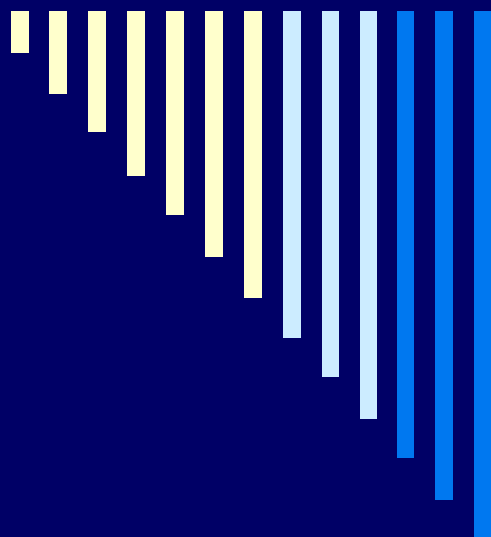
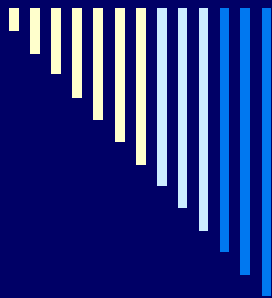


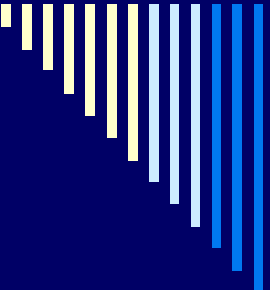


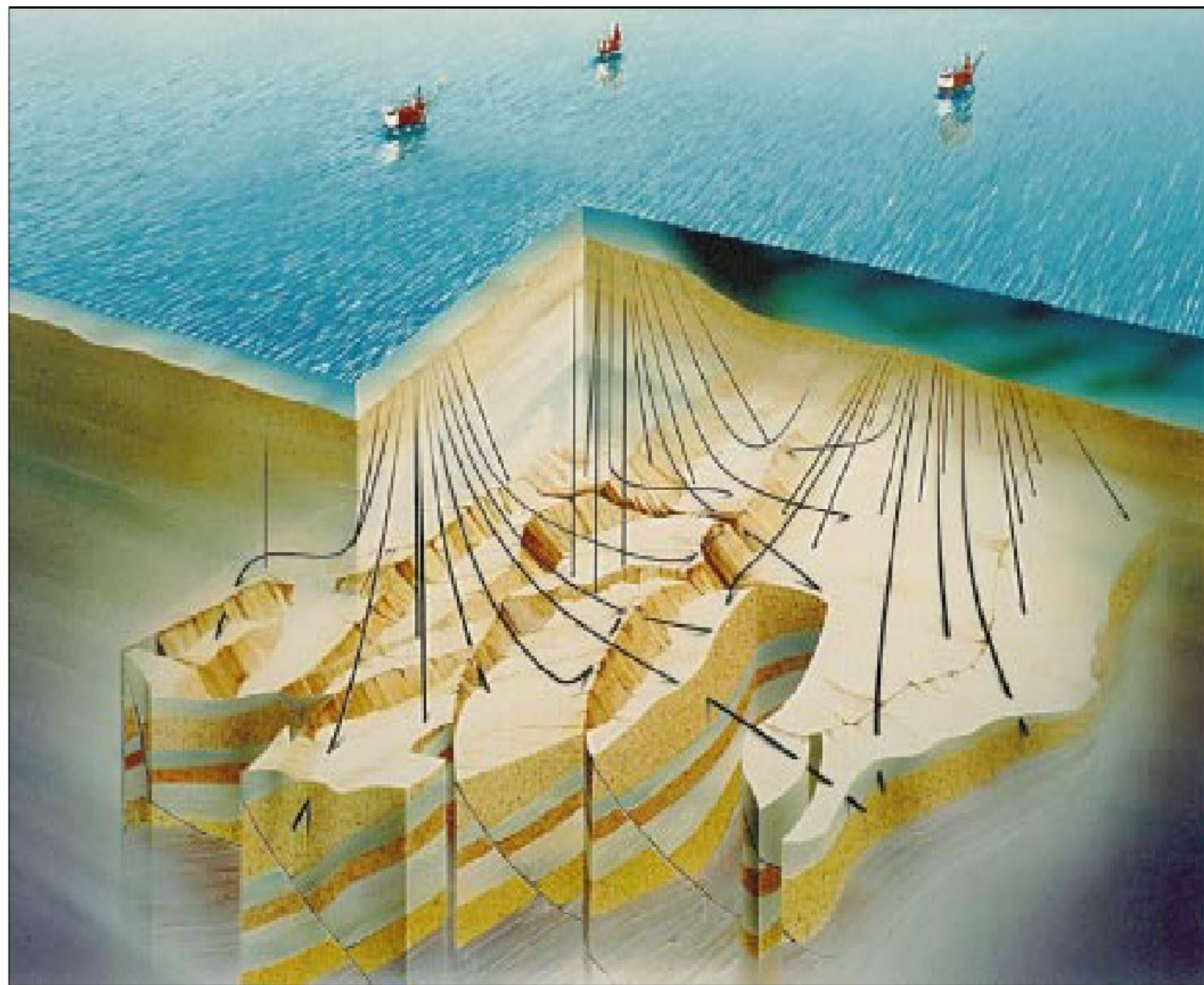
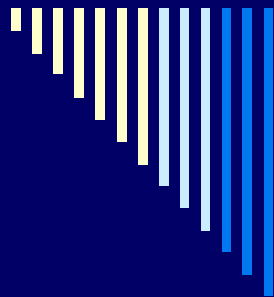
ВВЕДЕНИЕ В ГЕОМЕХАНИКУ МЕСТОРОЖДЕНИЙ УГЛЕВОДОРОДОВ

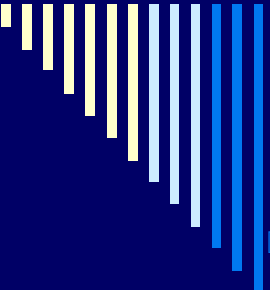
Семестровый курс
Лекция 6



- Применение алгоритмов нелинейной динамики при анализе геомеханических процессов.
- Временные ряды сейсмических наблюдений. Представление сейсмического режима в фазовом пространстве. Фазовая точка и фазовая траектория.
- Динамические системы и их устойчивость. Аттракторы, их типы и физический смысл. Фрактальная размерность аттракторов. Бифуркации. Инерциальные многообразия. Параметры порядка.

- 
- Реконструкция аттракторов по временным рядам. Теорема Такенса. Метод Грасбергера – Прокачи оценки размерности аттракторов.
 - Прогнозные возможности методов нелинейной динамики при анализе временных рядов и пространственно распределенных событий.
 - Практическое применение методов обработки данных пассивного сейсмического мониторинга для поиска и оптимизации разработки месторождений углеводородов. Выявление активных тектонических разломов. Взаимосвязь между сейсмической активностью и параметрами эксплуатации месторождения нефти. Опыт анализа микросейсмов при поиске месторождений газа.





Временные ряды

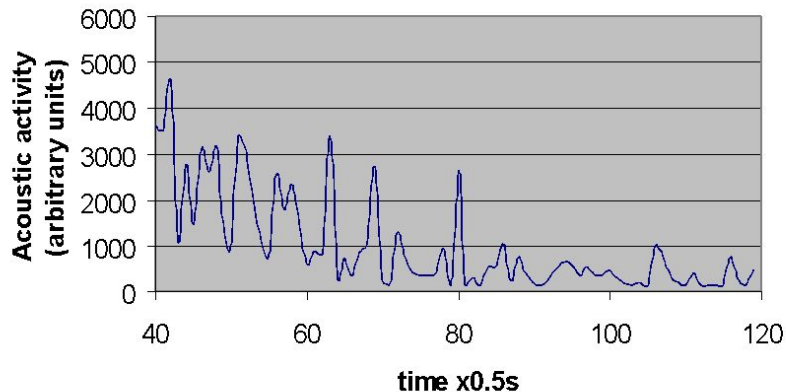
□ При обработке экспериментальных временных рядов обычно решают несколько типов задач.

- Задачи измерения некоторых характеристик динамических систем, инвариантных относительно замены переменных. К ним относятся размерности аттрактора, ляпуновские показатели, энтропии. Может быть поставлена задача аппроксимации уравнений движения по экспериментальным данным, **выбор модели** для наилучшего описания данных.
- Задачи **динамического прогноза** временных рядов. В этом случае, тоже приходится решать задачу восстановления динамической системы по временному ряду, но собственно уравнения движения интереса не предоставляют, к ним относятся как к черному ящику – важно, чтобы по входному сигналу правильно вырабатывался выходной.
- Задачи **идентификации**, когда нужно каким-либо образом классифицировать исследуемые системы для диагностических целей. При этом абсолютно несущественно, измеряются ли инвариантные характеристики динамической системы или что-нибудь другое, пригодное только для узкого круга задач.

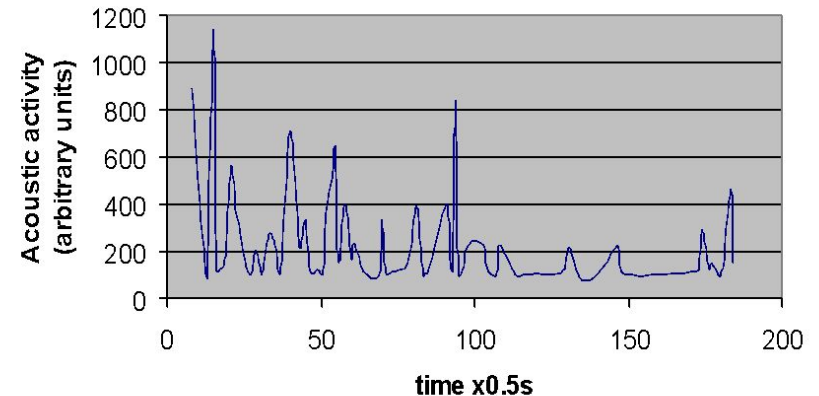
Обработка временных рядов сейсмических наблюдений

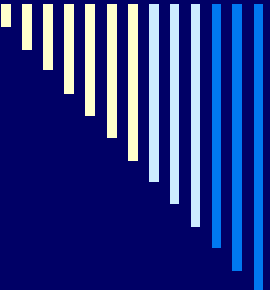
- Задача идентификации системы, породившей данный временной ряд
- Задача прогноза дальнейшего поведения

Pressure release (740 md)



Pressure release (25 md)





Динамические системы

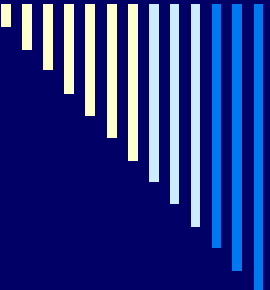
- Система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$$

- Автономная система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\mathbf{x})$$

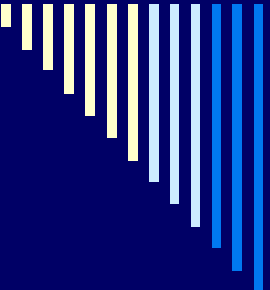
- Математическая модель некоторой механической системы



Динамические системы

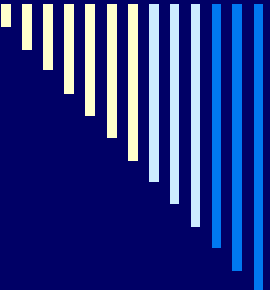
- Фазовое пространство P
- Однопараметрическая непрерывная или дискретная группа (полугруппа) его преобразований

$$\varphi^t(\mathbf{x}) \equiv \varphi(\mathbf{x}, t)$$



Динамические системы

- Система называется динамической, если задание начальных условий полностью определяет ее поведение в последующие моменты времени.
- Пример нединамической системы – бросание монеты орел-решка. Каждое следующее испытание не зависит от предыдущего.
- В большинстве случаев динамическая система задается системой дифференциальных уравнений.

