

Определение характеристик напряженного состояния земной коры по данным натурных индикаторов

Ш.А. Мухамедиев

1. Краткий обзор индикаторов и методов определения напряжений;
2. Определение напряжений по механизмам землетрясений;
3. Определение палеонапряжений по трещиноватости осадочных горных пород

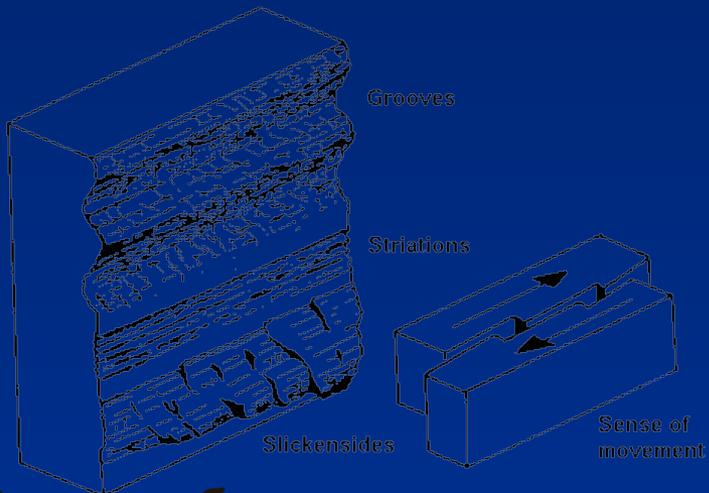


Инструментальные методы определения напряжений

- По разгрузке образцов, извлекаемых при бурении (overcoring methods);
- На основе компенсации напряжений давлением в щели до исчезновения деформаций, вызванных созданием щели (jacking methods);
- По измерениям деформаций разгрузки около щелей, прорезанных в стенках скважин (borehole slotting);
- С помощью гидравлического разрыва (hydraulic fracturing);
- По радиусометрии скважины, которая выявляет эллиптичность ствола, возникающую вследствие вывалов породы (borehole breakouts).



Примеры индикаторов палеонапряжений



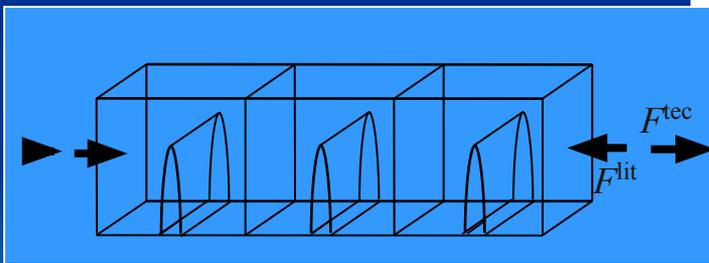
Зеркала, борозды скольжения



Типы разломов



Рисунок трещиноватости



Особенности залегания геологических тел



Двойникование кристаллов



Складчатость

Principal stress direction

Элементы теории напряжений

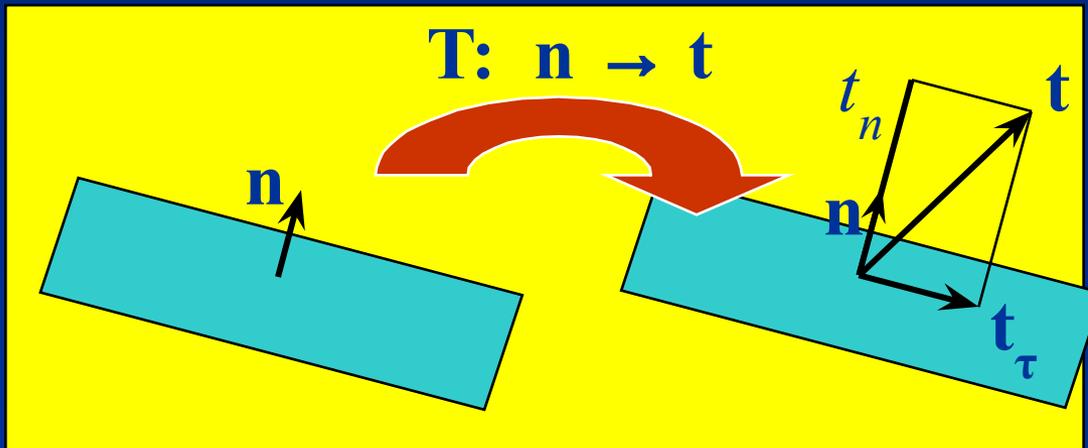
$$\mathbf{T} = T_1 \mathbf{m}_1 \otimes \mathbf{m}_1 + T_2 \mathbf{m}_2 \otimes \mathbf{m}_2 + T_3 \mathbf{m}_3 \otimes \mathbf{m}_3$$

Симметричный тензор напряжений Коши

T_j – главные напряжения

\otimes – СИМВОЛ
тензорного
умножения

\mathbf{m}_j – орты главных
напряжений



$$\mathbf{t} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{T} = T_1 (\mathbf{n} \cdot \mathbf{m}_1) \mathbf{m}_1 + T_2 (\mathbf{n} \cdot \mathbf{m}_2) \mathbf{m}_2 + T_3 (\mathbf{n} \cdot \mathbf{m}_3) \mathbf{m}_3$$

