ДИСКРЕТНЫЕ САУ

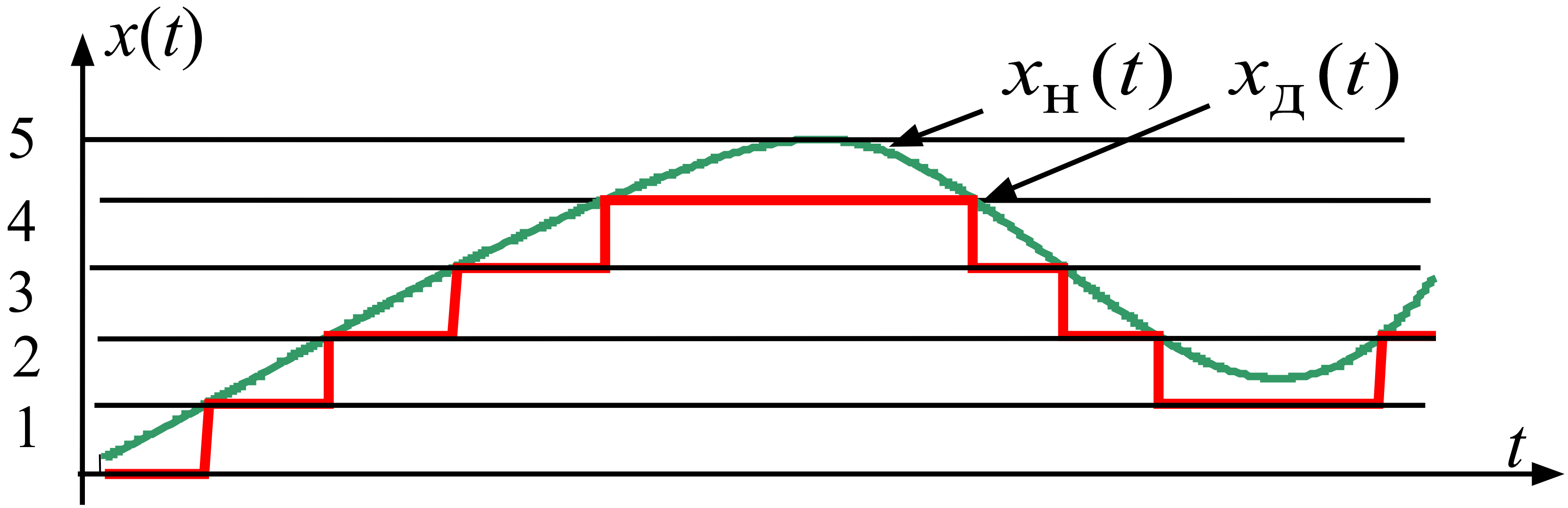
Понятие дискретной САУ. Способы квантования сигнала

Система, содержащая по крайней мере один элемент, у которого выходной сигнал является дискретным, называется дискретной САУ

Процесс преобразования непрерывного сигнала в дискретный называют квантованием сигнала. Различают:

- квантование по уровню
- квантование по времени
- квантование по уровню и времени

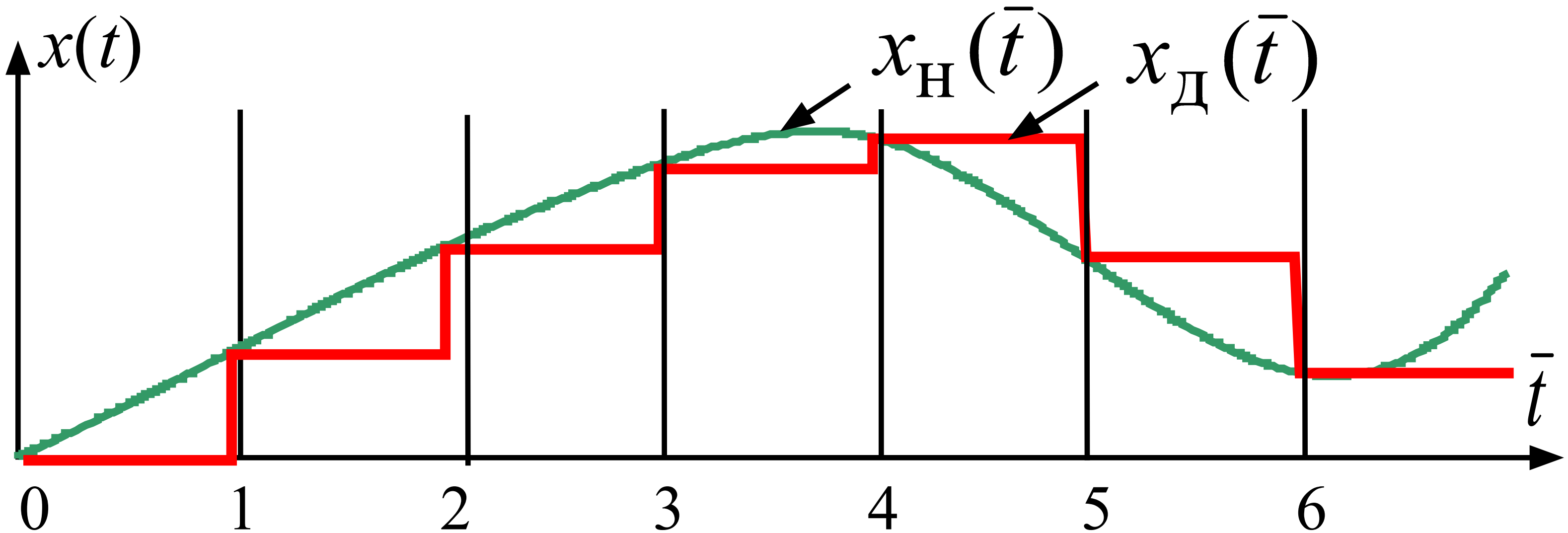
- При **квантовании по уровню** дискретный сигнал принимает значения непрерывного сигнала, соответствующие заданным уровням



Реализуется в **релейных** системах, которые применяются для управления объектами, имеющими повышенную инерцию

Неотъемлемое свойство релейных САУ – присутствие в них устойчивых автоколебаний

- При **квантовании по времени** дискретный сигнал принимает значения непрерывного в определенные, равно отстоящие друг от друга моменты времени. Величина отрезка между двумя соседними моментами изменения дискретного сигнала называется **периодом квантования** T



Относительное время

$$\bar{t} = \frac{t}{T}$$

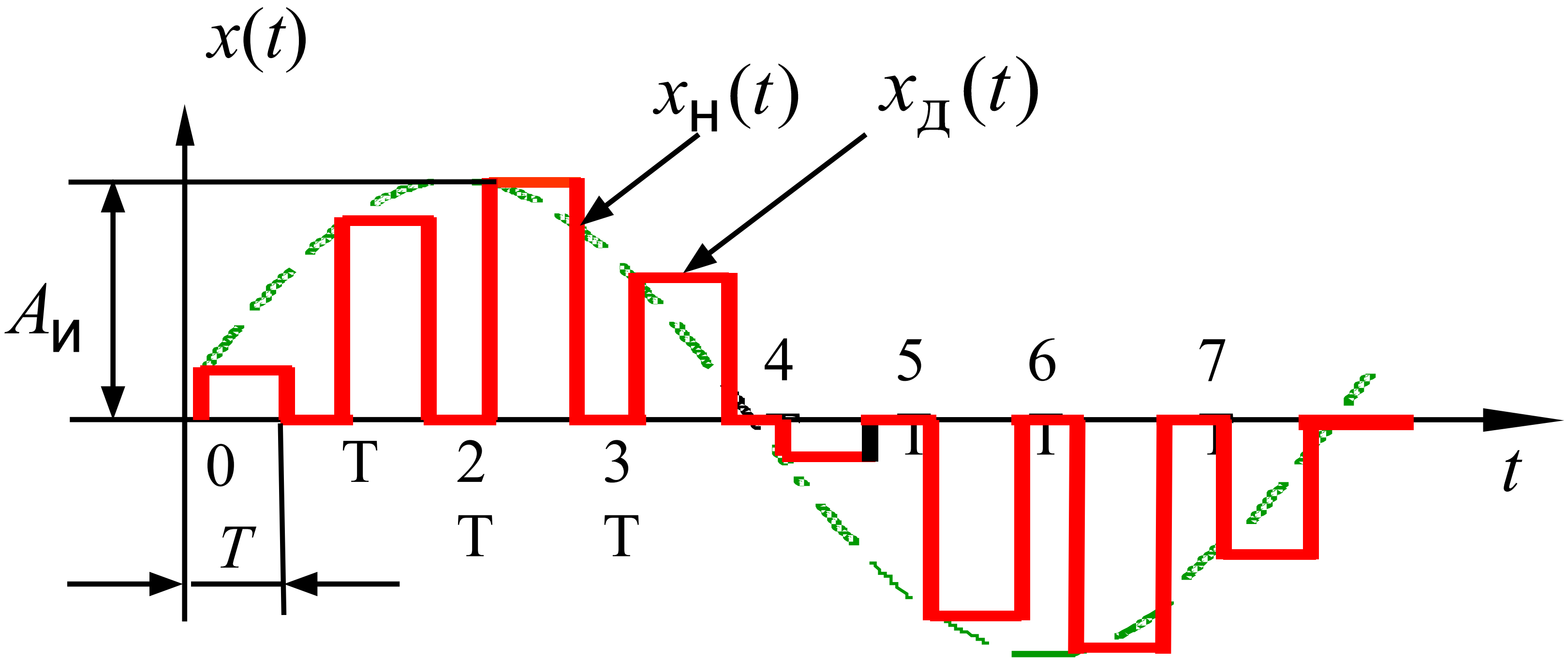
Квантование по времени осуществляется в **импульсных** системах

Процесс формирования непрерывного сигнала в последовательность импульсов называется модуляцией.