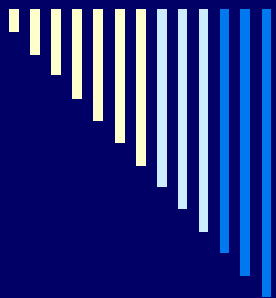


Фазовое пространство

- Рассмотрим физическую систему, описываемую уравнениями первого порядка:

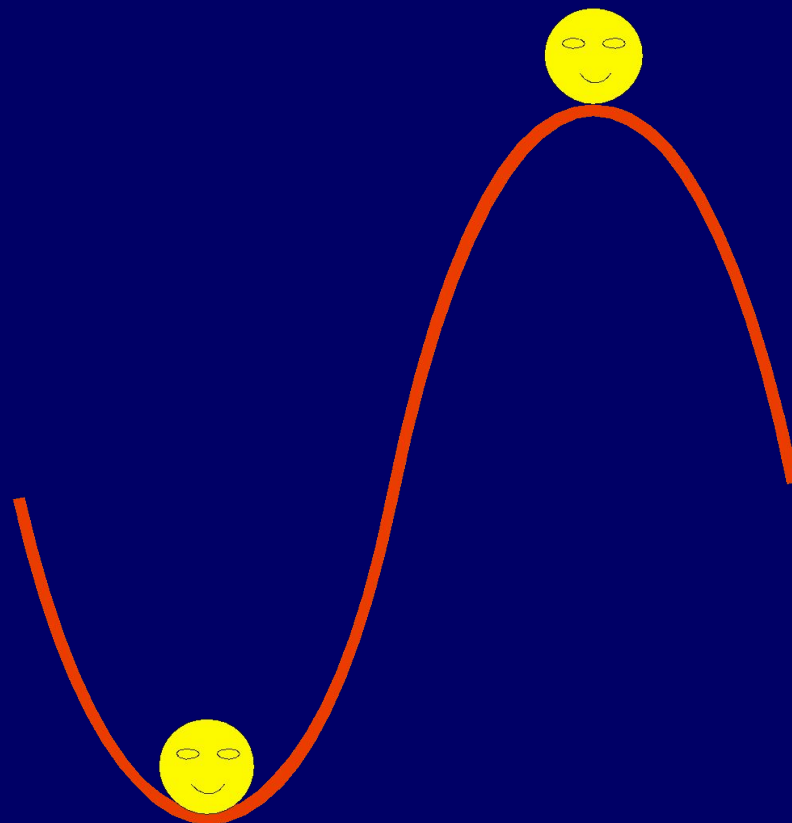
$$y_i' = f_i(y_1, y_2, \dots, y_n, t), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

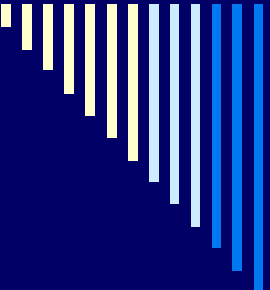
- Состояние системы в каждый данный момент времени полностью определяется заданием n чисел y_i . Введем n -мерное пространство, по осям координат которого будем откладывать значения y_i и производные. Тогда состояние изучаемой системы в каждый данный момент времени представляется некоторой точкой в этом пространстве. Введенное таким образом пространство называется **фазовым**.
- С течением времени состояние системы меняется. Соответственно этому меняется и положение изображающей точки в фазовом пространстве, т.е. эта точка описывает некоторую кривую, называемую **фазовой траекторией**.
- Совокупность фазовых траекторий, отвечающих различным начальным условиям, образует **фазовый портрет** системы.



□ Равновесие

□ Устойчивость

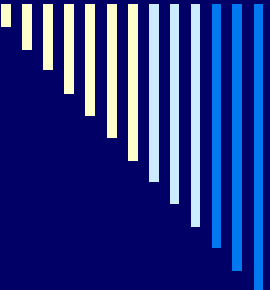




Понятие устойчивости

Устойчивость системы – это ее свойство слабо менять состояние и/или поведение под действием возмущений.

- **Устойчивость по Ляпунову** – изначально близкие изображающие точки, принадлежащие разным фазовым траекториям, оказываются близкими и в последующие моменты времени.
- **Асимптотическая устойчивость**. Этот случай характерен для **диссипативных систем**. Диссипативная система – система с диссипацией. Под диссипацией понимается обмен системы со своим окружением энергией и/или веществом. Система называется **асимптотически устойчивой**, если две фазовые точки, принадлежащие двум различным фазовым траекториям и достаточно близкие друг к другу в начальный момент времени, неограниченно сближаются по мере движения.
- **Орбитальная устойчивость (устойчивость по Пуанкаре)**. Пусть L – некоторая траектория системы, максимально продленная в обе стороны времени. Если изображающая точка системы в некоторый момент времени оказывается достаточно близкой к траектории L , то и при дальнейшем движении эта точка не отойдет далеко от рассматриваемой траектории.
- **Структурная устойчивость** – при различных видах малых воздействий фазовый портрет остается качественно неизменным.

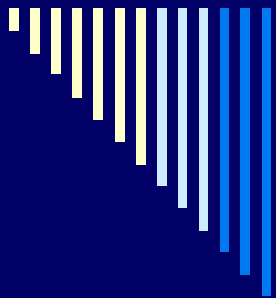


Понятие аттрактора.

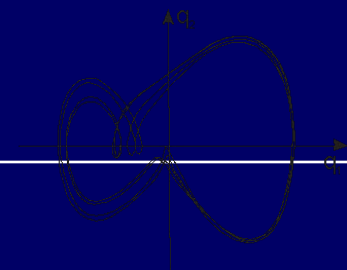
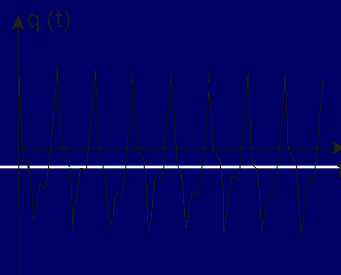
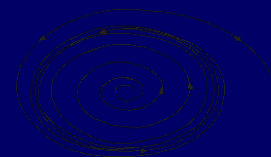
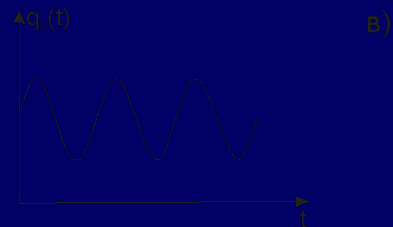
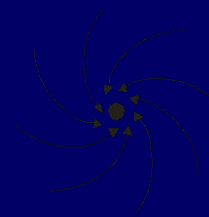
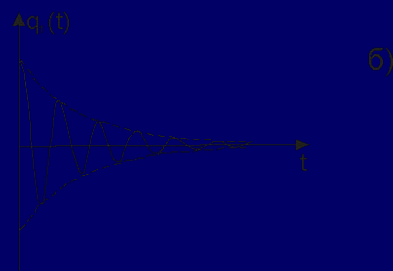
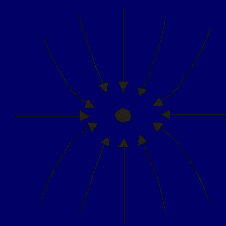
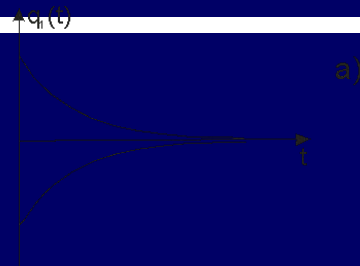
Аттрактором называется некоторое компактное асимптотически устойчивое множество в фазовом пространстве рассматриваемой динамической системы. (Множество M в метрическом пространстве X называется компактом в X , если из любой последовательности точек $x_n \in M$ можно выделить подпоследовательность, сходящуюся к точке, принадлежащей множеству M .) Аттрактор – это такое множество, к которому из некоторой его окрестности притягиваются все фазовые траектории.

Пусть в фазовом пространстве выделено некоторое множество L . Это множество называется аттрактором, если оно

- Асимптотически устойчиво, т.е. соответствует определению орбитальной устойчивости.
- Компактно, что проявляется, в частности, в том, что аттрактор находится в конечной области фазового пространства и представляет собой замкнутое множество.
- Неразложимо на отдельные компоненты, т.е. является связным.
- Если аттрактор представляет собой замкнутую линию в фазовом пространстве, то каждая точка такой траектории проходится бесконечное число раз (движение периодически)

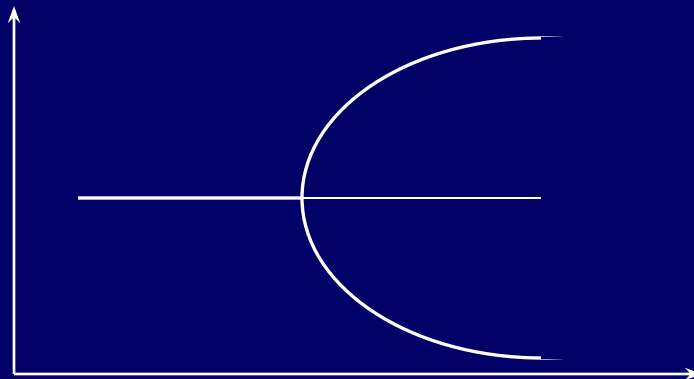


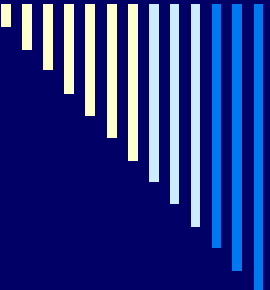
Типы аттракторов на фазовой плоскости



Понятие бифуркации

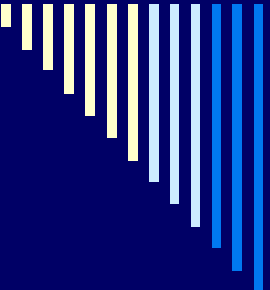
- Точкой бифуркации называется такое значение параметра, при котором динамическая система является структурно неустойчивой





Размерность аттрактора

- *Размерность* характеризует сложность аттрактора динамической системы, т.е. позволяет дать ответ на вопрос, какое минимальное количество переменных должна включать соответствующая математическая модель, или дать оценку этой величины.
- Обычно на асимптотической стадии траектория притягивается к притягивающему множеству, обладающему фрактальной структурой, или фракталу. Аттракторы, имеющие фрактальную структуру, называют странными.



