a_{ay}^{2}} = \sqrt{18,54^{2} + 33,59^{2}} = 38,36 \text{ м/с}^{2}$$

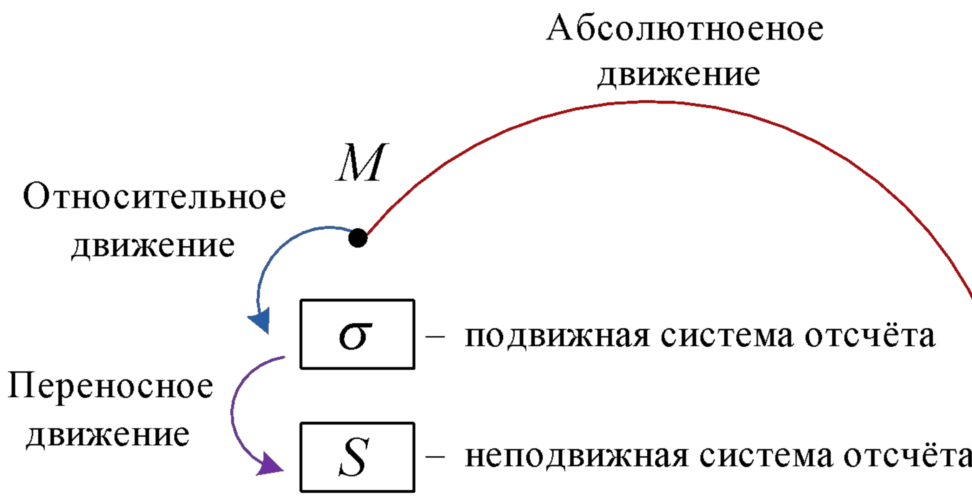


Пример 10

Дано: $v_r = 2$ м/с;
$\omega_e = 4$ рад/с.

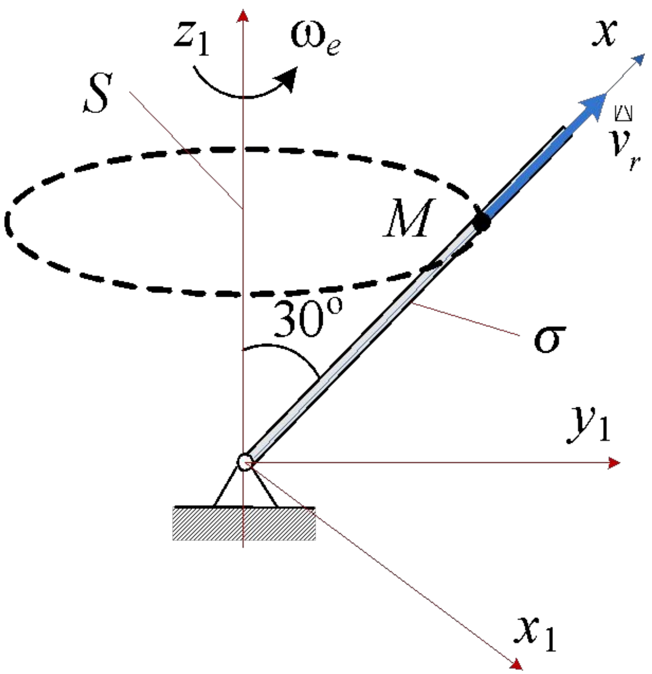
Определить проекцию ускорения Кориолиса на ось x_1. =?





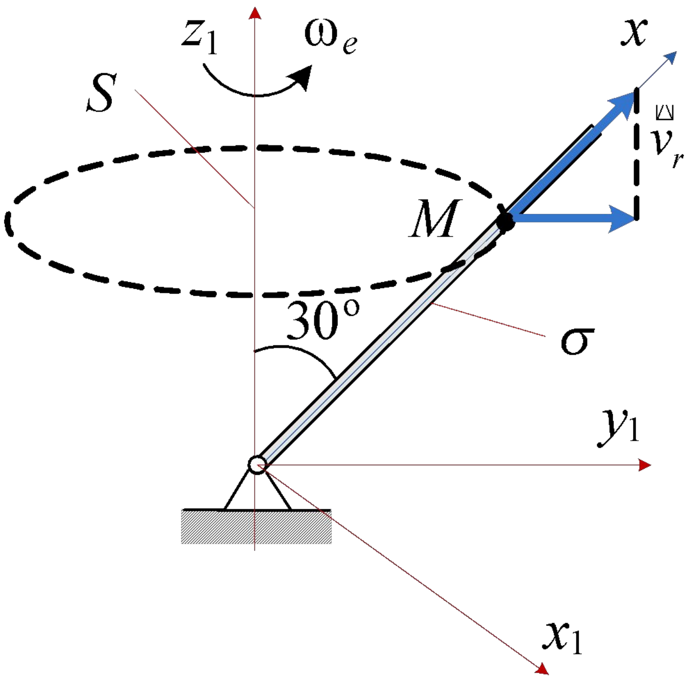
Дано: $v_r = 2$ м/с;
$\omega_e = 4$ рад/с.