Различают:

- **Амплитудно-импульсную модуляцию (АИМ)**, при которой амплитуда импульсов изменяется в зависимости от величины квантуемого сигнала, а их длительность – постоянная величина

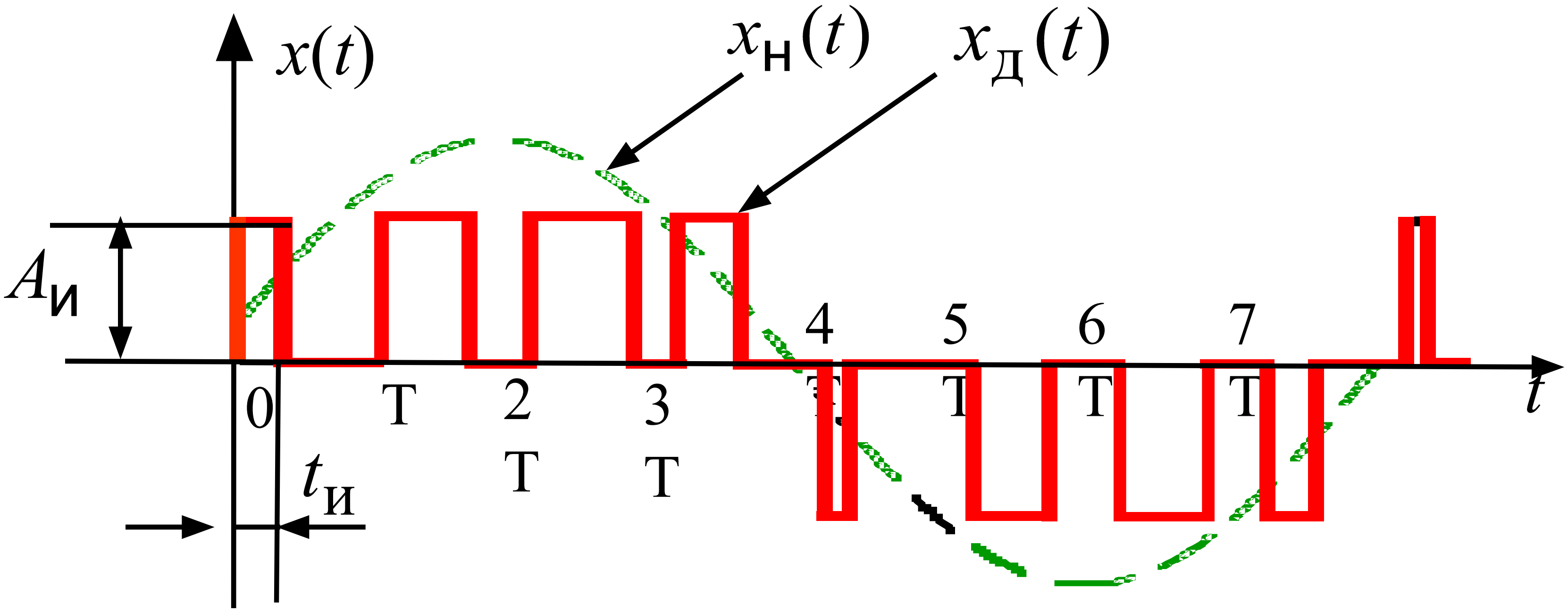
Если при этом на периоде квантования T амплитуда импульсов – постоянная величина $A_{\text{И}} = \text{const}$ то это – АИМ-1, если форма импульсов внутри периода квантования изменяется, то это – АИМ-2



- **Широтно-импульсная модуляция (ШИМ)**

При ней амплитуда импульсов всегда постоянна $A_и = \text{const}$ а их длительность $t_и$ изменяется в зависимости от величины модулируемого сигнала на периоде квантования

Относительная длительность импульса $\gamma = \dfrac{t_и}{T}$



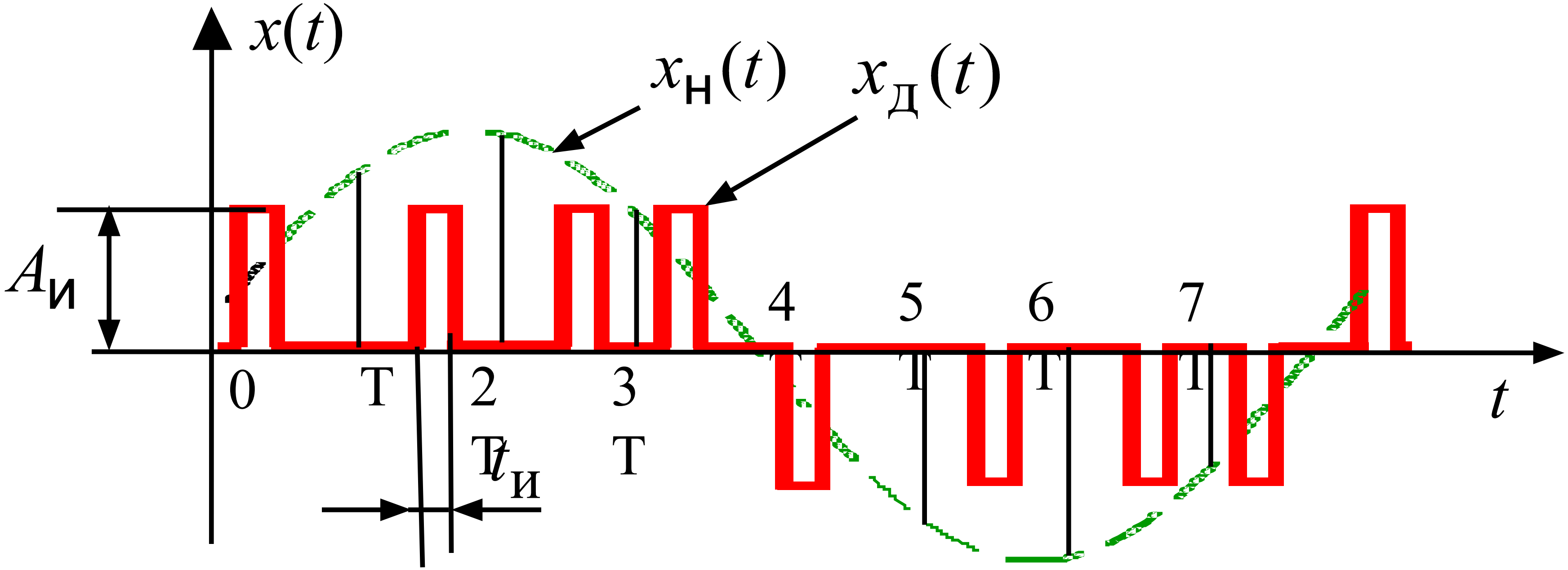
- **Время- импульсная модуляция (ВИМ)**.

При ней значению модулируемого сигнала в дискретные равноотстоящие моменты времени соответствует временной сдвиг импульса, фаза или частота повторения импульсов, т.е. $A_и = \text{const}$

$\gamma = \text{const}$

Различают:

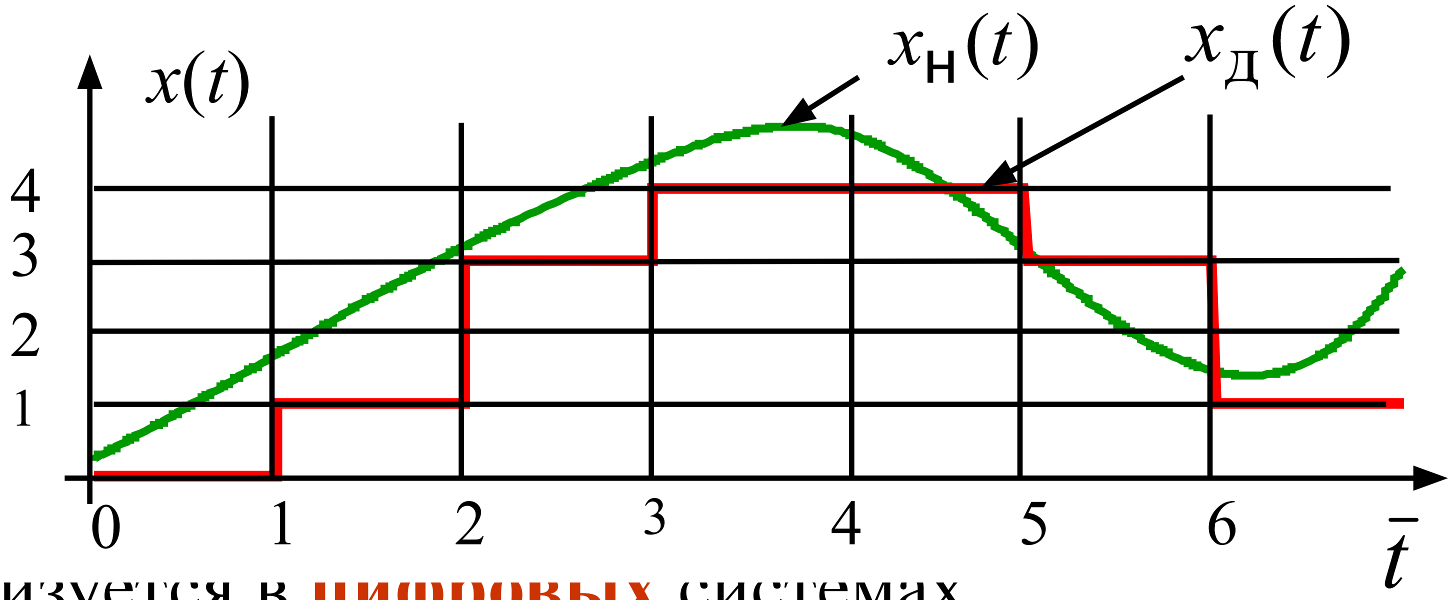
- фазо-импульсную модуляцию (ФИМ)
- частотно-импульсную модуляцию (ЧИМ)



Если при изменении полярности модулирующего сигнала может изменяться полярность импульсов то это – двухтактная модуляция, если не изменяется то это – однотактная модуляция

Импульсные системы бывают **линейными** и **нелинейными**. В линейных импульсных САУ линейными уравнениями описывается как непрерывная часть, так и импульсный элемент. Линейность импульсного элемента определяется линейностью его статической характеристики – зависимости модулируемого параметра от входного сигнала. Линейной является только статическая характеристика импульсного элемента, с помощью которого реализуется АИМ-1. Системы с другими типами модуляции (АИМ-2, ШИМ, ФИМ, ЧИМ) – нелинейные.

- Сигнал, **квантованный по времени и уровню**, принимает значения уровня непрерывного сигнала в дискретные, равно отстоящие друг от друга моменты времени



Реализуется в **цифровых** системах

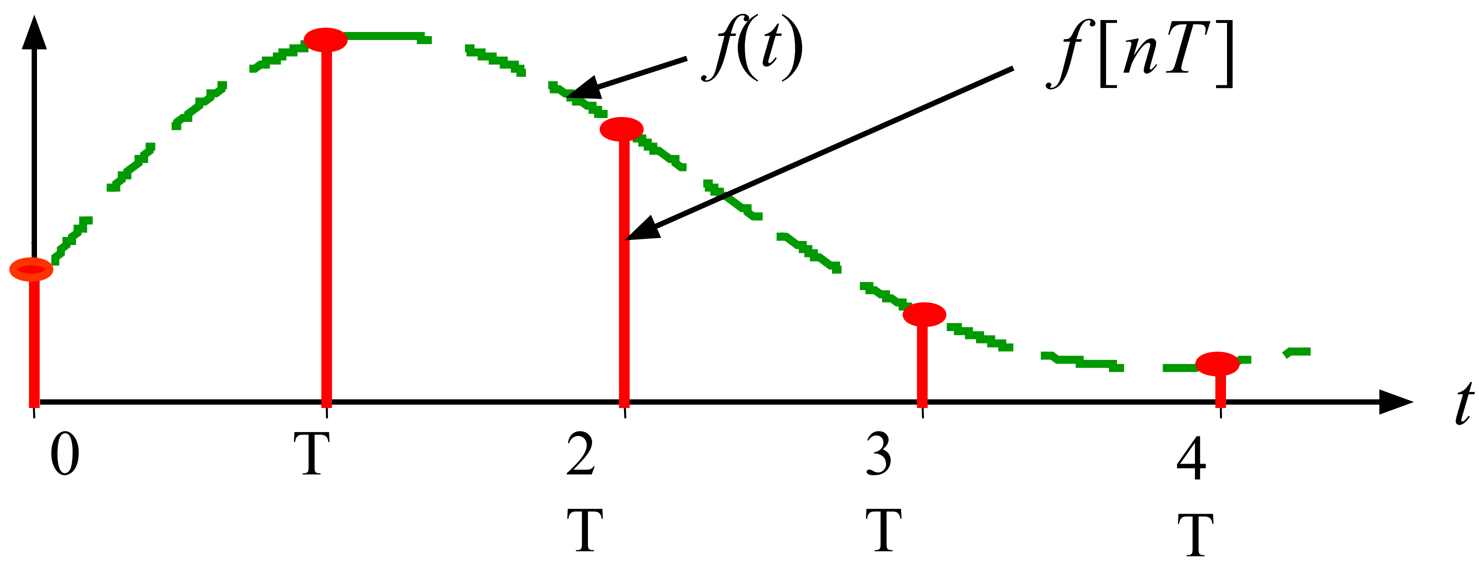
Цифровые системы, как и релейные – нелинейные и сводятся к импульсным при большом количестве уровней

ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ САУ С АИМ

Понятие решетчатой функции. Разности решетчатых функций и разностные уравнения

Функция, значения которой в дискретные, равноотстоящие друг от друга моменты времени равны значениям какой-либо непрерывной функции , а между этими значениями равны нулю, называется решетчатой

Решетчатую функцию обозначают символом $f[nT]$, где T – период квантования, n – произвольное положительное целое число

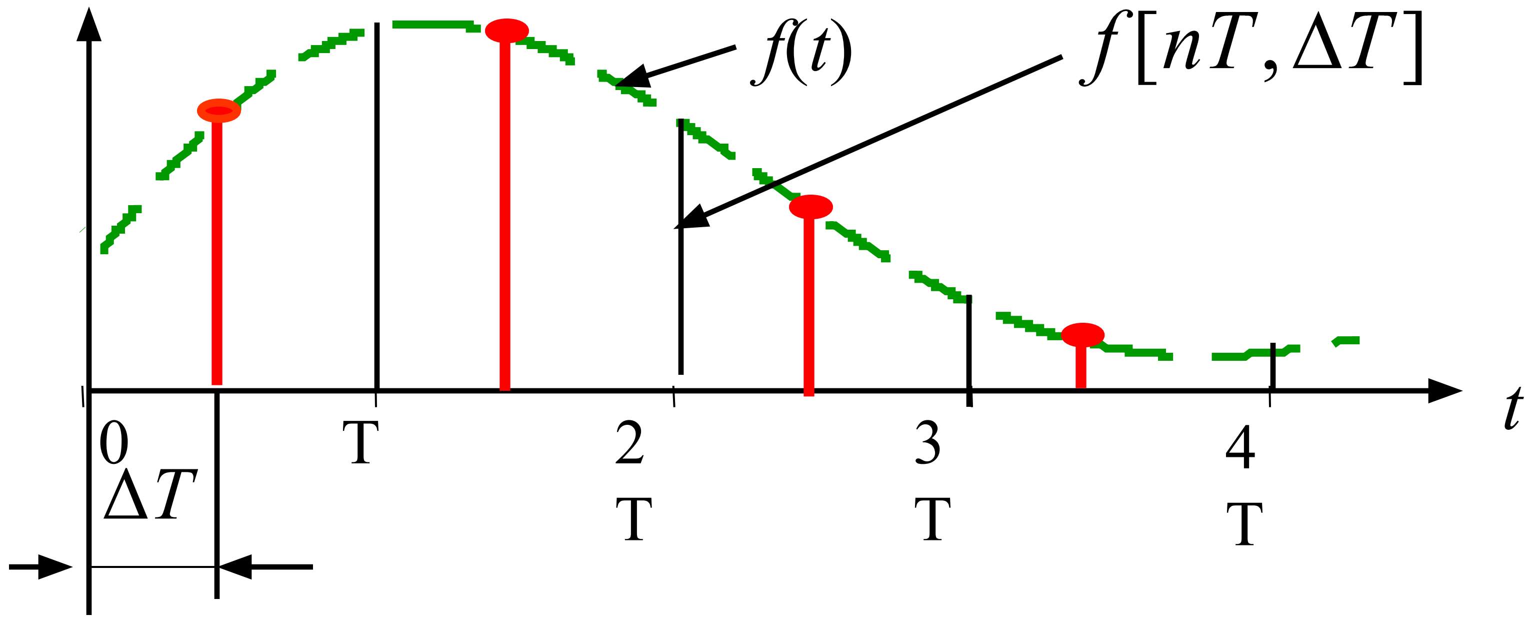


Любой непрерывной функции $f(t)$ будет соответствовать единственная решетчатая функция

$f[nT]$, но одной решетчатой функции может соответствовать множество непрерывных функций

Если в непрерывной функции положить $t = nT + \Delta t$, где $-T < \Delta t < T$, то этой функции будет соответствовать решетчатая функция $f[nT, \Delta t]$

Такие решетчатые функции называют смещёнными.