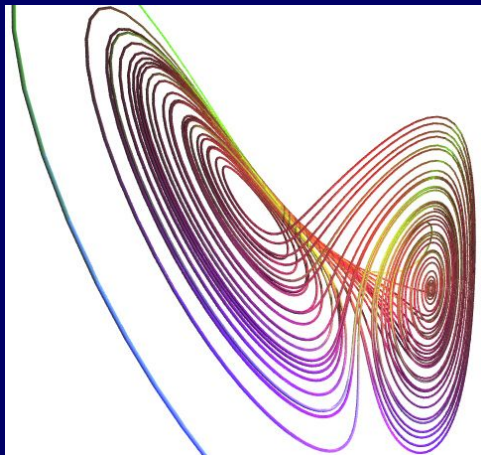
Фрактальная размерность

- Пример: результат измерения длины береговой линии по карте зависит от масштаба карты

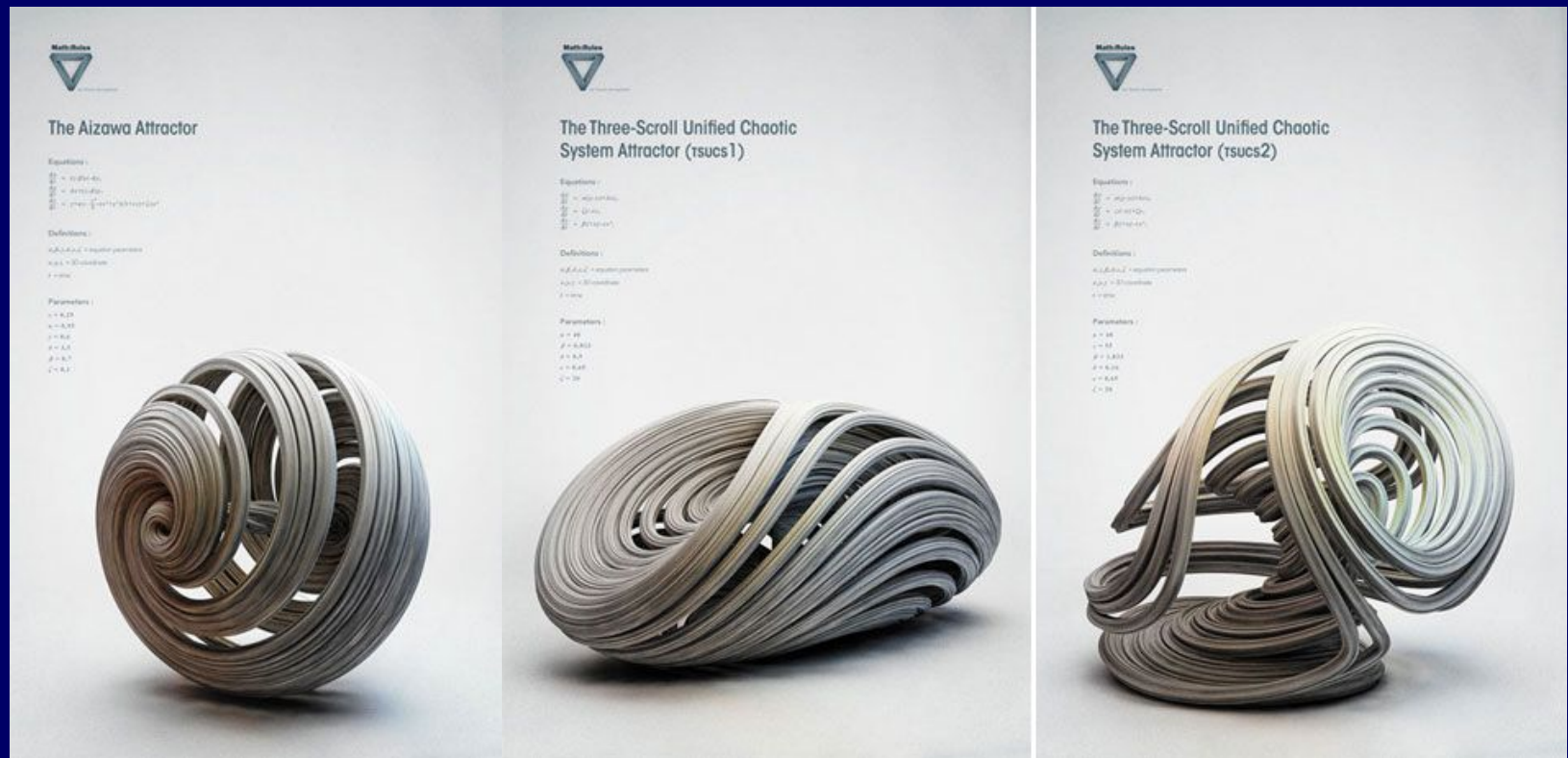
$$d_c = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\lg N(\varepsilon)}{\lg \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)}$$

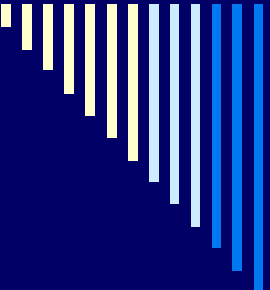
Аттрактор Лоренца

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) \\ \dot{y} = x(r - z) - y \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases}$$



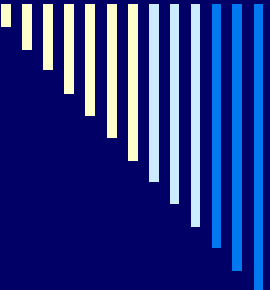
Странные аттракторы





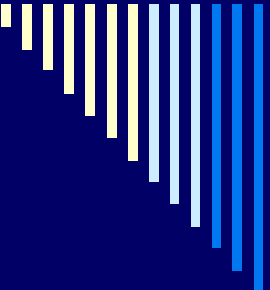
Минимальное инерциальное многообразие.

- Нестрогое определение: пространство минимальной размерности, содержащее аттрактор, называется минимальным инерциальным многообразием.
- Если система обладает минимальным инерциальным многообразием размерности d_N , то на ассимптотической стадии ее поведение описывается при помощи d_N существенных переменных. Число d_N называют числом параметров порядка, или числом независимых степеней свободы.



Реконструкция аттракторов по временным рядам.

- Скалярный временной ряд: массив из N чисел, представляющих собой значения некоторой динамической переменной $x(t)$ с постоянным шагом Δt по времени, т.е. в моменты $t_i = t_0 + (i-1) \Delta t$: $x_i = x(t_i)$, $i = 1, \dots, N$.
- Можно получить удовлетворительную геометрическую картину аттрактора небольшой размерности, если вместо переменных x , входящих в уравнения динамической системы, использовать m -мерные вектора, получаемые из элементов временного ряда $Z_i = \{x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+m-1}\}$

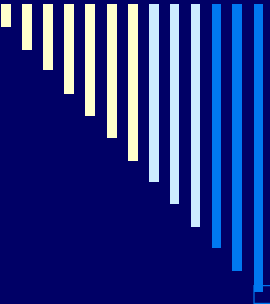


Теорема Такенса

- **k – мерное многообразие M_k** – гладкая k -мерная поверхность в n -мерном пространстве, которую локально в окрестности каждой точки можно параметризовать k евклидовыми координатами без n -мерного пространства.
- Когда такое многообразие реализуется в виде поверхности S_k в n -мерном пространстве, которая не пересекается сама с собой, то говорят, что оно **вложено** в R_n .
- **Вложение** – дифференцируемая векторная функция F , определенная на M_k , для которого отображение $M_k \rightarrow S_k$ является взаимно однозначным и существует обратная дифференцируемая функция F^{-1} , отображающая S_k обратно в M_k .

$$S_k = F(M_k) \text{ и } M_k = F^{-1}(S_k)$$

- Выбирая разные F и n , можно получить различные представления одного и того же многообразия. Теперь пусть на многообразии определена векторная функция, нужное количество раз дифференцируемая и отображающая M_k в m -мерное евклидово пространство R_m . Будет ли образ M_k являться вложением или нет?



Теорема Такенса

Пусть задана динамическая система $\phi^t(\mathbf{x})$ с фазовым пространством P и рассматривается одномерный временной ряд, образованный значениями некоторой «наблюдаемой» – скалярной функции состояния динамической системы $\mathbf{x}(t)$:

$$x = h(\mathbf{x}(t)) = h(\phi^{ti}(\mathbf{x}_0))$$

- Пусть фазовая траектория системы находится практически на аттракторе, тогда в качестве многообразия M_d рассмотрим минимальное инерциальное многообразие (МИМ).
- Построим $\mathbf{z}$ -вектора. Пусть τ - шаг между элементами временного ряда. Тогда
- $\mathbf{x}_{i+1} = \phi^\tau(\mathbf{x}_i)$, $\mathbf{x}_{i+2} = \phi^{2\tau}(\mathbf{x}_i)$, ..., $\mathbf{x}_{i+m-1} = \phi^{(m-1)\tau}(\mathbf{x}_i)$

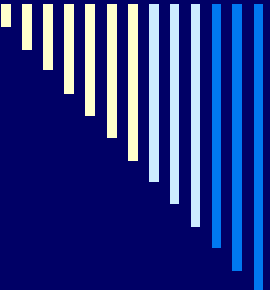
$$\mathbf{z}_0 = \mathbf{x}_i = h(\mathbf{x}_i) \equiv \Lambda_0(\mathbf{x}_i)$$

$$\mathbf{z}_1 = \mathbf{x}_{i+1} = h(\mathbf{x}_{i+1}) = h(\phi^\tau) \equiv \Lambda_1(\mathbf{x}_i)$$

.....