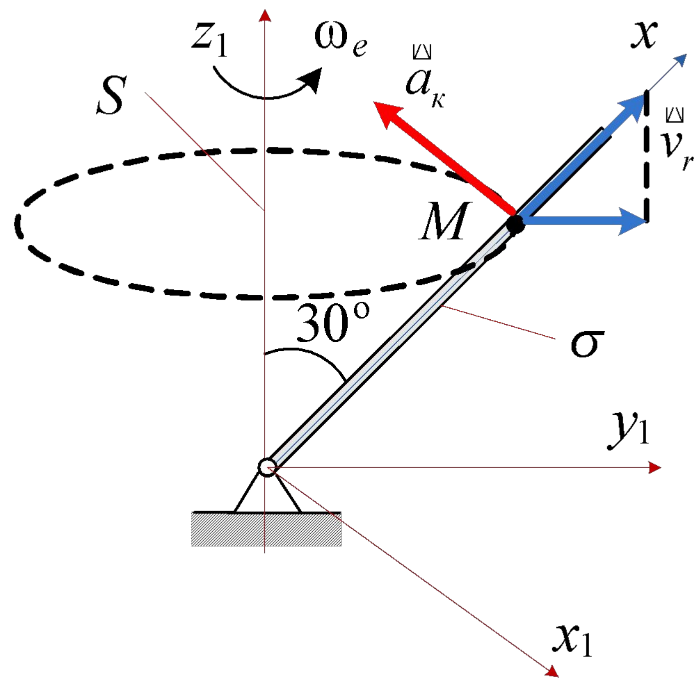
Определить проекцию ускорения Кориолиса на ось x_1. =?



$$\vec{a}_к = 2\vec{\omega}_e \times \vec{v}_r;$$

$$a_к = 2\omega_e v_r \sin\left(\vec{\omega}_e; \vec{v}_r\right) = 2\cdot 4\cdot 2\cdot \sin 30^\circ = 16\cdot 0,5 = 8;$$