Смещённые решетчатые функции позволяют путём изменения смещения оценить поведение непрерывной функции внутри периода квантования

Если ввести относительное время $\bar{t} = \dfrac{t}{T}$, то непрерывная функция $f(t) = f(T \cdot \bar{t})$ или $f(\bar{t})$

Ей будет соответствовать решетчатая функция $f[n]$

Аналогично для относительного смещения $\varepsilon = \dfrac{\Delta t}{T}$ непрерывной функции $f(\bar{t} + \varepsilon)$ будет соответствовать смещённая решетчатая функция

$f[n, \varepsilon]$

Скорость изменения решетчатой функции характеризуется ее первой разностью, которая является аналогом первой производной для непрерывных функций

$$\Delta f[n] = f[n+1] - f[n]$$

По аналогии можно получить и более высокие разности:

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta^2 f[n] = \Delta f[n+1] - \Delta f[n],\\
&\Delta^3 f[n] = \Delta^2 f[n+1] - \Delta^2 f[n],\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots,\\
&\Delta^k f[n] = \Delta f^{(k-1)}[n+1] - \Delta^{(k-1)} f[n].
\end{aligned}\right\}$$

Соотношение между решетчатой функцией и ее разностями различных порядков определяет разностное уравнение. Если эти соотношения линейны, то такое разностное уравнение называется линейным

$$b_k \Delta^{(k)} y[n] + b_{k-1} \Delta^{(k-1)} y[n] + \cdots + b_1 \Delta y[n] + b_0 y[n] = f[n]$$

В импульсных системах разностные уравнения выполняют ту же роль, что и дифференциальные уравнения в непрерывных САУ

Дискретное преобразование Лапласа

Дискретное преобразование Лапласа является функциональным преобразованием решетчатых функций и определяется соотношением

$$F^*(q) = \sum_{n=0}^{\infty} f[n] e^{-qn}$$

или

$$F^*(q, \varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} f[n, \varepsilon] e^{-qn}$$

где $q = \sigma + j\overline{\omega} = pT$ – параметр преобразования

Оно является полным аналогом преобразования Лапласа для непрерывных функций:

$$F(q) = \mathbf{L}\{f(\bar{t})\} = \int_0^{\infty} f(\bar{t}) e^{-q\bar{t}} d\bar{t}$$

Символьная запись дискретного преобразования Лапласа

$$F^*(q) = \mathbf{D}\{f[n]\} \qquad F^*(q,\varepsilon) = \mathbf{D}\{f[n,\varepsilon]\}$$

Дискретное преобразование Лапласа устанавливает соответствие между решетчатой функцией $f[n,\varepsilon]$ и функцией $F^*(q,\varepsilon)$ комплексной переменной q.

При этом $f[n,\varepsilon]$ – оригинал

$F^*(q,\varepsilon)$ – изображение

Изображения, полученные с помощью дискретного преобразования Лапласа, будут содержать трансцендентный множитель – функцию вида e^{-nq}

Если r – любое целое число, то

$$e^{q+2\pi jr} = e^{q}\left(\cos 2\pi r + j\sin 2\pi r\right) = e^{q}\left(1 + j0\right) = e^{q}$$

Следовательно,

$$F^*(q + 2\pi jr) = F^*(q)$$

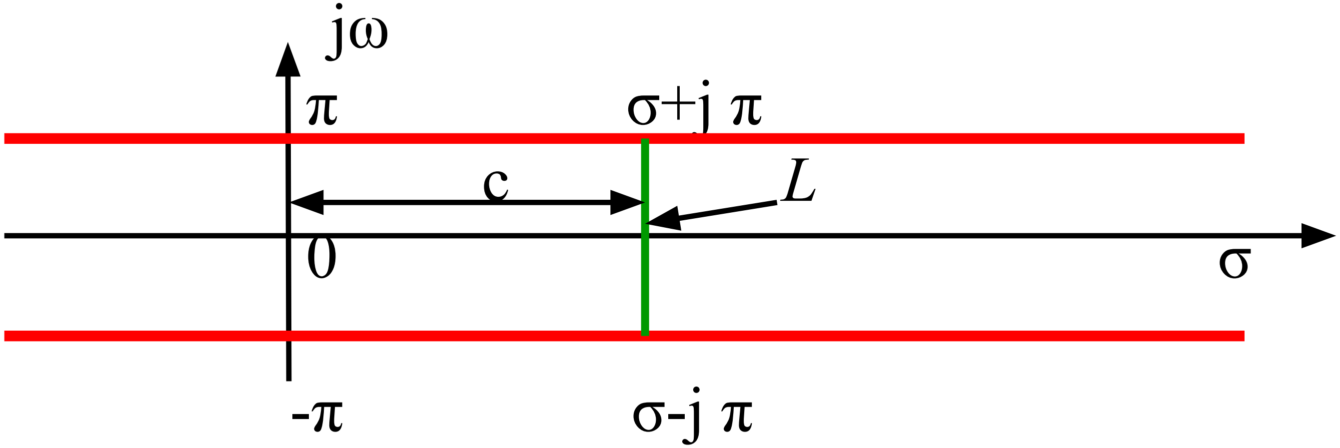
и изображение $F^*(q)$ – это периодическая функция вдоль мнимой оси комплексной плоскости $q = \sigma + j\overline{\omega}$ с периодом 2π и её можно рассматривать в полосе

$-\pi < \operatorname{Im} q < \pi$ или $-\pi < \overline{\omega} < \pi$

Обратное дискретное преобразование Лапласа

$$f[n] = \frac{1}{2\pi j} \int\limits_{\sigma - j\pi}^{\sigma + j\pi} F^*(q) e^{qn} dq$$

$$f[n, \varepsilon] = \frac{1}{2\pi j} \int\limits_{\sigma - j\pi}^{\sigma + j\pi} F^*(q, \varepsilon) e^{qn} dq$$



Если особые точки q_ν изображения $F^*(q)$ расположены правее прямой $\boldsymbol{L}$, то вычисление интеграла можно произвести через вычеты:

$$f[n] = \frac{1}{2\pi j} \int\limits_{\sigma - j\pi}^{\sigma + j\pi} F^*(q) e^{qn} dq = 2\pi j \sum_{q=q_\nu} \operatorname{Res}\left[F^*(q) e^{q(n-1)}\right]$$

Свойства дискретного преобразования Лапласа аналогичны свойствам преобразования Лапласа для непрерывных функций

Z-преобразование

Под **z-преобразованием** понимают преобразование вила

$$F^*(z) = \mathbf{Z}\{f[n]\} = \sum_{n=0}^{\infty} f[n] z^{-n}$$

или

$$F^*(z,\varepsilon) = \mathbf{Z}\{f[n,\varepsilon]\} = \sum_{n=0}^{\infty} f[n,\varepsilon] z^{-n}$$

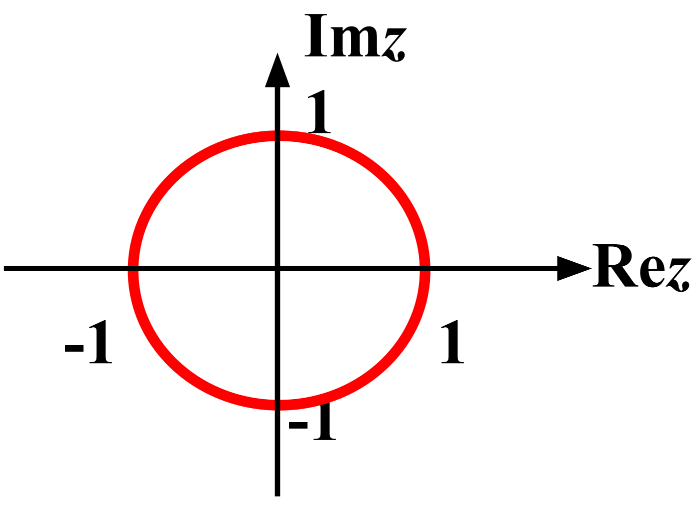
Функции $F^*(z)$ и $F^*(z,\varepsilon)$ можно рассматривать как **главную часть ряда Лорана**, коэффициенты которого равны решетчатым функциям

Z-преобразование получается из дискретного преобразования Лапласа путем замены множителя e^{q} на z^{n}