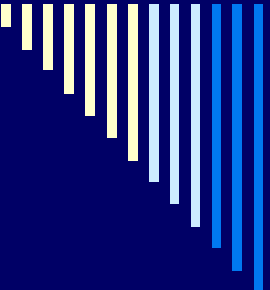
$$\mathbf{z}_{m-1} = \mathbf{x}_{i+m-1} = h(\mathbf{x}_{i+m-1}) = h(\phi^{(m-1)\tau}) \equiv \Lambda_{m-1}(\mathbf{x}_i)$$

$$\mathbf{z}_i = \Lambda(\mathbf{x}_i), \mathbf{x}_i \in M^d, \mathbf{z}_i \in R^m$$



Теорема Такенса

- Введена векторная функция Λ , отображающая вектора $x_i \in M^d$ в точки m -мерного евклидова пространства R^m .
- M_d , h и ϕt по крайней мере дважды дифференцируемы, а для всех неподвижных точек и циклов с периодами kt , $k < d$, предполагается, что у них все собственные значения простые и не равны 1, а $h(x)$ для них различны.
- **Теорема Такенса** утверждает, что типичным свойством отображения Λ будет, то, что при $m \geq 2d+1$ оно будет давать вложение M^d в R^m .



Корреляционный интеграл

- Рассмотрим множество $\{\mathbf{z}_j\}$ точек. Мера взаимосвязи точек, удаленных друг от друга по времени, задается **корреляционным интегралом** $C(\varepsilon)$, который можно определить как предел:

$$C(\varepsilon) = \frac{\text{число пар с } \|\mathbf{z}_i - \mathbf{z}_j\| < \varepsilon}{\text{полное число пар } \mathbf{z}_i, \mathbf{z}_j} = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1, i \neq j}^N \theta(\varepsilon - \|\mathbf{z}_i - \mathbf{z}_j\|)$$

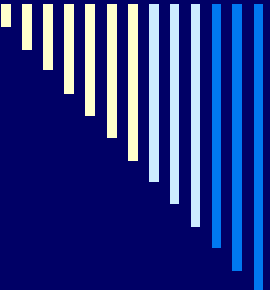
$\theta(x)=0$ если $x < 0$ и $\theta(x)=1$, если $x \geq 0$

- **Мера** - способ определения расстояния между точками множества.
- Евклидова мера

$$\|\mathbf{z}_i - \mathbf{z}_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^m (z_{ik} - z_{jk})^2}$$

- Евклидова мера скорректированная на количество точек :

$$\|\mathbf{z}_i - \mathbf{z}_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^m \frac{(z_{ik} - z_{jk})^2}{m}}$$



Метод Грасбергера-Прокаччи

Фрактальная размерность аттрактора

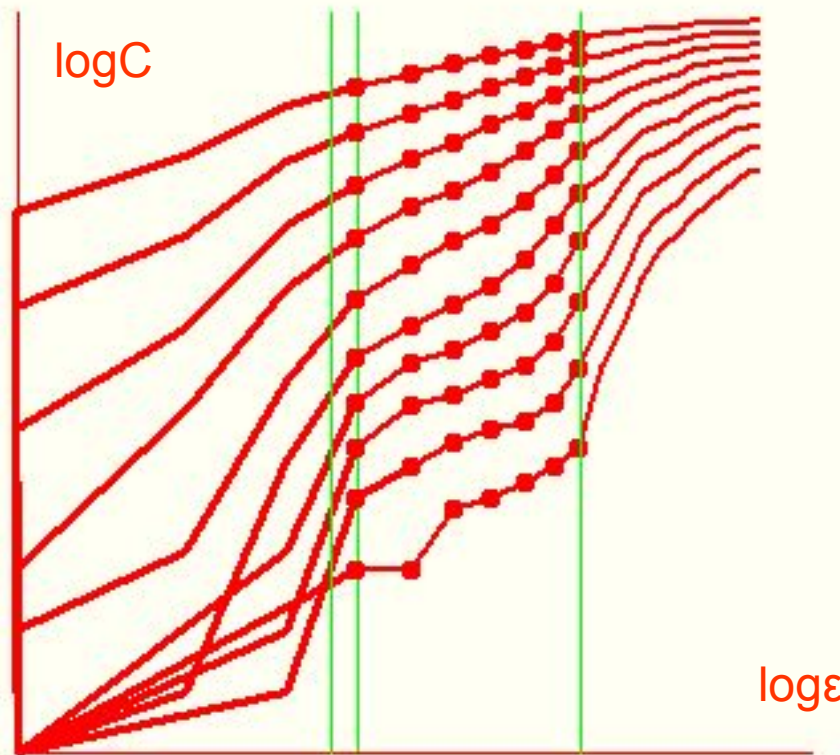
$$d_c = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\lg N(\varepsilon)}{\lg \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)} \Rightarrow \lg N(\varepsilon) \cong -d_c \lg \varepsilon$$

Корреляционная размерность

$$\lg C(\varepsilon) \cong -D_2 \lg \varepsilon + c$$

Фрактальная размерность D аттрактора, характеризующего систему, представленную временным рядом, оценивается по линейной части этой зависимости

Task2



File Name:

Qlichka\Data\lab_sbros_low_por.txt

m=

9

Num of Points

21

Tau

4

X1

180.0000

X2

500.0000

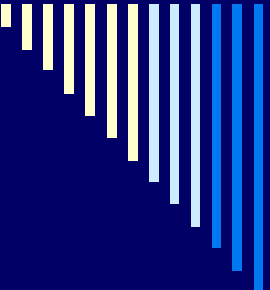
tg(a)