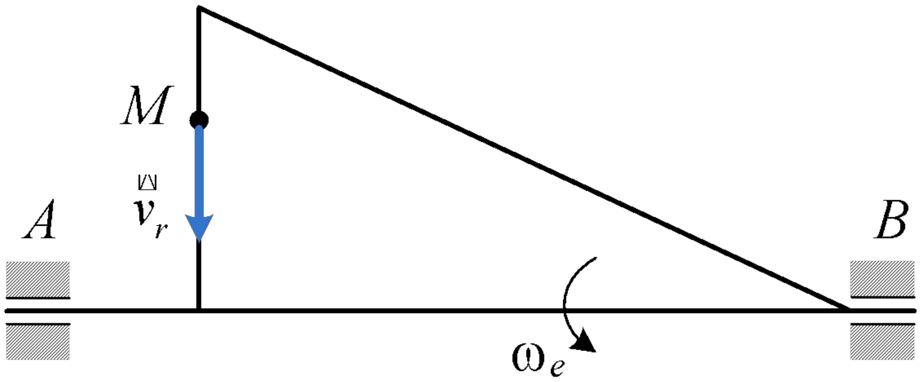

z_1
ω_e
x
S
$\vec{v}_r$
M
$30°$
σ
y_1
x_1

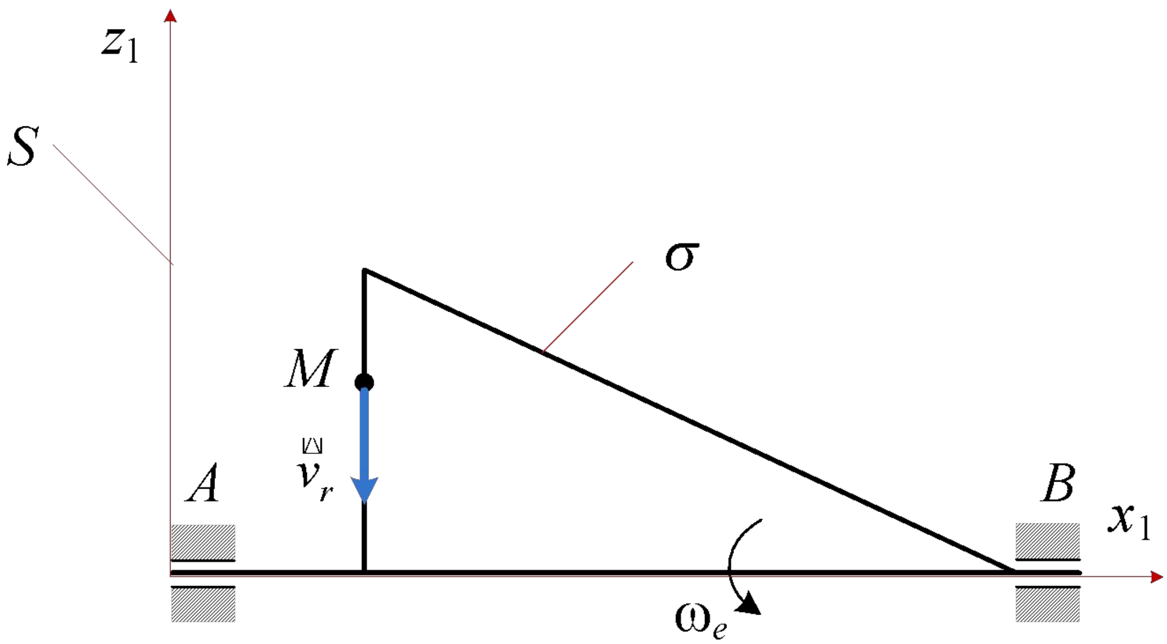

z_1
ω_e
$\vec{a}_к$
x
S
$\vec{v}_r$
M
$30°$
σ
y_1
x_1

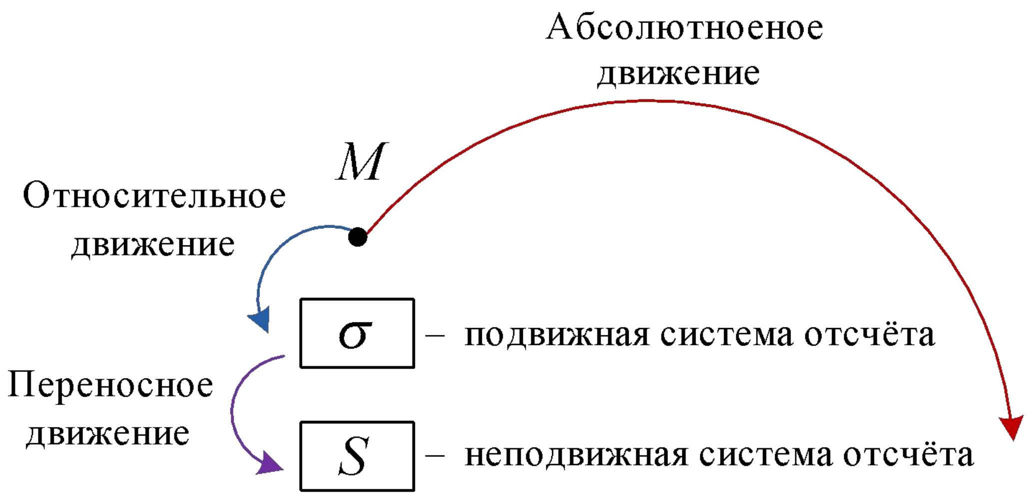
Пример 11

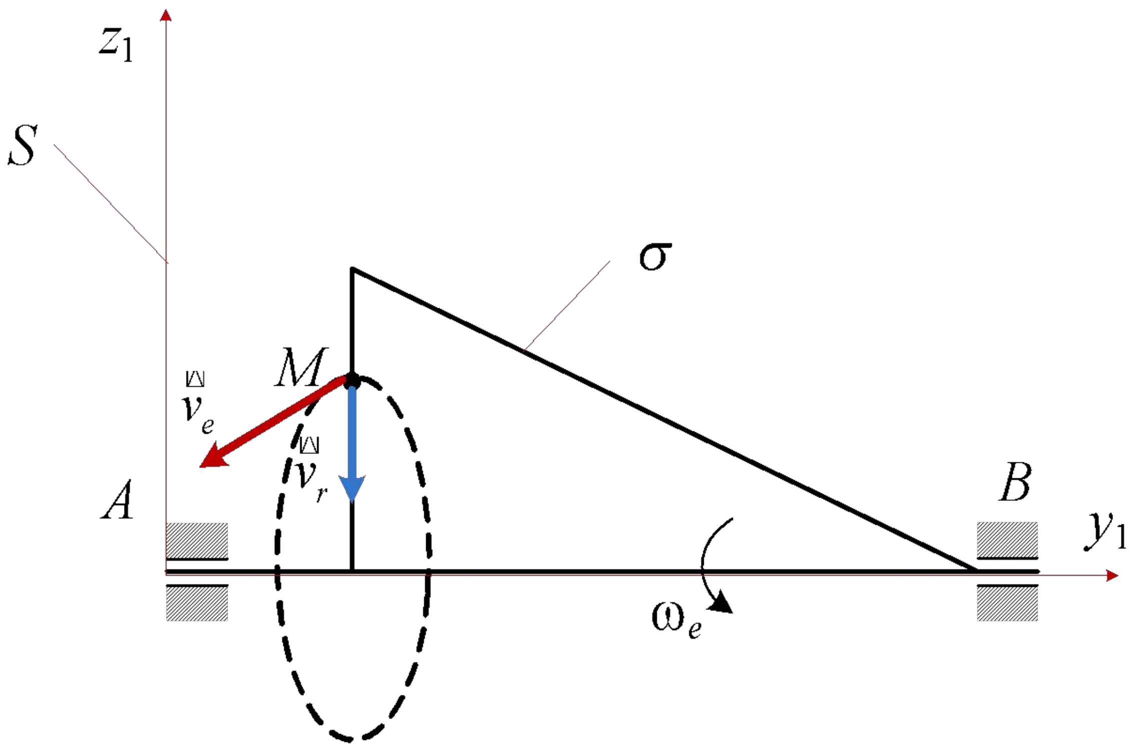
Дано: $\omega_e = 8$ рад/с;
$v_r = 4$ м/с.