Обратное Z-преобразование

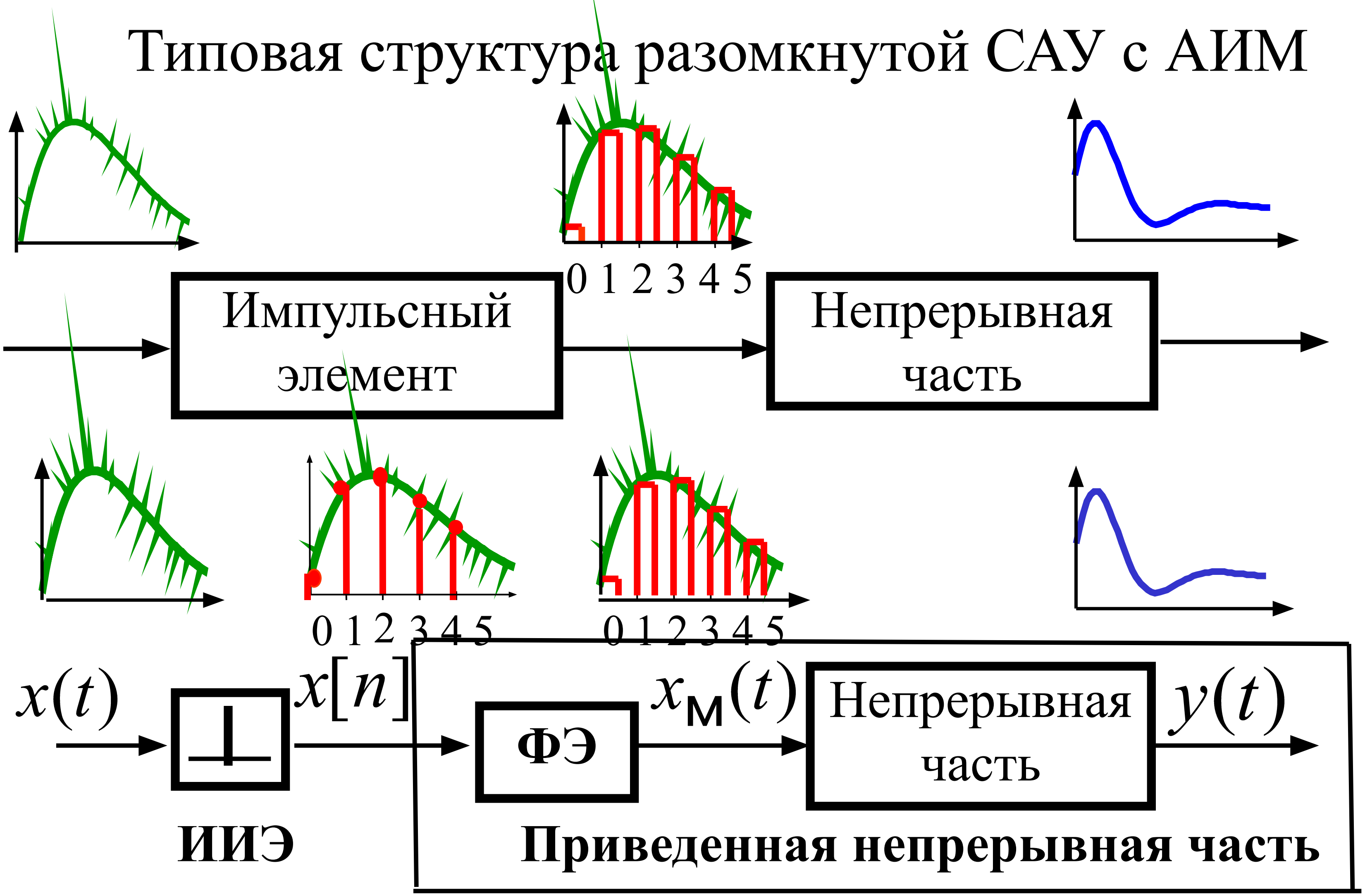
$$f[n] = \boldsymbol{Z}^{-1}\{f[n]\} = \frac{1}{2\pi j}\oint_{\Gamma} F^*(z)z^{-n+1}dz$$

Здесь Г –окружность единичного радиуса с центром в начале координат



Передаточные функции разомкнутых систем с АИМ

Типовая структура разомкнутой САУ с АИМ



Здесь:

- **ИИЭ** – идеальный импульсный элемент
- **ФЭ** – формирующий элемент

На выходе ИИЭ в моменты времени $t = nT$ производится решетчатая функция $x[n]$, значения которой пропорциональны значениям непрерывной функции $x(t)$ в указанные моменты времени. Формирующий элемент вырабатывает на своем выходе из последовательности мгновенных импульсов импульсы заданной формы. При АИМ-1 на выходе формирующего элемента при $\bar{t} = n$ воспроизводятся прямоугольные импульсы с амплитудой $k_{\text{и}}$ и длительностью $t_{\text{и}} = \gamma T$

Импульсная переходная характеристика такого формирующего элемента

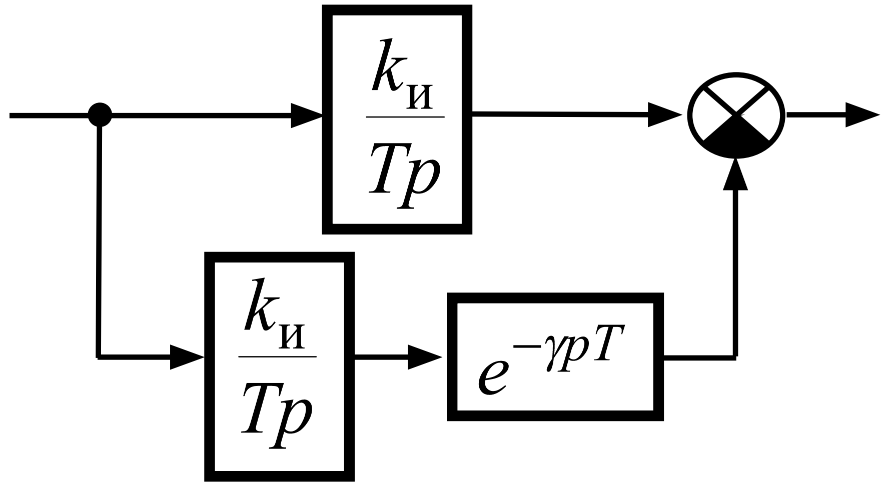
$$w(\bar{t}) = \begin{cases} k_{\text{и}} \cdot 1(\bar{t}) \quad \text{при} \quad 0 \le t < \gamma, \\ k_{\text{и}} \cdot [1(\bar{t}) - 1(\bar{t} - \gamma)] \ \text{при} \ t \ge \gamma, \end{cases}$$

а его передаточная функция

$$W_{\text{ф}}(q) = \mathbf{L}\{w(\bar{t})\} = k_{\text{и}} \frac{1 - e^{-\gamma q}}{q} \qquad (q = pT)$$

Такой формирующий элемент, называется **фиксатором (экстраполятором) нулевого порядка** и его можно представить следующей структурной схемой

Структурная схема фиксатора нулевого порядка



Поскольку передаточные функции формирующего элемента и непрерывной части описываются обычным преобразование Лапласа, то их последовательное соединение обычно называют **приведенной непрерывной частью**

Передаточная функция разомкнутой САУ с АИМ

$$W_{\text{р}}^{*}(q,\varepsilon)=\frac{Y^{*}(q,\varepsilon)}{X^{*}(q)}$$

В то же время, если $W_{\text{пнч}}(q)$ – передаточная функция приведённой непрерывной части, то, зная ее, можно определить соответствующее ей изображение

$W_{\text{пнч}}(q,\varepsilon)$ с помощью так называемого $\overline{\mathbf{D}}$ – преобразования , устанавливающего связь между изображениями для непрерывных и дискретных функций. Следовательно

$$W_{\text{р}}^{*}(q,\varepsilon)=W_{\text{пнч}}(q,\varepsilon)=\overline{\mathbf{D}}\left\{W_{\text{пнч}}(q,\varepsilon)\right\}$$

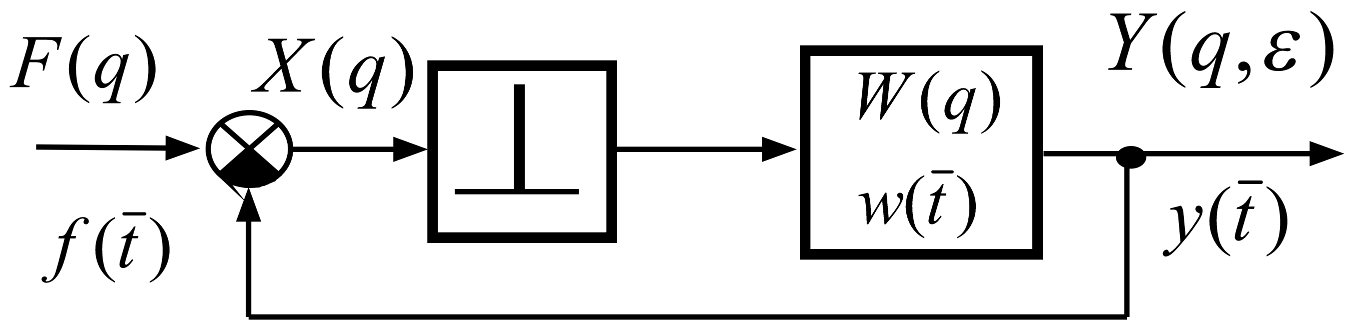
Таким образом, **передаточная функция разомкнутой системы с АИМ равна передаточной функции ее приведенной непрерывной части в смысле дискретного преобразования Лапласа**

Следует отметить, что в соответствии с теоремой умножения изображения на $e^{-\gamma q}$ (это множитель возникает при умножении передаточной функции непрерывной части на передаточную функцию формирующего элемента)

$$\overline{\mathbf{D}}\left\{e^{-\gamma q}F(q)\right\}=\begin{cases}e^{-q}F^*(q,1+\varepsilon-\gamma) & \text{при} \quad 0\le\varepsilon\le\gamma,\\ F^*(q,\varepsilon-\gamma) & \text{при} \quad \gamma\le\varepsilon\le 1.\end{cases}$$

передаточная функции системы с АИМ будет состоять из двух выражений – на период действия импульса и на его отсутствие

Замкнутые импульсные системы можно привести к системе, состоящей из идеального импульсного элемента и приведенной непрерывной части (ПНЧ), включающей формирующий элемент и непрерывную часть



Можно доказать, что передаточная функция такой системы

$$W_{з}^{*}(q,\varepsilon) = \frac{W_{р}^{*}(q,\varepsilon)}{1 + W_{р}^{*}(q)}$$

и являются дробно-рациональными функциями относительно z

Частотные характеристики систем с АИМ

Поскольку изображение $F^*(q)$ представляет собой периодическую функцию вдоль мнимой оси комплексной плоскости $q = \sigma + j\overline{\omega}$ с периодом 2π, то передаточные функции систем с АИМ будут также являться периодическими функциями с периодом 2π, т.е.