1.590072

Draw

Open

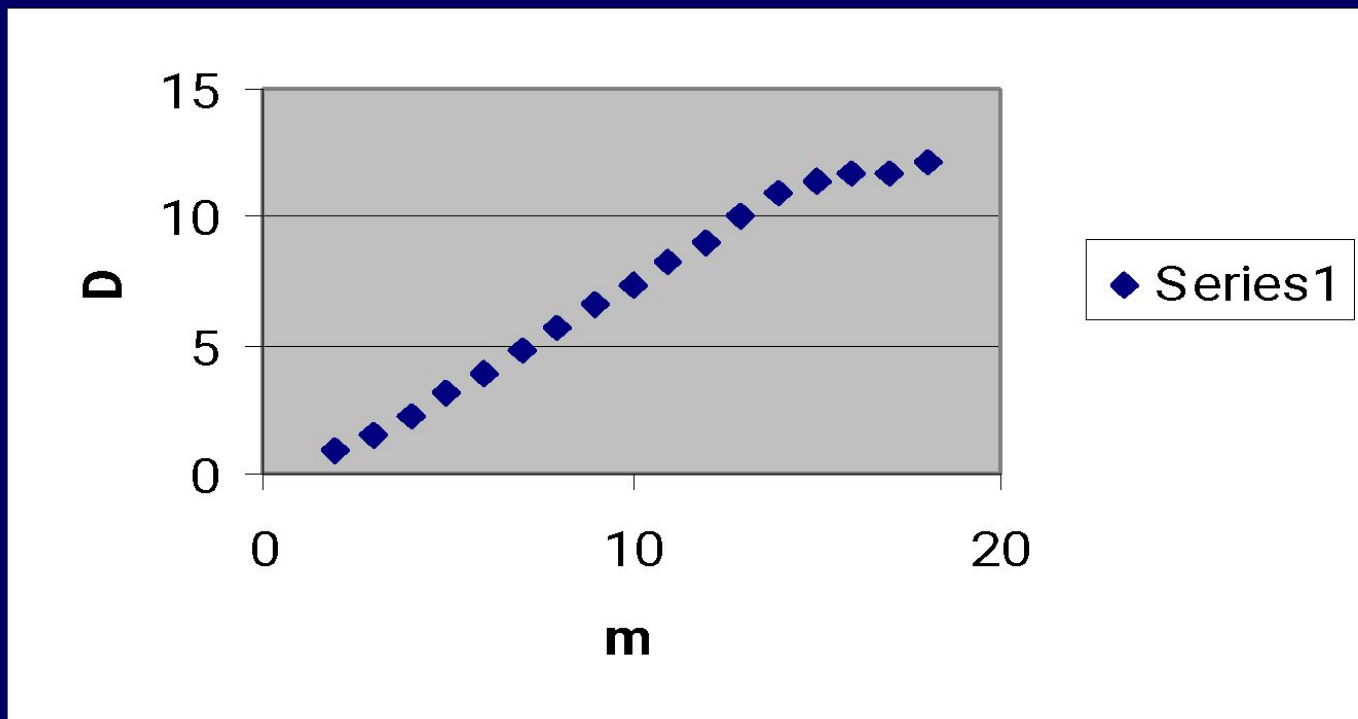
Exit



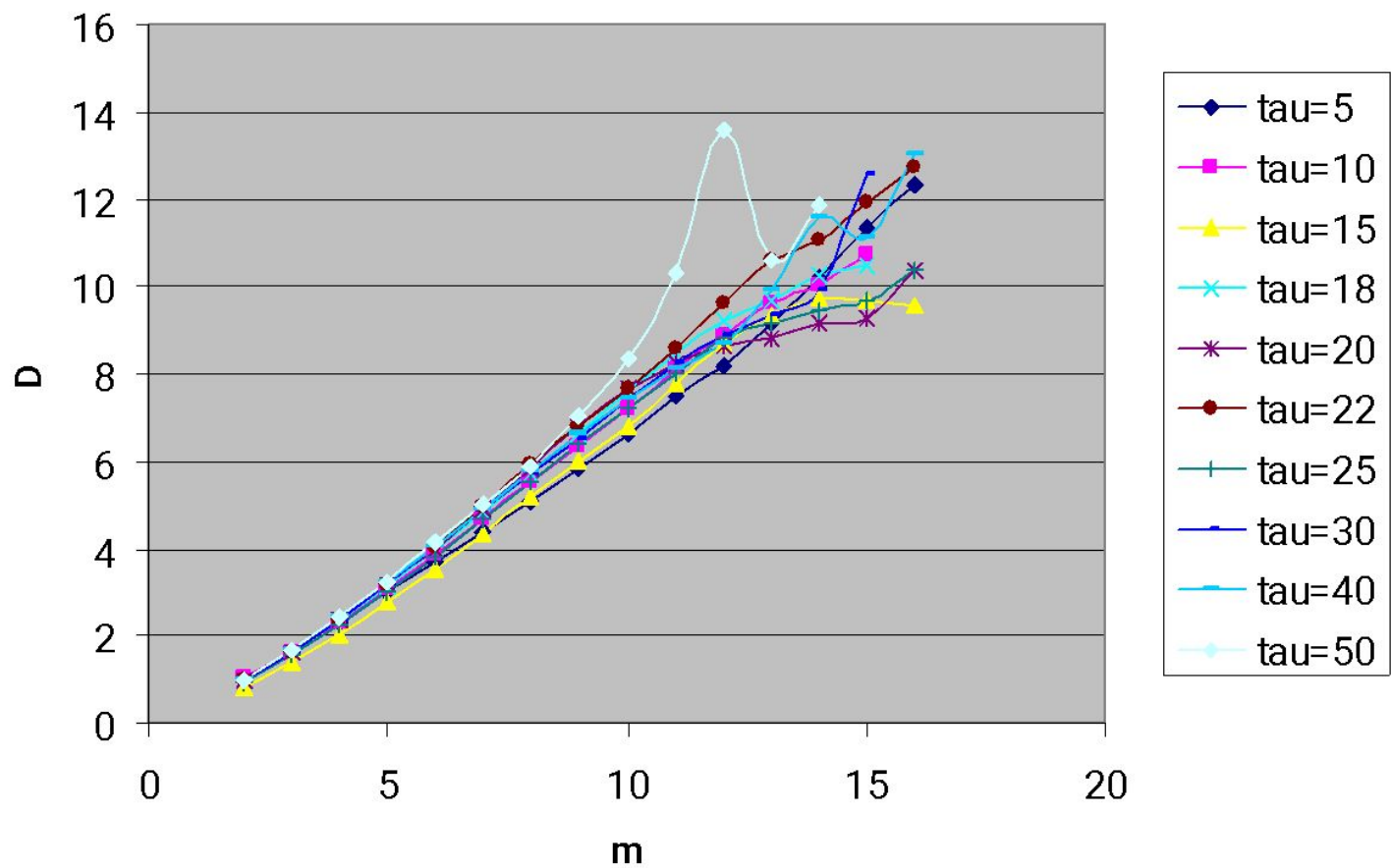
Метод Грасбергера-Прокаччиа

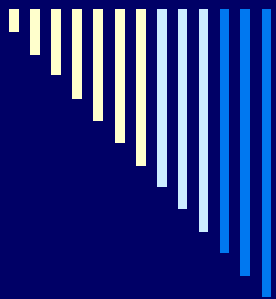
- Задают величины m , ε , t (из разных соображений).
- Изменяя ε , рассчитывают $C(\varepsilon)$
- Увеличивая m , получают семейство зависимостей $C(\varepsilon)$
- Для линейных участков $\lg C(\lg \varepsilon)$ определяют углы наклона, т.о. определяют D .
- Строят зависимость $D(m)$
- Определяют точку D^* , m^* выхода зависимости $D(m)$ на «плато».
- Варьируя t оценивают устойчивость зависимостей $D(m)$ при изменении t , выбирают оптимальное значение t
- Значения D^* , m^* принимают в качестве оценки фрактальной размерности аттрактора и размерности вложенного пространства (количества определяющих параметров)

Зависимость фрактальной размерности аттрактора (D) от размерности вложенного пространства (m)

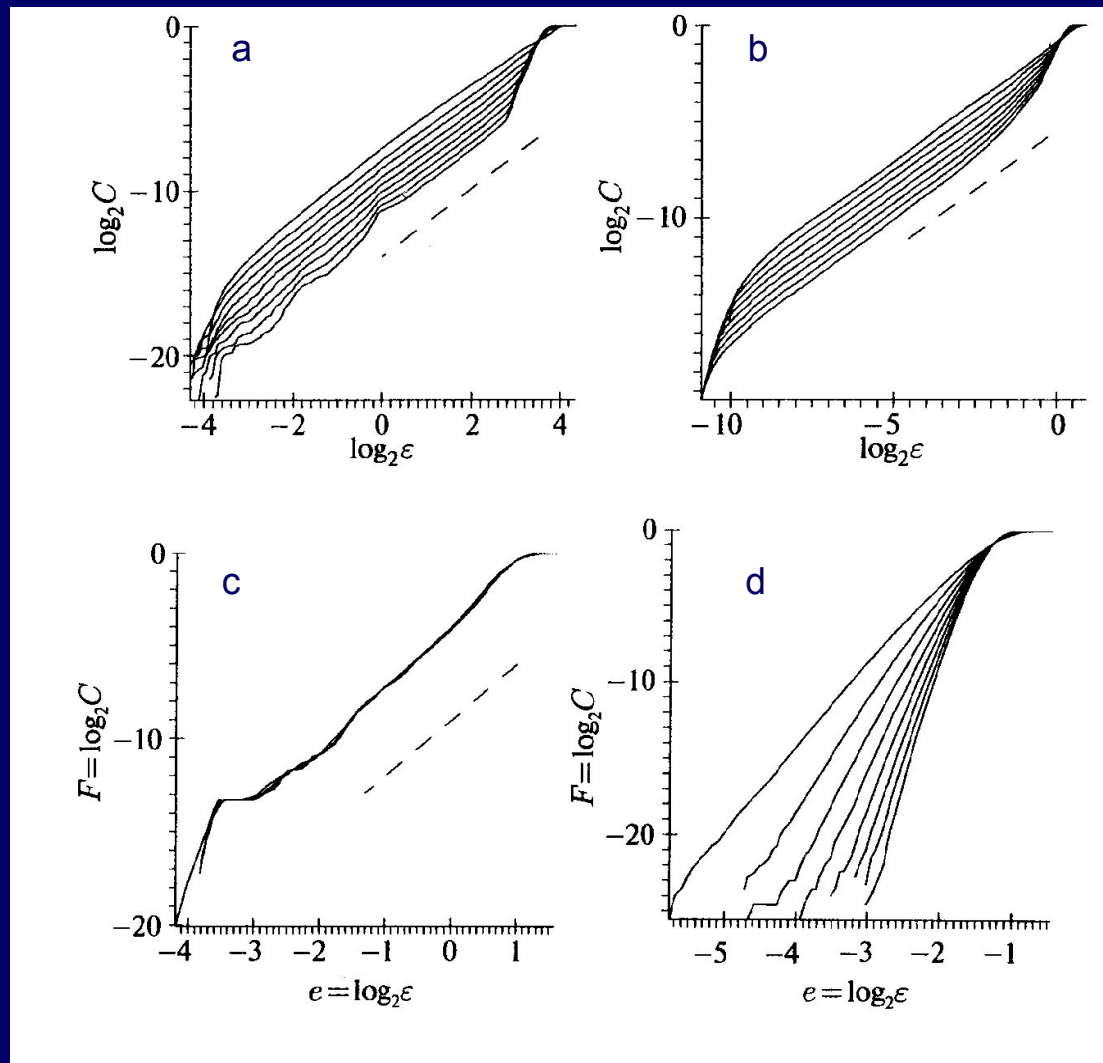


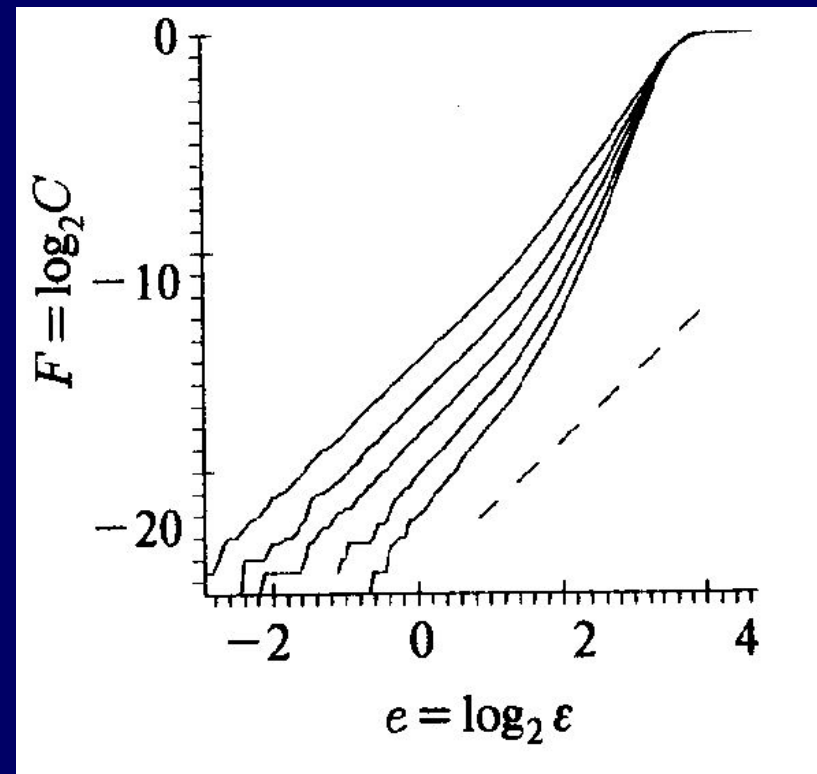
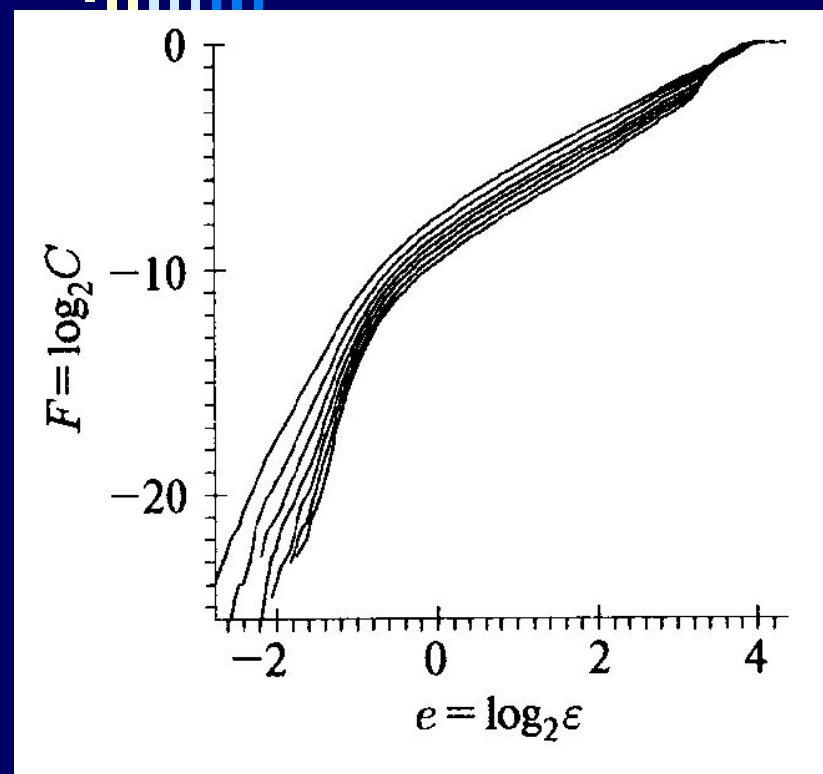
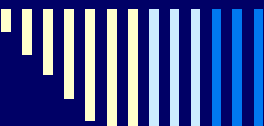
Подбор τ