$a_к = ?$

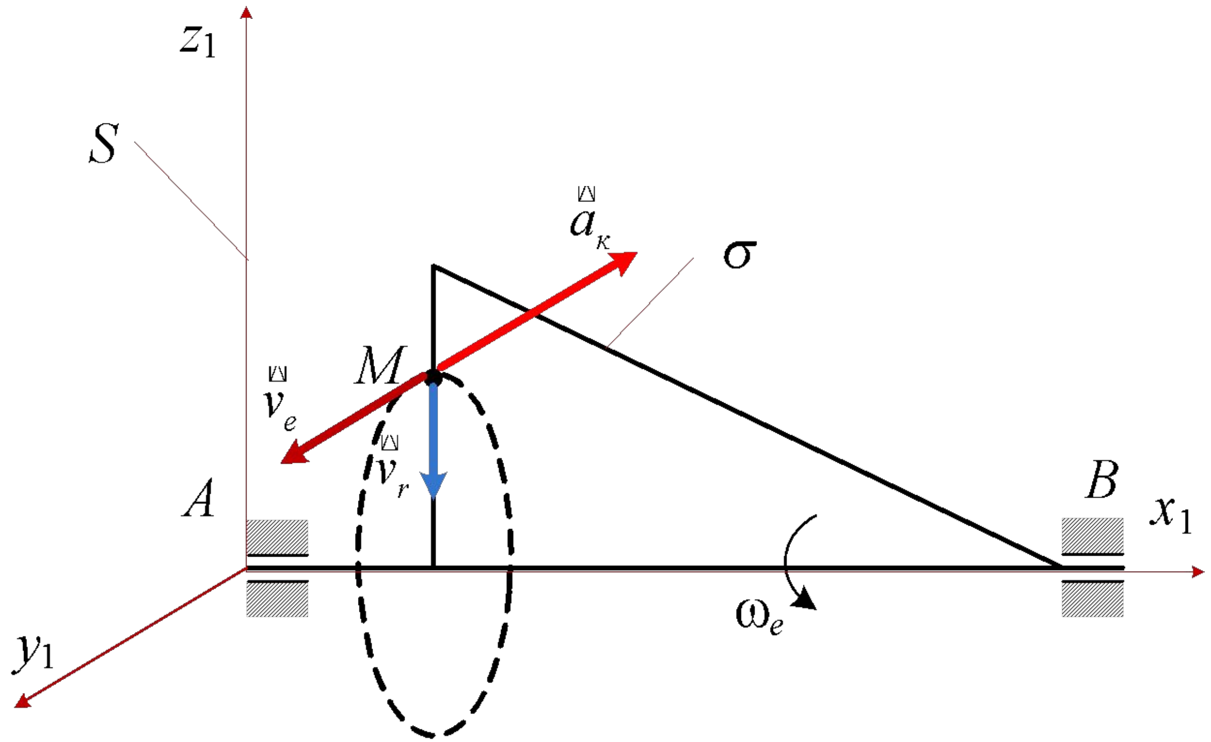



z_1
S
σ
M
$\vec{v}_r$
A
B
x_1
ω_e


Абсолютноеное движение
M
Относительное движение
σ
– подвижная система отсчёта
Переносное движение
S
– неподвижная система отсчёта



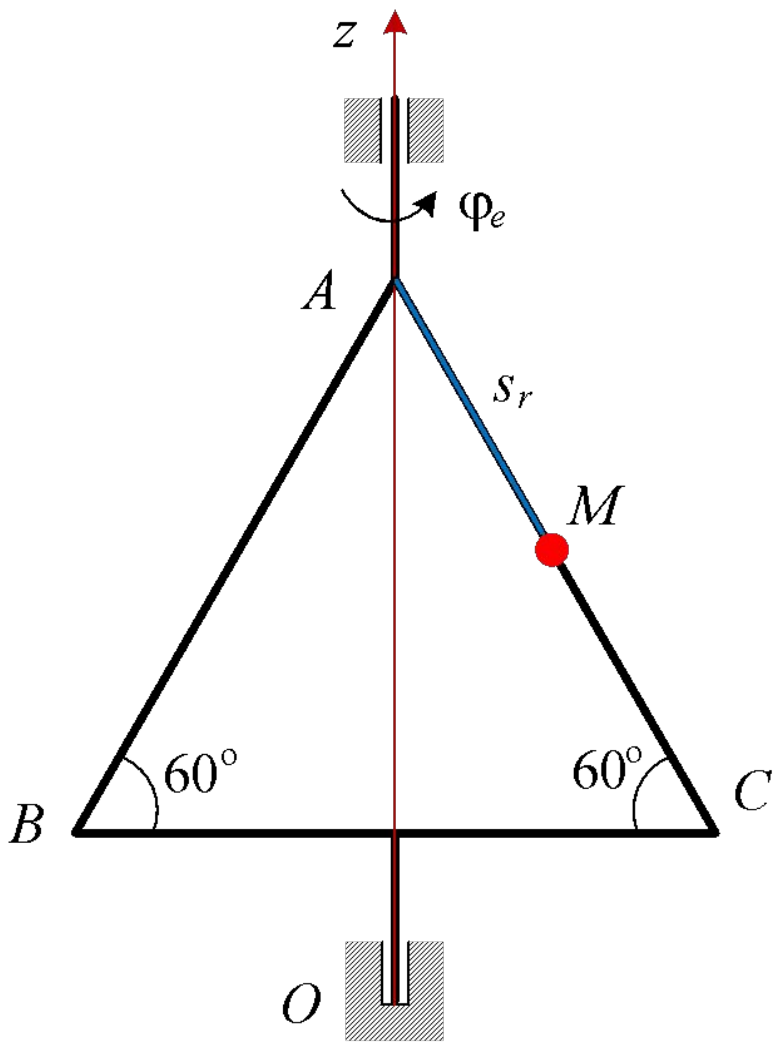
z_1
S
σ
M
$\vec{v}_e$
$\vec{v}_r$
A
B
y_1
ω_e


z_1
S
$\vec{a}_к$
σ
M
$\vec{v}_e$
$\vec{v}_r$
A
B
x_1
ω_e
y_1

Решить самостоятельно

Дано: $\varphi_e = 5t^2$ рад/с;
$AM = s_r = 4t^3$ м/с.
$t_1 = 0{,}5$ с.