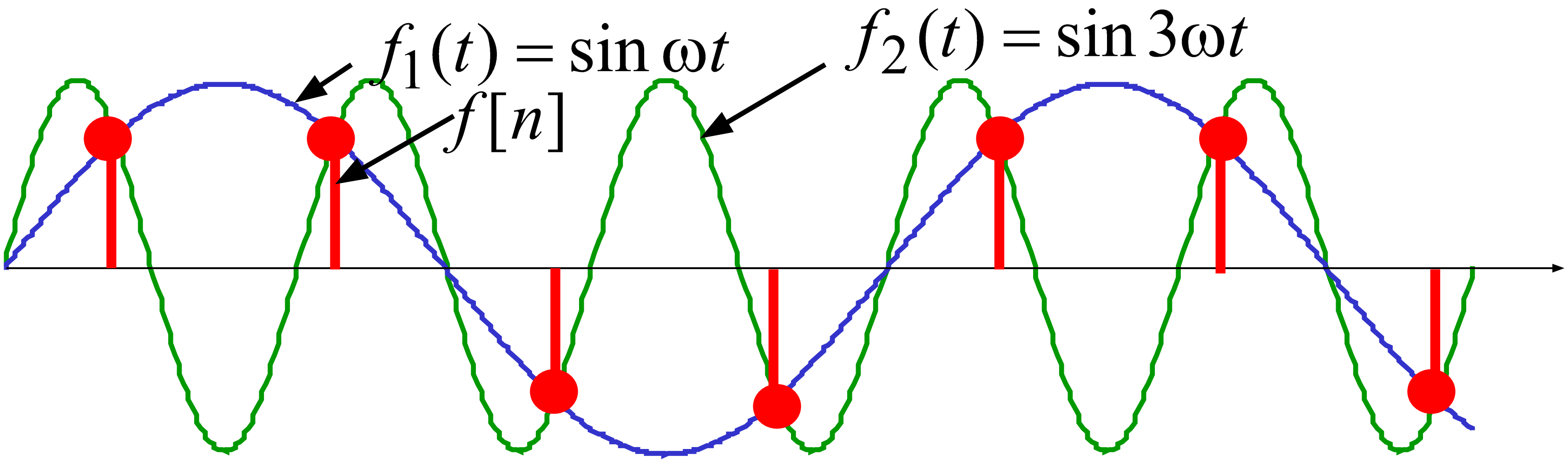
$$W_{р}^{*}(q + 2\pi jr, \varepsilon) = W_{р}^{*}(q, \varepsilon) \qquad W_{з}^{*}(q + 2\pi jr, \varepsilon) = W_{з}^{*}(q, \varepsilon)$$

Амплитудно-фазовые частотные характеристики (АФЧХ) импульсных систем получаются путем замены в передаточных функциях параметра q на переменную $j\overline{\omega}$, где $\overline{\omega} = \omega T$ – безразмерная относительная частота. Следовательно

АФЧХ

$$\left.\begin{array}{l} W_{\text{р}}^{*}(j\overline{\omega}+2\pi jr,\varepsilon)=W_{\text{р}}^{*}(j\overline{\omega},\varepsilon), \\ W_{\text{з}}^{*}(j\overline{\omega}+2\pi jr,\varepsilon)=W_{\text{з}}^{*}(j\overline{\omega},\varepsilon), \end{array}\right\}$$

т.е. **частотные характеристики систем с АИМ являются периодическими функциями относительной частоты** $\overline{\omega}$



Это основное свойство частотных характеристик

Другие свойства частотных характеристик САУ с АИМ:

- Зависимость частотных характеристик от ε, обычно строят характеристики для $\varepsilon = 0$
- Вещественная частотная характеристика (ВЧХ) – чётная функция частоты $\overline{\omega}$, мнимая частотная характеристика (МЧХ) – нечётная функция, поэтому частоту изменяют в диапазоне $0 \le \overline{\omega} \le \pi$
- При уменьшении периода квантования (увеличении частоты квантования) частотные характеристики импульсных систем приближаются к частотным характеристикам непрерывных систем

УСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМ С АИМ

Функция $y[n,\varepsilon]$, определяющая закон изменения выходной величины в САУ с АИМ, в общем случае может быть представлена в виде

$$y[n,\varepsilon] = y_{\text{в}}[n,\varepsilon] + \sum_{i=i}^{m} g_i(\varepsilon)e^{\tilde{q}_i n}$$

где $g_i(\varepsilon)e^{\tilde{q}_i n}$ – вычеты в полюсах $\tilde{q}_i$ передаточной функции замкнутой системы $W_{\text{з}}^*(q,\varepsilon)$, $y_{\text{в}}[n,\varepsilon]$ – вынужденная составляющая переходного процесса и определяется видом внешнего воздействия $f[n]$

Составляющая

$$y_{\text{П}}[n,\varepsilon]=\sum_{i=i}^{m} g_i(\varepsilon)e^{\tilde{q}_i n} \qquad (*)$$

определяет характер переходного процесса и называется переходной составляющей

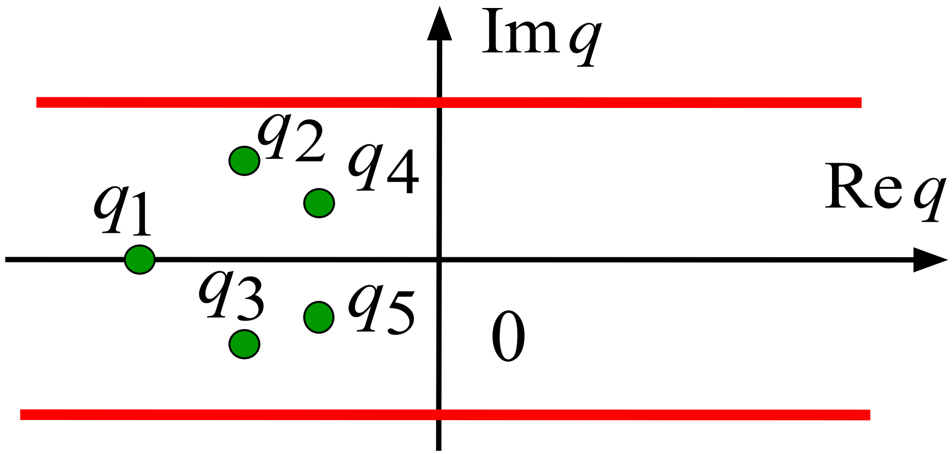
Если при $\varepsilon = \text{const}$ $\lim\limits_{n\to\infty} y_{\text{П}}[n,\varepsilon]=0$, то система с АИМ называется устойчивой

Если $\lim\limits_{n\to\infty} y_{\text{П}}[n,\varepsilon]=\infty$, то система будет неустойчивой

Если $\lim\limits_{n\to\infty} y_{\text{П}}[n,\varepsilon]=C$, то САУ с АИМ называется нейтральной или находящейся на границе устойчивости

- Очевидно, что, если полюсы $\widetilde{q}_i$ передаточной функции замкнутой системы будут иметь отрицательные вещественные части, то при $n \to \infty$ все слагаемые в (*) будут стремиться к нулю и система будет устойчивой
- Если хотя бы один полюс передаточной функции замкнутой системы будет иметь положительную вещественную часть, то соответствующее ему слагаемое будет неограниченно нарастать, и система станет неустойчивой
- Если хотя бы один из полюсов будет иметь вещественную часть, равную нулю, а вещественные части остальных полюсов будут отрицательными, то система будет находиться на границе устойчивости

Таким образом, **для того чтобы САУ с АИМ была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы все полюсы ее передаточной функции имели отрицательные вещественные части, т.е. располагались в левой части полосы комплексной плоскости**



Вывод: при описании САУ с АИМ дискретным преобразованием Лапласа, то необходимое и достаточное условие ее устойчивости аналогично такому же условию для линейных непрерывных систем. Отличие – полоса $-\pi < \operatorname{Im} q \leq \pi$