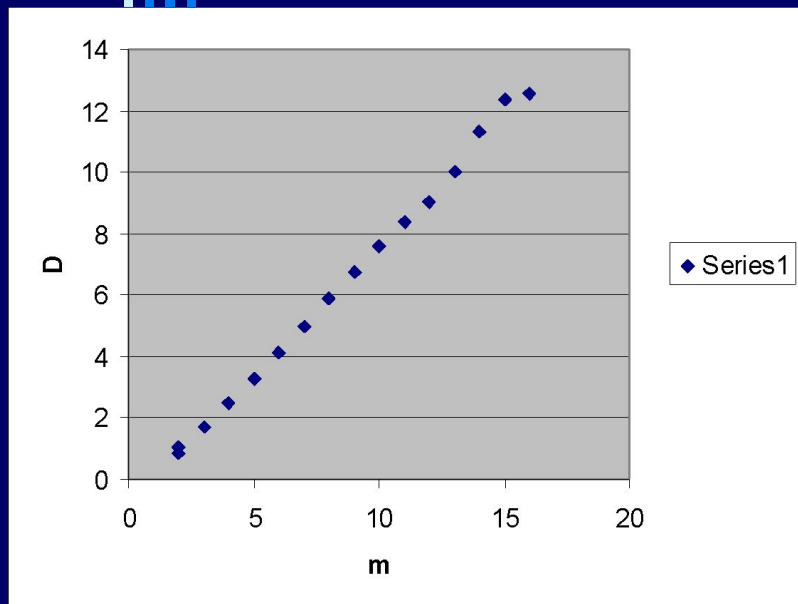
- a. Детерминированный хаос (аттрактор Лоренца)
- b. Детерминированный хаос (аттрактор Хенона)
- c. Периодическая система (тор)
- d. Стохастическая система



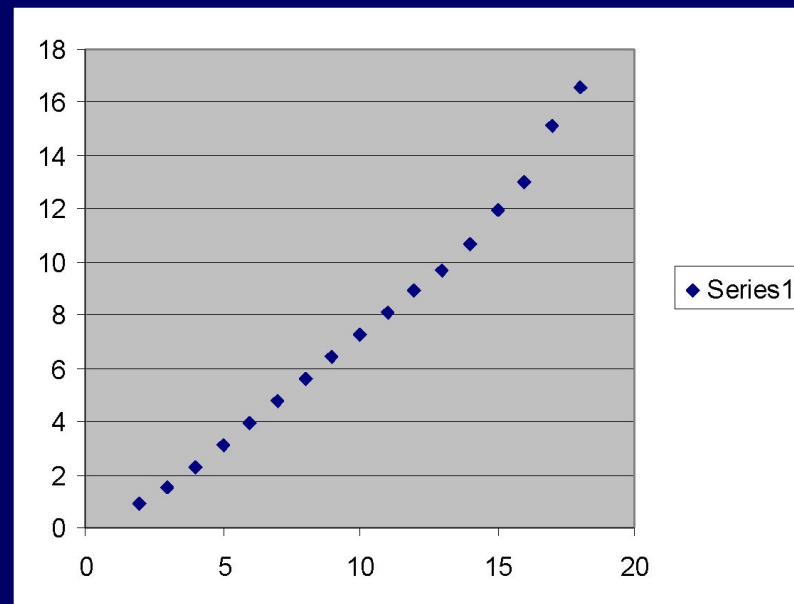


Аттрактор Лоренца с шумом (слева) и с периодической добавкой (справа)

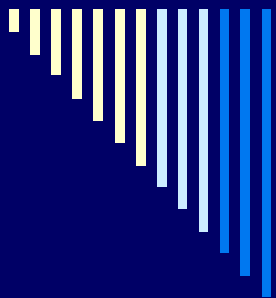
Точка вне газового месторождения



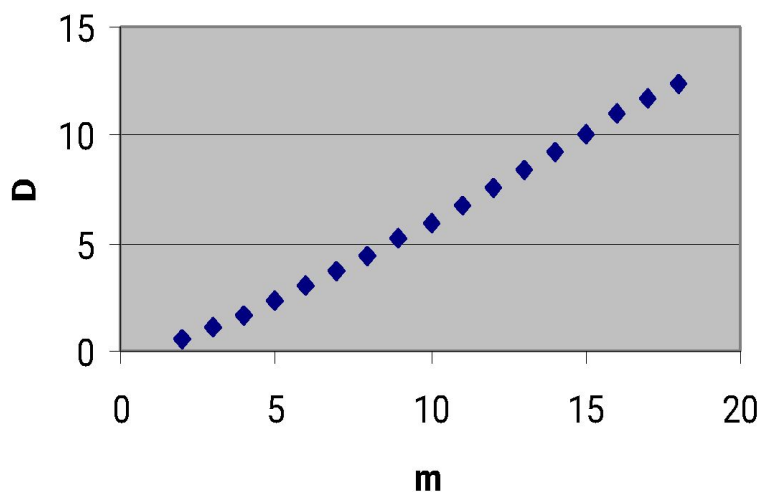
До работы вибратора



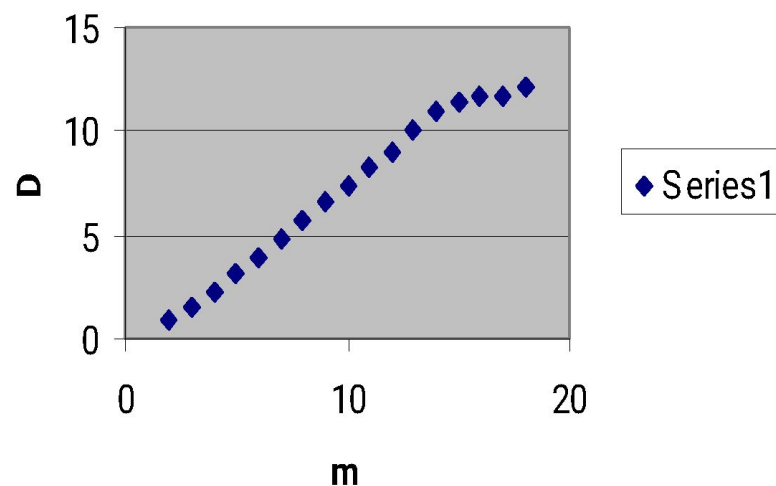
После работы вибратора



Вторая точка в контуре газового месторождения.



До работы вибратора

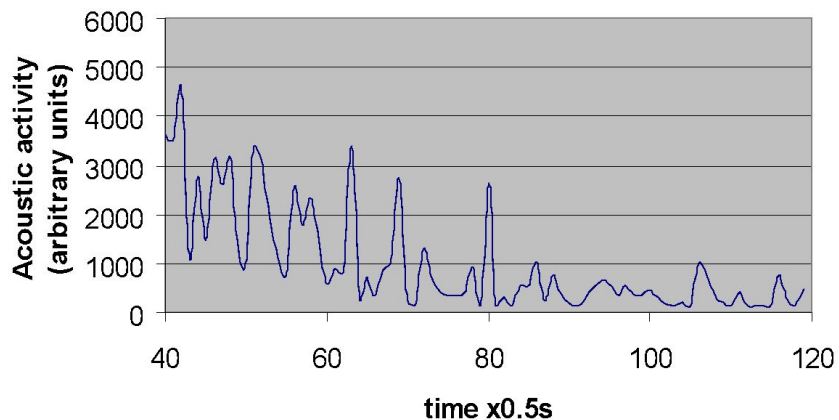


После работы вибратора

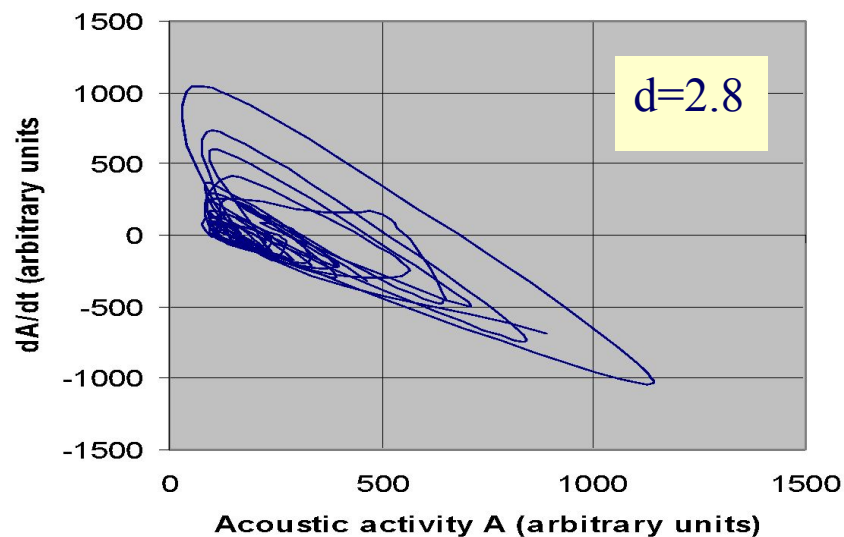
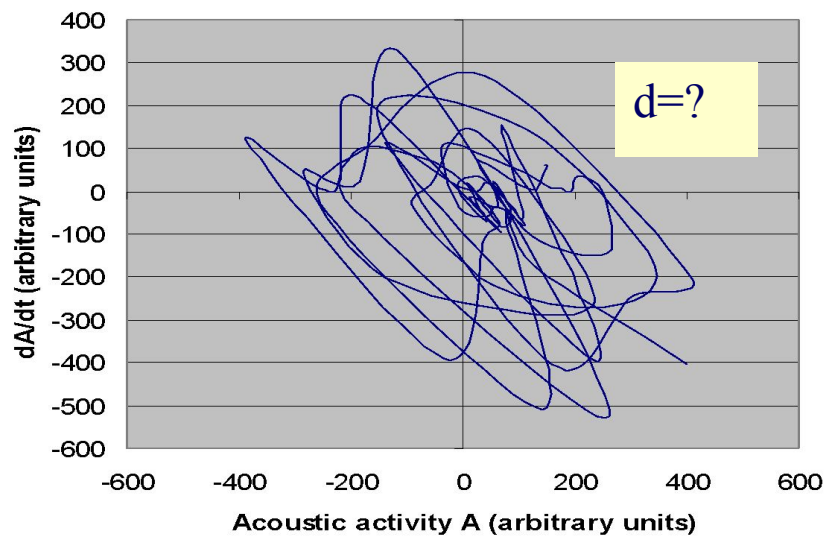
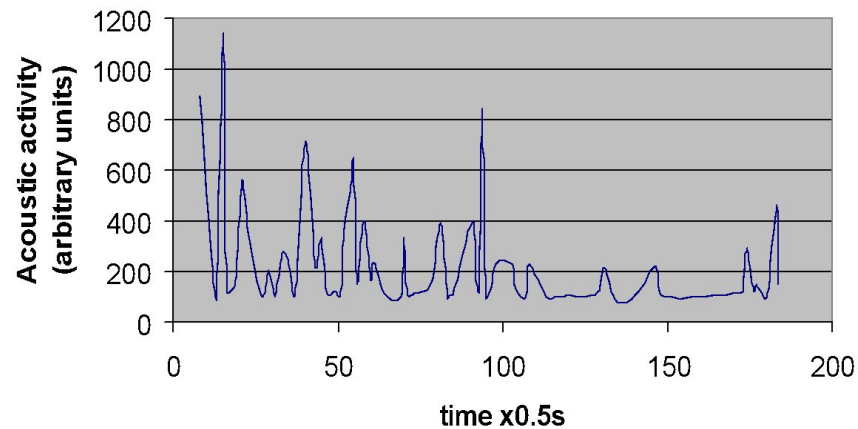