$a_к = ?$



$15 \cdot \sqrt{3} = 25.981$

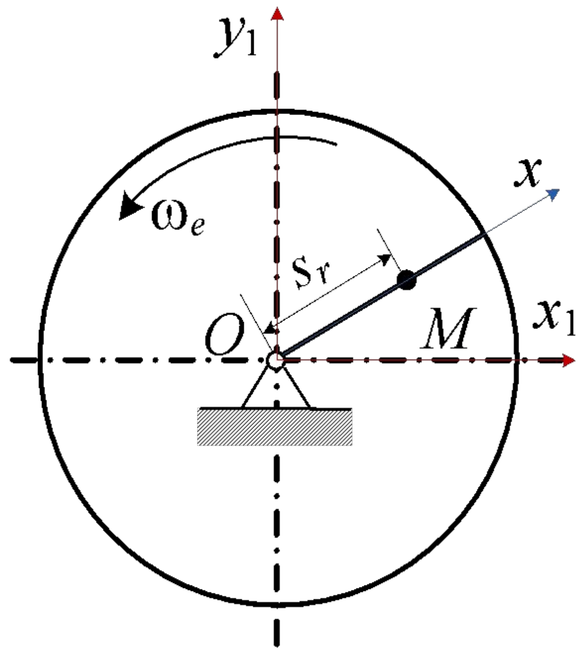
Пример 12

Дано: $\varphi_e = \dfrac{2}{3}t^3;$

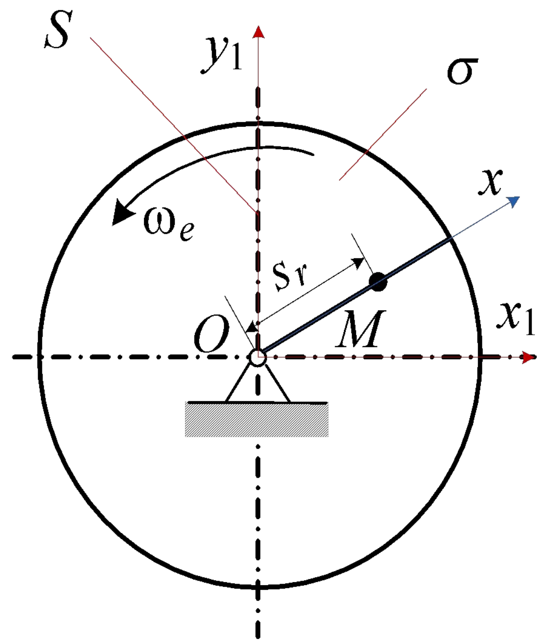
$s_r = 4t^2 \;\square\; 10t \;\square\; 8;$

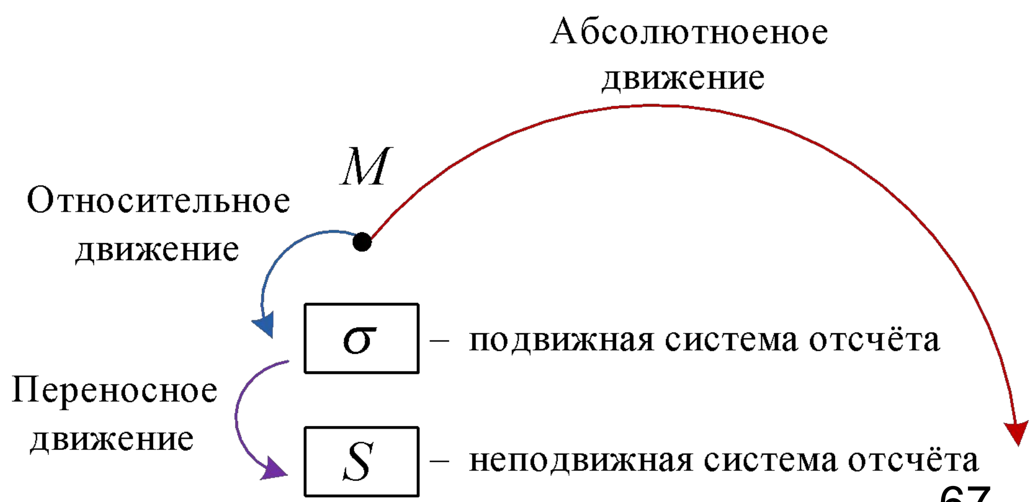
$t_1 = 1$ с.

$v_a\ ,\ a_a = ?$



Решение


S
y_1
σ
x
ω_e
s_r
x_1
O
M

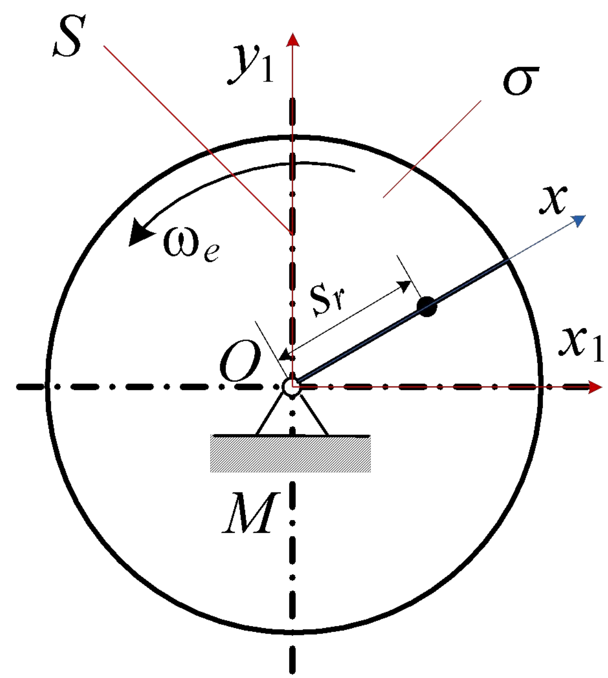

Абсолютноеное
движение
M
Относительное
движение
σ
– подвижная система отсчёта
Переносное
движение
S
– неподвижная система отсчёта