Если САУ описано с помощью модифицированного *z*-преобразования путём замены $e^{q} = z$, т.е. передаточная функция замкнутой системы принимает вид

$$W_{з}^{*}(z,\varepsilon) = \frac{B_{з}^{*}(z,\varepsilon)}{A_{з}^{*}(z)}$$

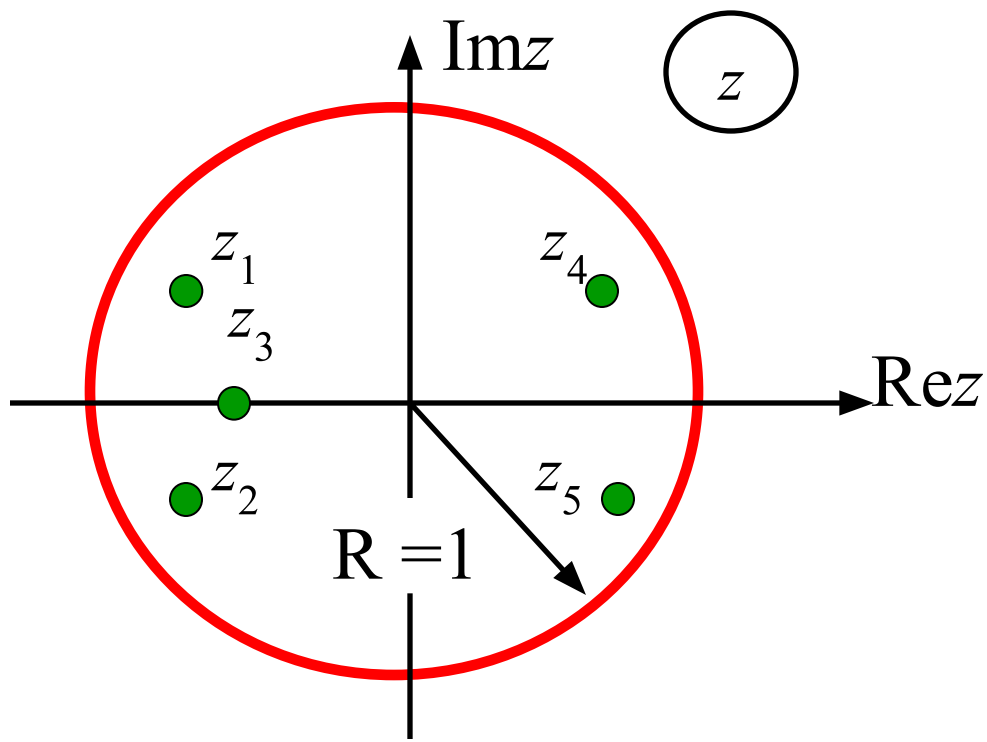
где $B_{з}^{*}(z,\varepsilon) = b_{k}(\varepsilon)z^{k} + b_{k-1}(\varepsilon)z^{k-1} + \cdots + b_{1}(\varepsilon)z + b_{0}(\varepsilon)$

$$A_{з}^{*}(z) = a_{m}z^{m} + a_{m-1}z^{m-1} + \cdots + a_{1}z + a_{0}$$

то условия устойчивости САУ с АИМ будут другими

Преобразование $e^{q} = z$ отображает полосу $-\pi < \operatorname{Im} q \leq \pi$ на плоскость *z* причем отрезок мнимой оси $q = j\overline{\omega} = j\operatorname{Im}(q)$ отображается в окружность единичного радиуса с центром в начале координат

Поэтому для устойчивой САУ с АИМ необходимо и достаточно, чтобы все полюсы передаточной функции $W_з^*(z,\varepsilon)$ **располагались бы внутри круга единичного радиуса** $|z|<1$, а сама окружность $|z|=1$ **будет являться границей устойчивости**



Анализ устойчивости систем с АИМ

- **Аналог критерия Гурвица**

Применяется при описании САУ модифицированным z-преобразованием

Характеристический полином САУ

$$A_{з}^{*}(z) = a_m z^m + a_{m-1} z^{m-1} + \cdots + a_1 z + a_0$$

Т.к. корни этого полинома в устойчивой САУ должны располагаться внутри круга $|z|<1$, то критерий Гурвица напрямую применять нельзя. Потому окружность $|z|=1$ преобразуют в левую полуплоскость с помощью **w-преобразования**

$$z = \frac{w+1}{w-1} \quad \text{или} \quad w = \frac{z+1}{z-1}$$

Тогда характеристически полином примет вид

$$A_3^*\left(\frac{w+1}{w-1}\right)=a_m\left(\frac{w+1}{w-1}\right)^m+a_{m-1}\left(\frac{w+1}{w-1}\right)^{m-1}+\cdots+a_1\frac{w+1}{w-1}+a_0$$

или

$$c_m w^m+c_{m-1}w^{m-1}+\cdots+c_1 w+c_0=0$$

где c_j – постоянные коэффициенты

Замкнутая система с АИМ будет устойчива, если выполнены неравенства Гурвица

$$c_j>0 \qquad \Delta_k>0 \qquad (k=1,2,\ldots,m-1)$$

где Δ_k – определители, образуемые вычеркиванием k строк и столбцов в таблице (миноры определителя Гурвица)

Миноры определителя Гурвица

$$\begin{array}{lcccc} \Delta_1 & c_{m-1} & c_{m-3} & c_{m-5} & \cdots \\ \Delta_2 & c_m & c_{m-2} & c_{m-4} & \cdots \\ \Delta_3 & 0 & c_{m-1} & c_{m-3} & \cdots \end{array}$$

На границе устойчивости

$$\Delta_m = c_0 \Delta_{m-1} = 0$$

- **Пример**: пусть $m = 1$, тогда $A_з^*(w) = c_1 w + c_0$, причём

$$c_1 = a_1 + a_0 \qquad c_0 = a_1 - a_0$$

Условия устойчивости САУ:

$$\left.\begin{aligned} c_1 &= a_1 + a_0 > 0, \\ c_2 &= a_1 - a_0 > 0. \end{aligned}\right\}$$

- **Аналог критерия Михайлова**

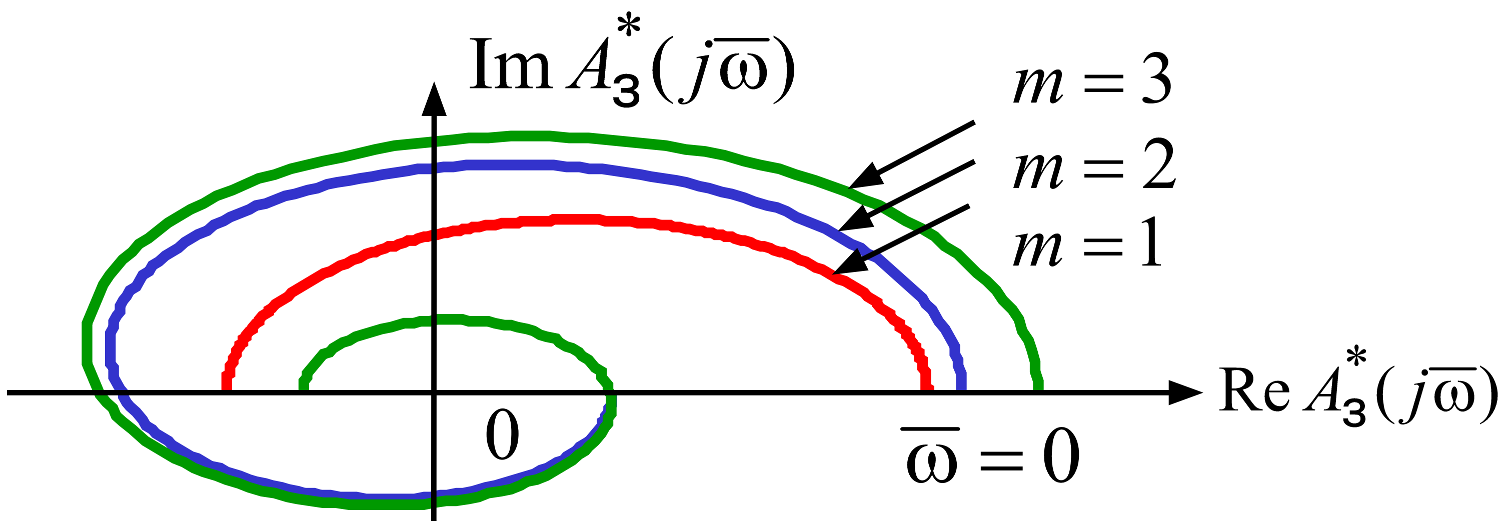
При исследовании устойчивости САУ с АИМ с помощью аналога критерия Михайлова в характеристическом полиноме

$$A_{\mathbf{з}}^{*}(q) = a_m e^{mq} + a_{m-1} e^{(m-1)q} + \cdots + a_1 e^{q} + a_0$$

производят замену оператора дискретного преобразования Лапласа $\boldsymbol{q}$ на переменную $j\overline{\omega}$ и на комплексной плоскости строят характеристическую кривую

$$A_{з}^{*}(j\overline{\omega}) = a_m e^{j\overline{\omega}m} + a_{m-1}e^{j\overline{\omega}(m-1)} + \cdots + a_1 e^{j\overline{\omega}} + a_0 =$$
$$= U(\overline{\omega}) + jV(j\overline{\omega}).$$

Замкнутая система с АИМ будет устойчива, если при возрастании от 0 до π характеристическая кривая обходит последовательно в положительном направлении 2*m* квадрантов комплексной плоскости, где *m* – степень характеристического полинома.