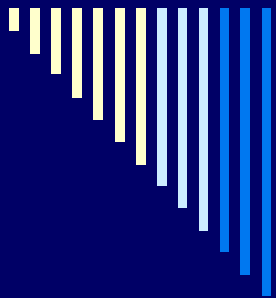
Изменение активности акустической эмиссии при сбросе порового давления.

Pressure release (740 md)

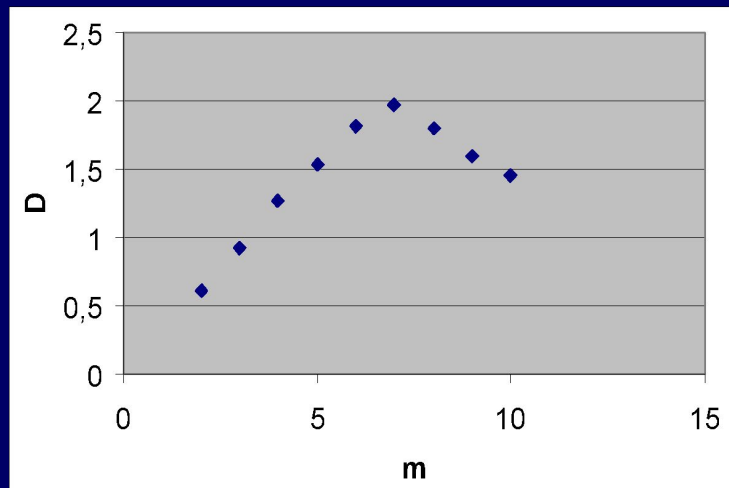


Pressure release (25 md)

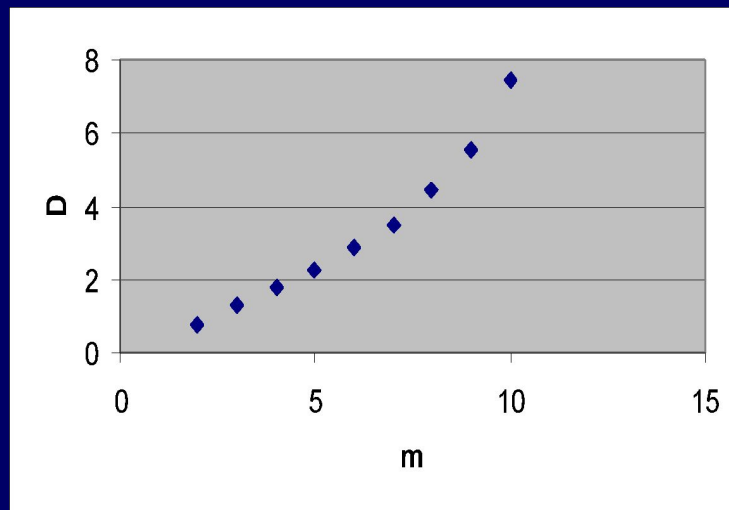




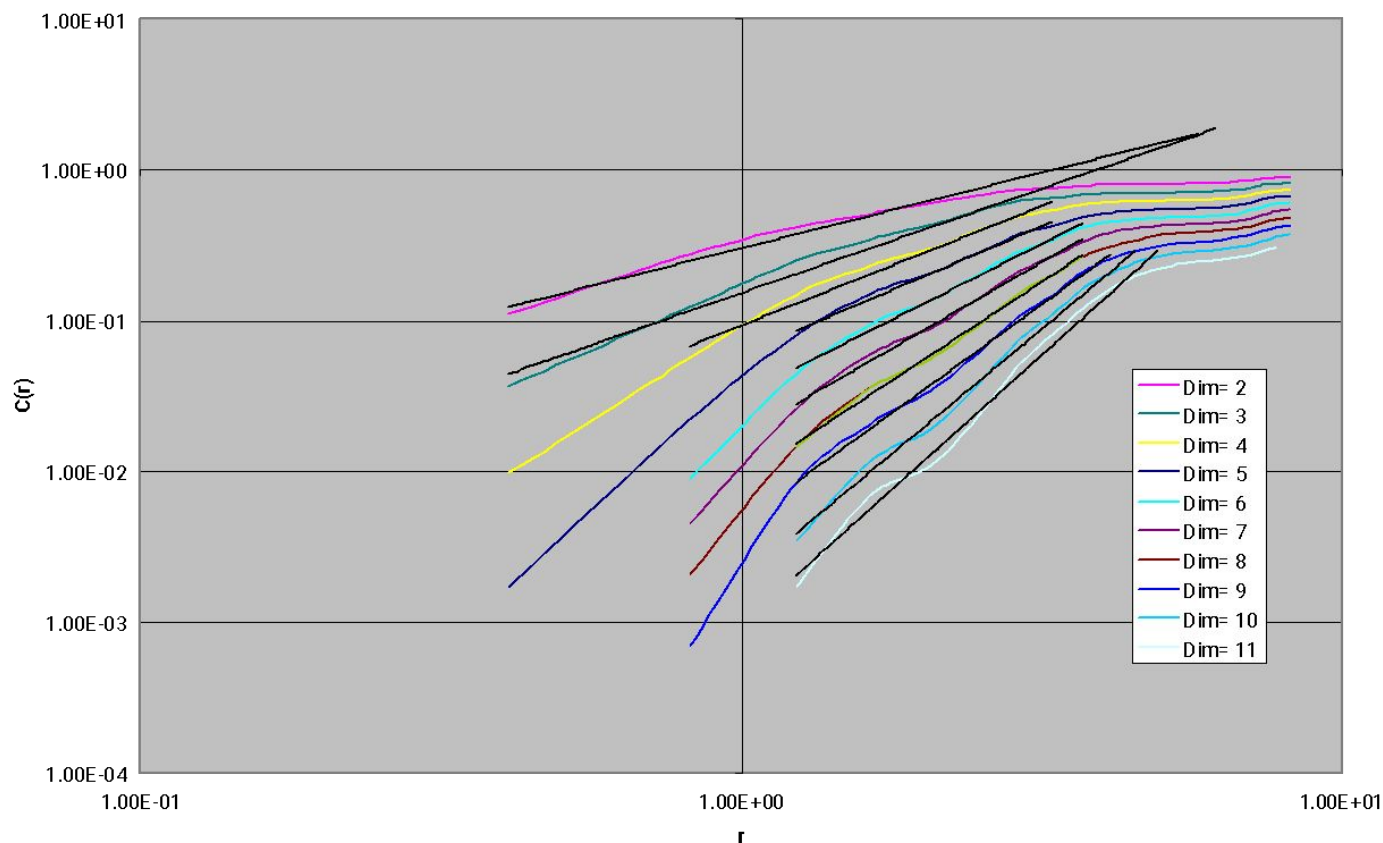
Зависимость размерности аттрактора от размерности вложенного пространства для образца с низкой проницаемостью для $\tau=4$. Выход на плато есть.



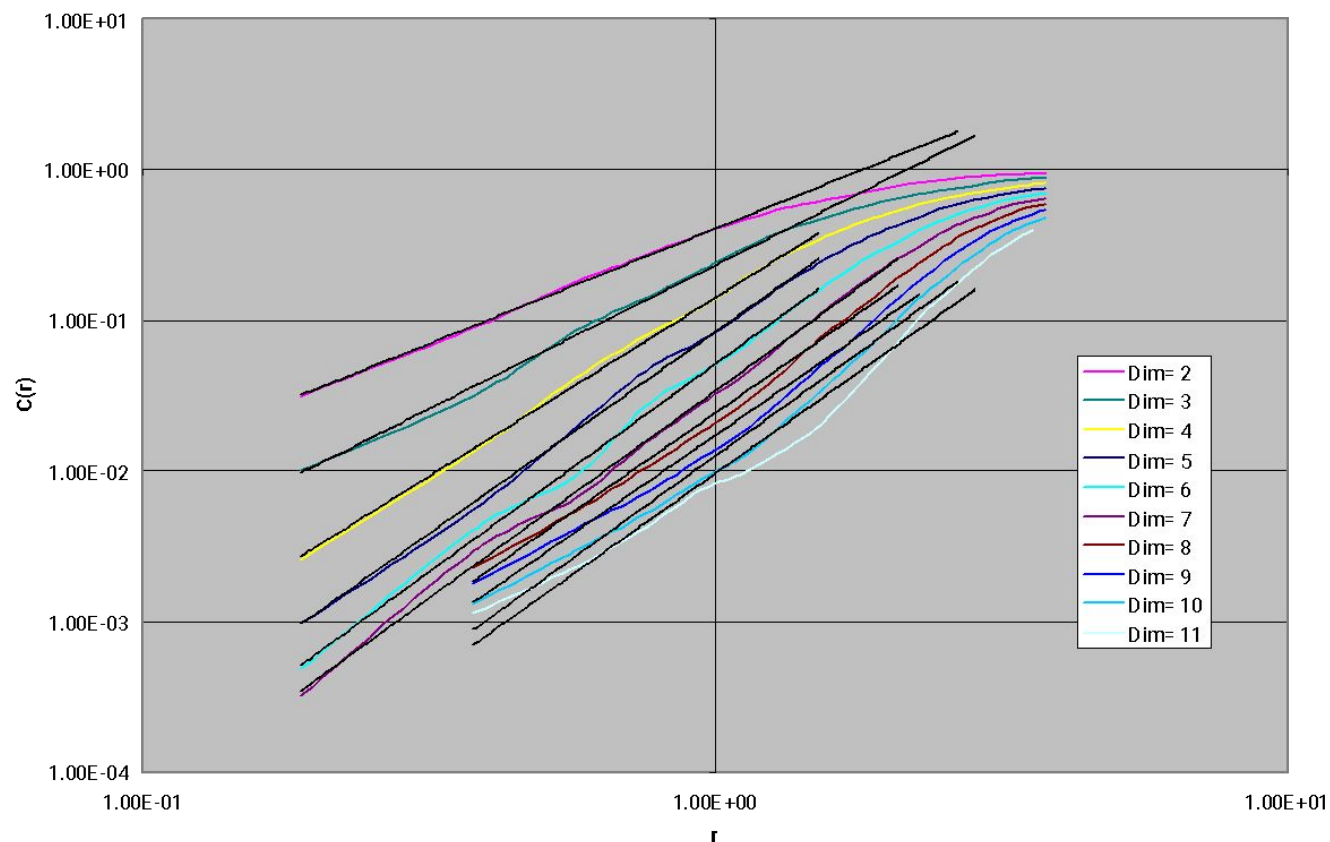
Зависимость размерности аттрактора от размерности вложенного пространства для образца с высокой проницаемостью. Выхода на плато нет.