$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e$$

$$v_r = \frac{ds_r}{dt} = \frac{d\left(4t^2 - 10t + 8\right)}{dt} = 8t - 10$$

$$v_r(t_1) = -2 \text{ см/с};$$

$$v_e(t_1) = \omega_e(t_1) \cdot s_r(t_1);$$



$$\omega_e = \frac{d\varphi_e}{dt} = \frac{d\left(\frac{2}{3}t^3\right)}{dt} = \frac{6t^2}{3} = 2t^2;$$

Дано: $\varphi_e = \frac{2}{3}t^3;$

$s_r = 4t^2 - 10t + 8;$

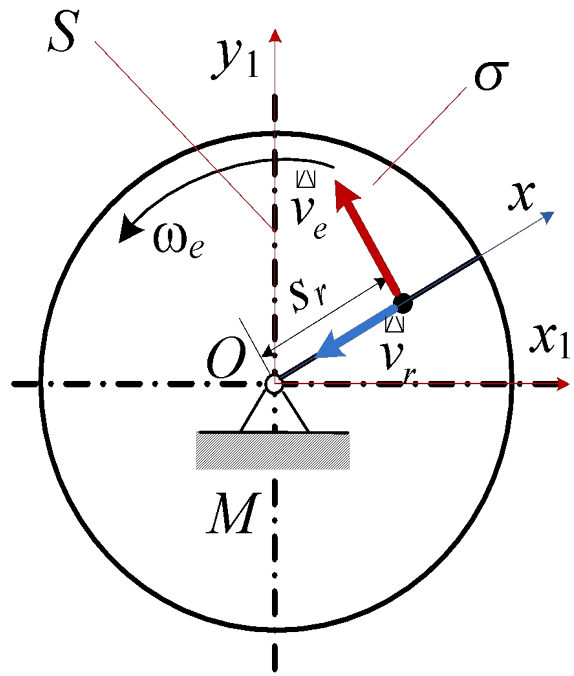
$t_1 = 1$ с.

$v_a,\ a_a = ?$

$$\omega_e(t_1) = 2 \text{ с}^{-1};$$

$$s_r(t_1) = 4 - 10 + 8 = 2 \text{ см};$$

$$v_e(t_1) = 2 \cdot 2 = 4 \text{ см/с};$$



$$v_a = \sqrt{v_r^2 + v_e^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 4,47 \text{ м/с}$$

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_к$$

$$\vec{a}_a = \vec{a}_{r\tau} + \vec{a}_{rn} + \vec{a}_{e\tau} + \vec{a}_{en} + \vec{a}_к .$$