Граница устойчивости системы определяется совокупностью параметров, при которых характеристическая кривая проходит через начало координат, т.е. на границе устойчивости

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Re} A(j\overline{\omega}) = U_3^*(\overline{\omega}) = 0, \\ \operatorname{Im} A(j\overline{\omega}) = V_3^*(\overline{\omega}) = 0. \end{aligned}\right\}$$

Значение частоты $\overline{\omega}$ при котором выполняется эта система уравнений, определяет граничную частоту

- **Аналог критерия Найквиста**

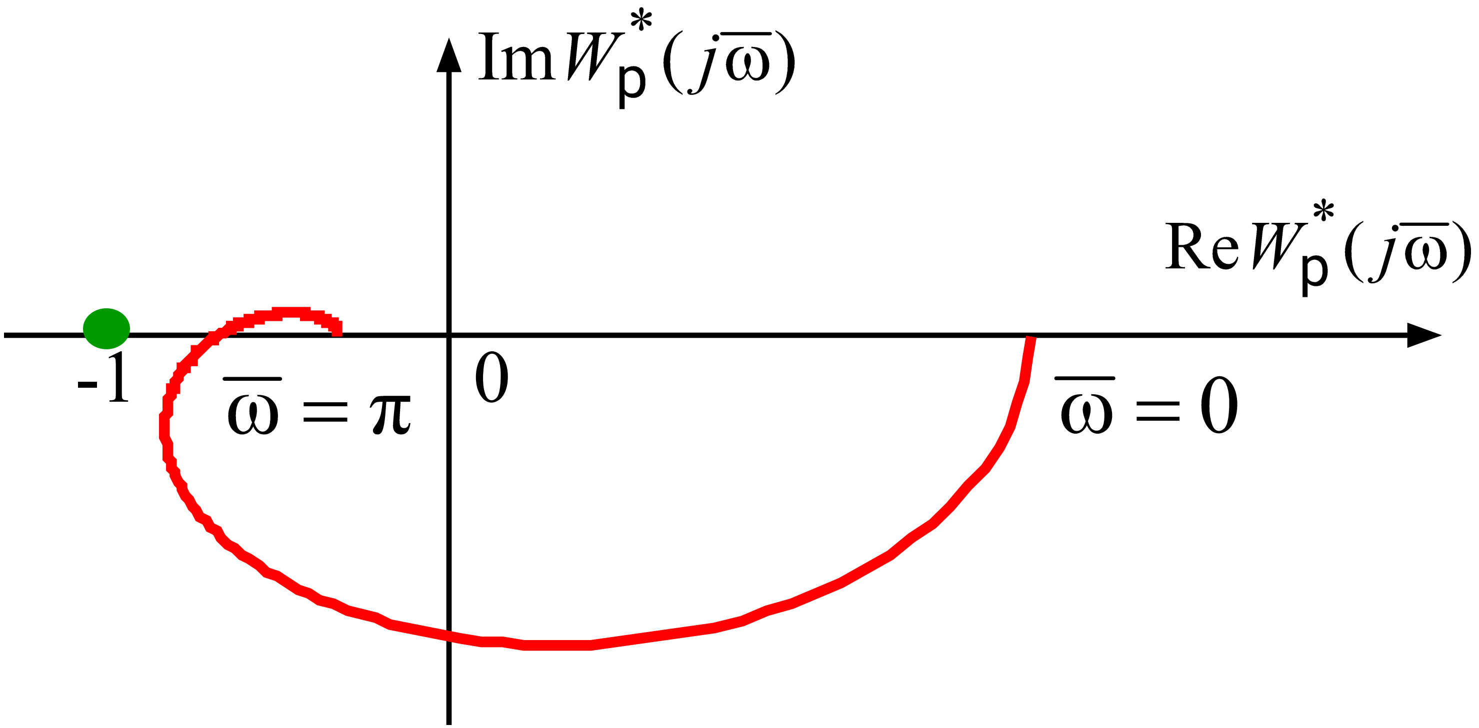
Используется амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) разомкнутой системы

$$W_{\text{р}}^{*}(j\overline{\omega},0)=W_{\text{р}}^{*}(j\overline{\omega})$$

Критерий устойчивости формулируется следующим образом

Для того чтобы замкнутая система с АИМ, непрерывная часть которой устойчива, была устойчивой необходимо и достаточно, чтобы годограф АФЧХ разомкнутой системы $W_{\text{р}}^{*}(j\overline{\omega})$ при возрастании $\overline{\omega}$ от 0 до π не охватывал точку с координатами $\left(-1, j0\right)$

Годограф АФЧХ устойчивой САУ



На границе устойчивости

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Re} W_{\text{р}}^{*}(j\overline{\omega}) &= -1, \\ \operatorname{Im} W_{\text{р}}^{*}(j\overline{\omega}) &= 0. \end{aligned}\right\}$$

Удаление годографа от точки $(-1, j0)$ характеризует запасы устойчивости по фазе и амплитуде (модулю, усилению).

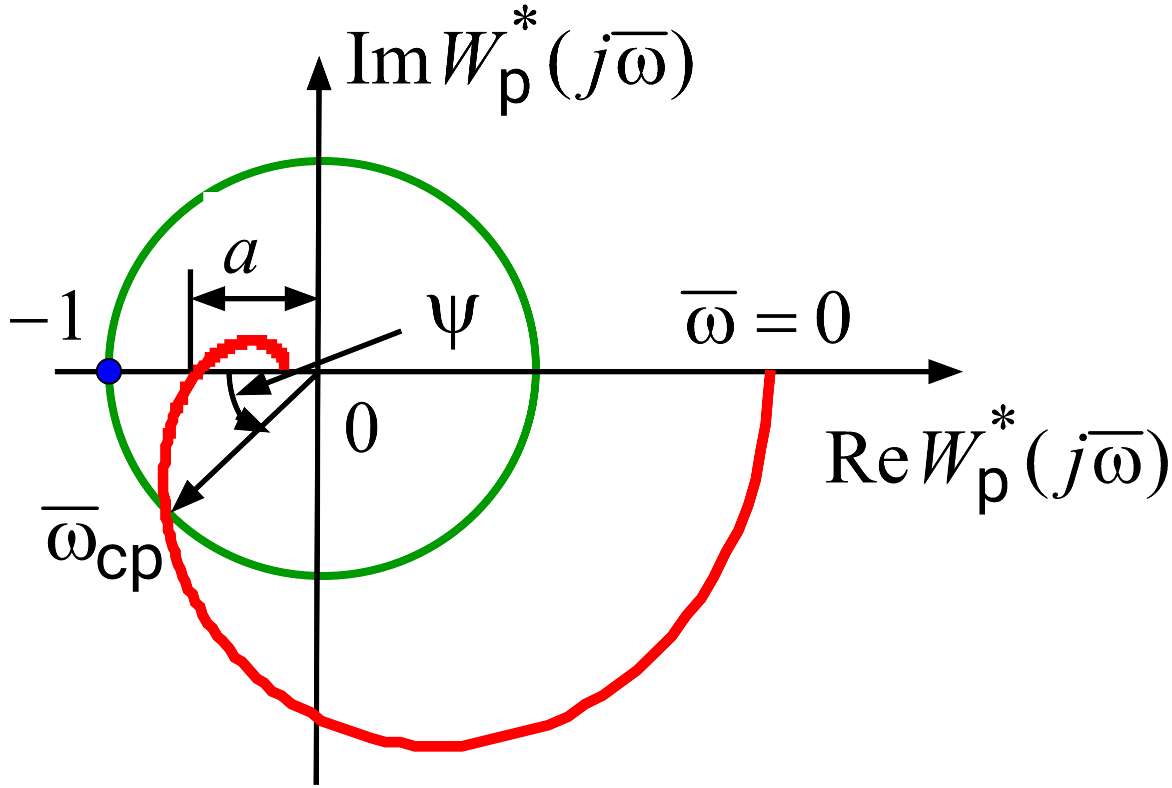
- **Запас устойчивости по фазе** определяется как величина угла $\psi = \varphi^*(\overline{\omega}) + \pi$ для частоты среза $\overline{\omega}_{\text{ср}}$, при которой

$$\left|W_{\text{р}}^*(j\overline{\omega})\right| = 1$$

- **Запас устойчивости по амплитуде (модулю, усилению)** определяется как величина, обратная модулю АФЧХ

$$a = \frac{1}{\left|W_{\text{р}}^*(j\overline{\omega})\right|}$$

для частоты, на которой $\varphi^*(\overline{\omega}) = -\pi$



Частоты, при которых $\varphi^{*}(\overline{\omega})=-\pi$, называют критическими, а частоту, при которой определяется запас устойчивости по амплитуде, называют граничной. Если критическая частота одна, то она является граничной