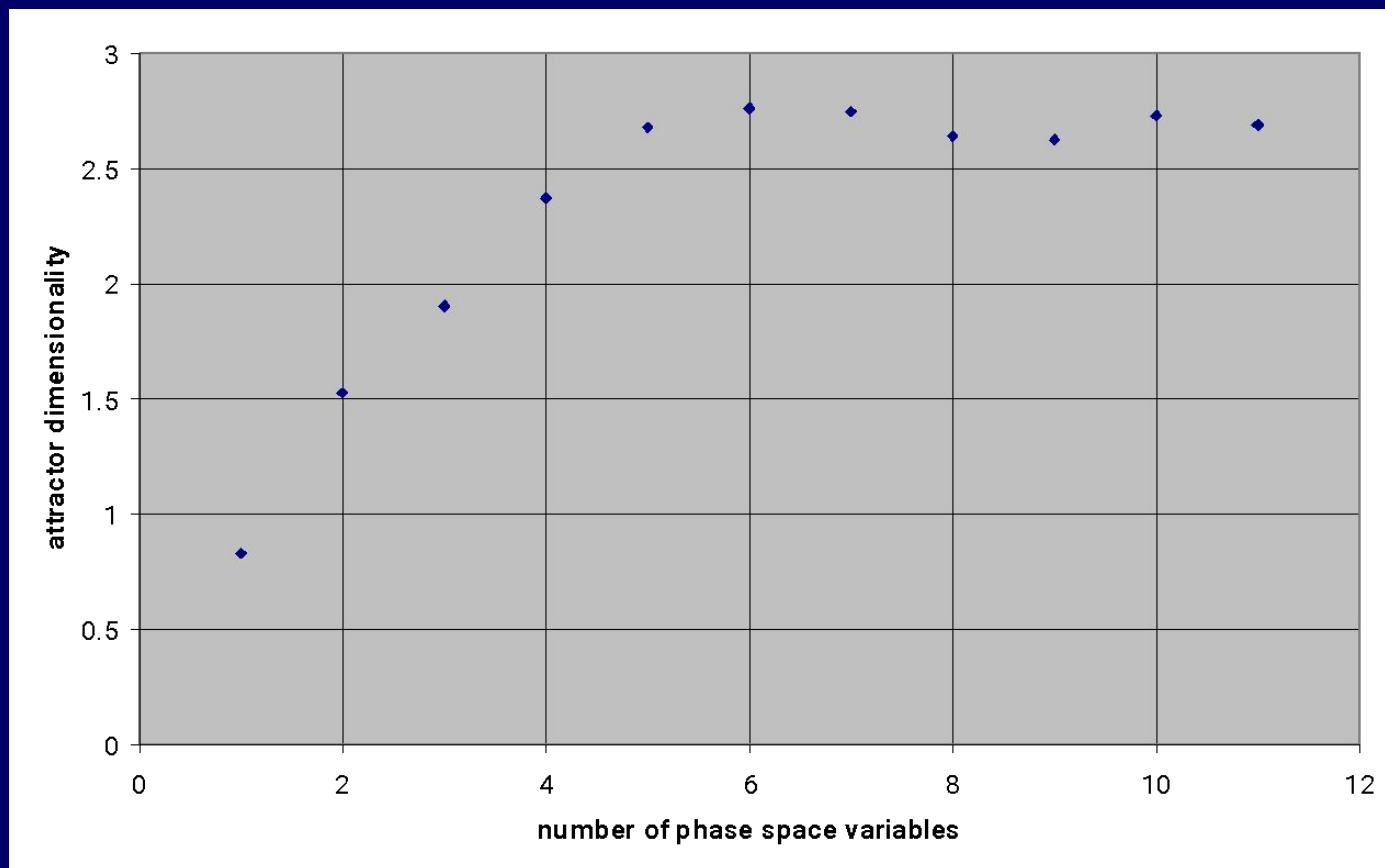
Исходные данные по среднемесячной сейсмической активности района Ромашкинского месторождения нефти

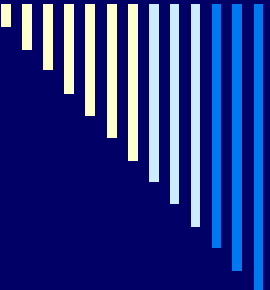


Обработанные данные по среднемесячной активности района Ромашкинского месторождения нефти

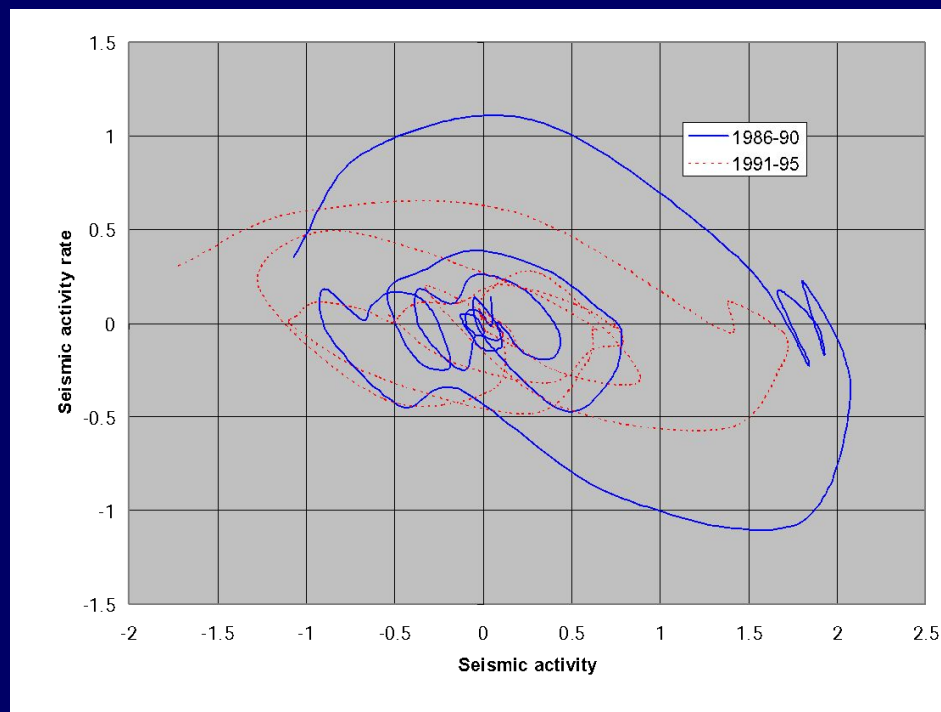
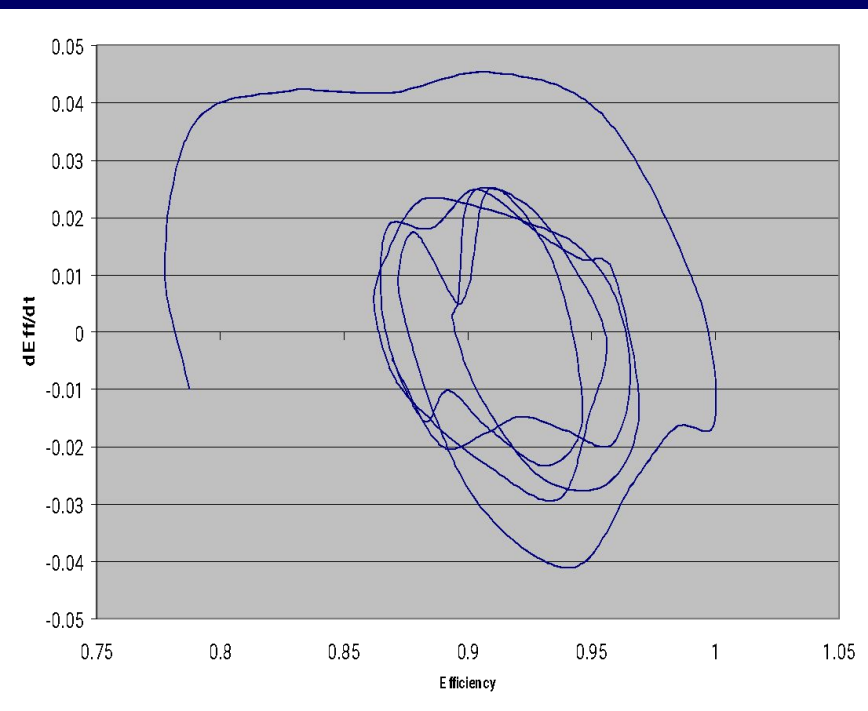


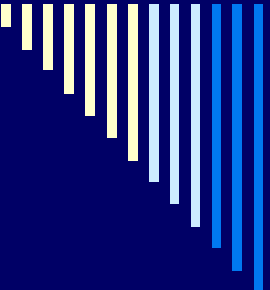
Обработанные данные по среднемесячной активности района Ромашкинского месторождения нефти





Двухмерные проекции фазовых портретов эффективности закачки жидкости (слева) и сейсмической активности (справа) Ромашкинского месторождения нефти





Литература

- Пригожин И. От существующего к возникающему.
 - Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики.
 - Хакен Г. Синергетика.
-