$$a_{r\tau} = \frac{dv_r}{dt} = \frac{d(8t-10)}{dt} = 8 \text{ м/с}^2 .$$

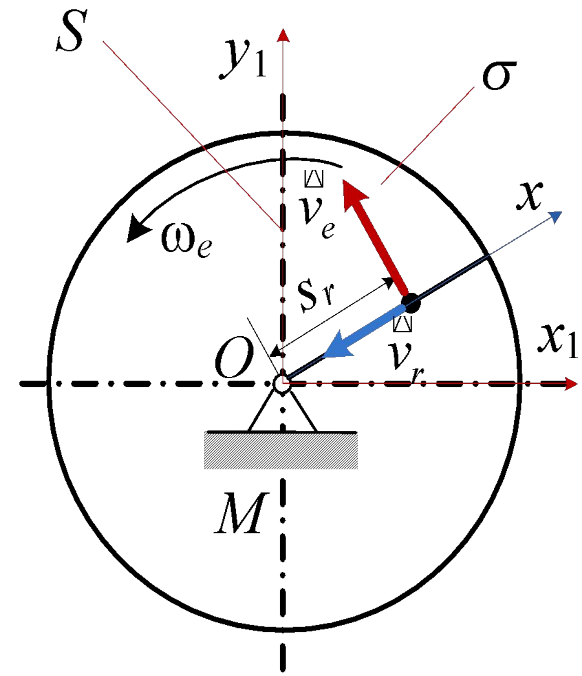
$$a_{rn} = 0;$$

$$a_{e\tau}(t_1) = \varepsilon_e(t_1) \cdot s_r(t_1);$$

$$\varepsilon_e = \frac{d\omega_e}{dt} = \frac{d(2t^2)}{dt} = 4t;$$

$$\varepsilon_e(t_1) = 4 \text{ с}^{-2};$$

$$a_{e\tau}(t_1) = 4 \cdot 2 = 8 \text{ м/с}^2;$$

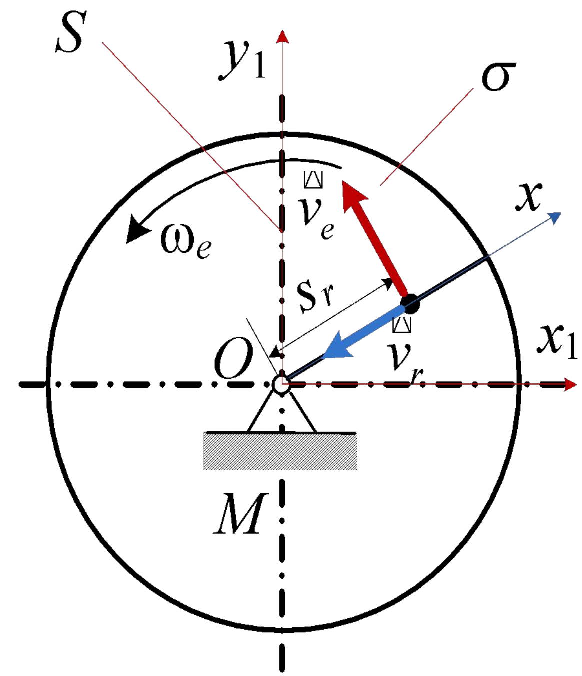


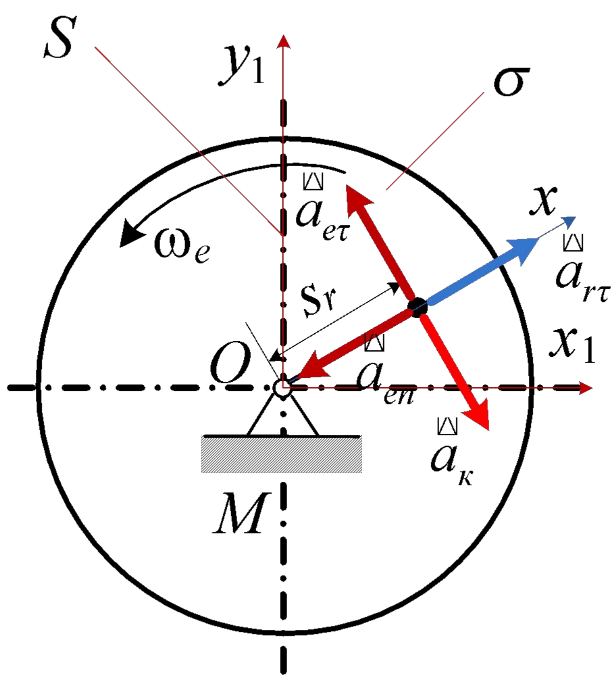
$$a_{en}(t_1) = \omega_e(t_1)^2 \cdot s_r(t_1);$$

$$a_{en}(t_1) = 2^2 \cdot 2 = 8 \text{ м/с}^2;$$

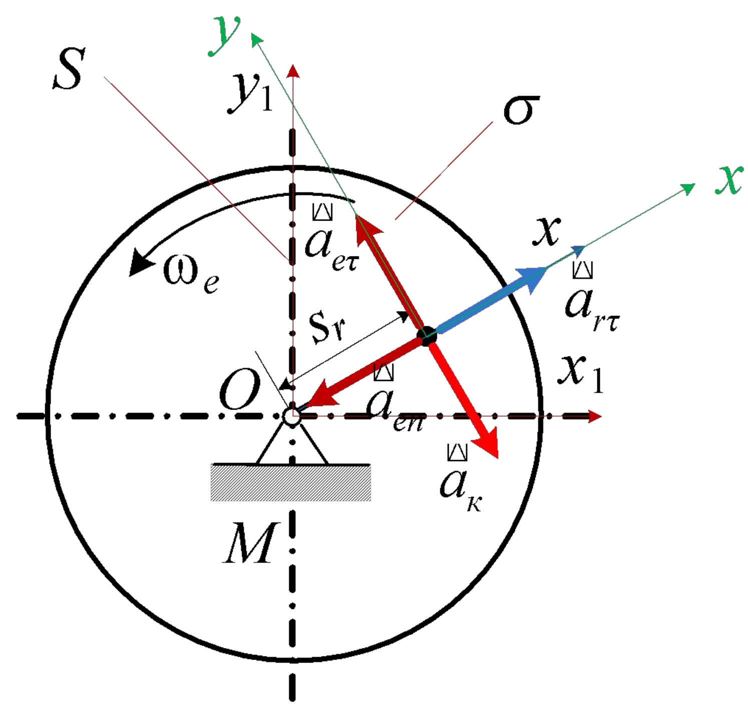
$$a_к(t_1) = 2\omega_e(t_1) v_r(t_1) \sin(\vec{\omega}_e; \vec{v}_r);$$

$a_{к}(t_1) = 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 8$ см/с^2





$$\vec{a}_a = \vec{a}_{r\tau} + \vec{a}_{rn} + \vec{a}_{e\tau} + \vec{a}_{en} + \vec{a}\ .$$



$$a_{ax} = a_{r\tau} - a_{en} = 8 - 8 = 0.$$

$$a_{ay} = a_{e\tau} - a = 8 - 8 = 0.$$

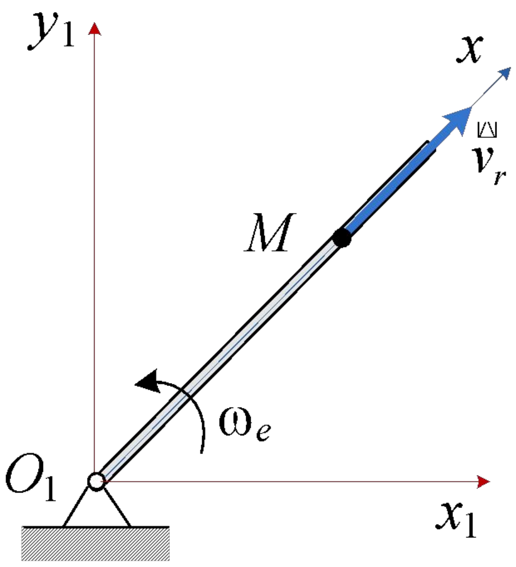
$$a_a = \sqrt{a_{ax}^2 + a_{ay}^2} = 0.$$

7. Задачи для самостоятельного решения

7. 1.

Дано: $\omega_e = 2$ рад/с;
$v_r = 1$ м/с.
$O_1M = 0{,}5$ м.

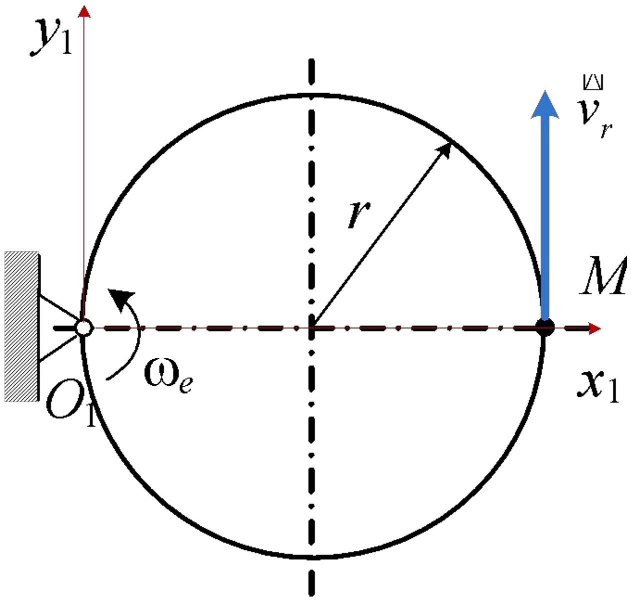
$a_a = ?$



7. 2.

Дано: $\omega_e = 4$ рад/с;
$v_r = 2$ м/с;
$r = 0{,}5$ м.

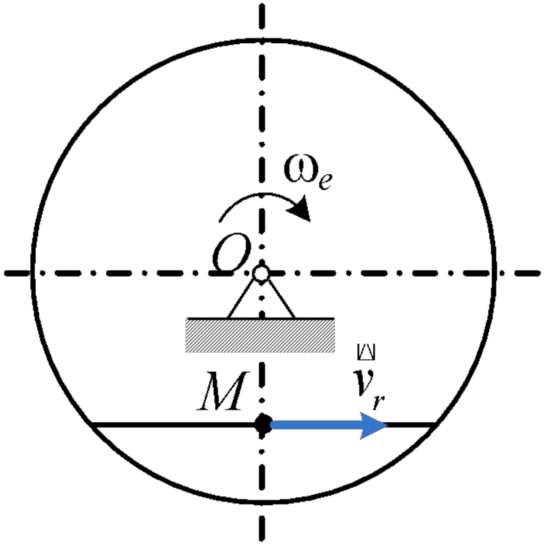
$a_a = ?$



7. 3.

Дано: $\omega_e = 0{,}5$ рад/с;
$v_r = 0{,}5t$ м/с;
$t_1 = 2$ с;
$OM = 0{,}02$ м.

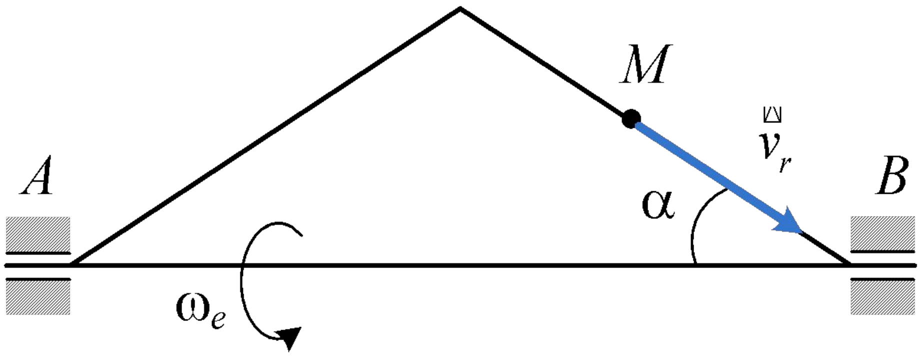
$a_a = ?$



7. 4.

Дано: $\omega_e = 4$ рад/с;
$v_r = 2\sin(4t)$ м/с;
$t = \pi/8$ с.

$a_r = ?$



7. 1.	**Ответ:**	**1) 4,47**	**2) 2,36**	**3) 12,42**	**4) 0,76**
7. 2.	**Ответ:**	**1) 37**	**2) 64**	**3) 40**	**4) 28**
7. 3.	**Ответ:**	**1) 0,64**	**2) 1,43**	**3) 1,11**	**4) 0,76**
7. 4.	**Ответ:**	**1) 2,11**	**2) 0**	**3) 1,32**	**4) 0,65**

Ответы

7. 1. – 4,47

7. 2. – 40

7. 3. – 1,11

7. 4. – 0

КОНЕЦ