\mathbf{t} – вектор
напряжения

t_n – нормальное
напряжение

t_τ – вектор
касательного
напряжения

Элементы теории напряжений

$$\mathbf{T}^{dev} = \mathbf{T} - \sigma \mathbf{I} \quad \text{девиатор напряжений}$$

Инварианты тензора напряжений

$$\sigma = \mathbf{I} : \mathbf{T} / 3 \quad p = (T_1 + T_3) / 2 \quad \text{средние напряжения}$$

$$\tau_{\max} = (T_1 - T_3) / 2 \quad T_1 \geq T_2 \geq T_3 \quad \begin{array}{l} \text{максимальное} \\ \text{касательное напряжение} \end{array}$$

$$\mu_{\sigma} = 2 \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_3} - 1 \quad (-1 \leq \mu_{\sigma} \leq 1) \quad \begin{array}{l} \text{коэффициенты вида} \\ \text{напряженного состояния} \end{array}$$

$$R = \frac{1}{2} (1 + \mu_{\sigma}) = \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_3} \quad (0 \leq R \leq 1) \quad (\mu_{\sigma} - \text{коэффициент Лодде-Надаи})$$

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\mathbf{T}^{dev} : \mathbf{T}^{dev}} \quad \begin{array}{l} \text{интенсивность касательных} \\ \text{напряжений} \end{array}$$

Элементы теории напряжений

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ТЕНЗОРЫ НАПРЯЖЕНИЙ

Тензоры \mathbf{T}' и \mathbf{T}''
эквивалентны

$$\mathbf{T}' \sim \mathbf{T}''$$



$$\mathbf{T}'' = \alpha \mathbf{I} + \beta \mathbf{T}'$$

$\beta > 0$, α - произвольные
постоянные

$$\mathbf{T}^{dev} \sim \mathbf{T}$$

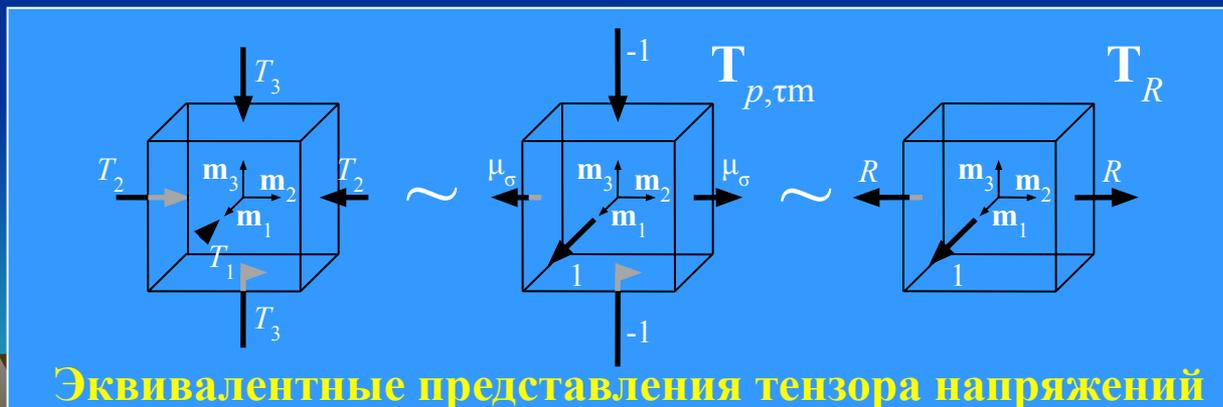
Класс эквивалентности однозначно определяется по любому своему представителю

Примеры представителей

$$\mathbf{T}_{p,\tau m} = (\mathbf{T} - p\mathbf{I})/\tau_{\max} = \mathbf{m}_1 \otimes \mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_3 \otimes \mathbf{m}_3 + \mu_\sigma \mathbf{m}_2 \otimes \mathbf{m}_2$$

$$\mathbf{T}_R = (\mathbf{T}_{p,\tau m} + \mathbf{I})/2 = \mathbf{m}_1 \otimes \mathbf{m}_1 + R \mathbf{m}_2 \otimes \mathbf{m}_2$$

$$\mathbf{T}_{\sigma,\tau m} = (\mathbf{T} - \sigma\mathbf{I})/\tau_{\max} = (1 - \mu_\sigma) (\mathbf{m}_1 \otimes \mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2 \otimes \mathbf{m}_2) + (1 + \mu_\sigma) (\mathbf{m}_2 \otimes \mathbf{m}_2 - \mathbf{m}_3 \otimes \mathbf{m}_3)$$



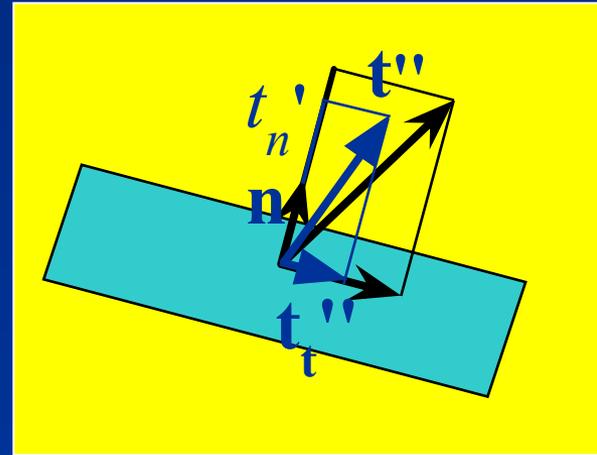
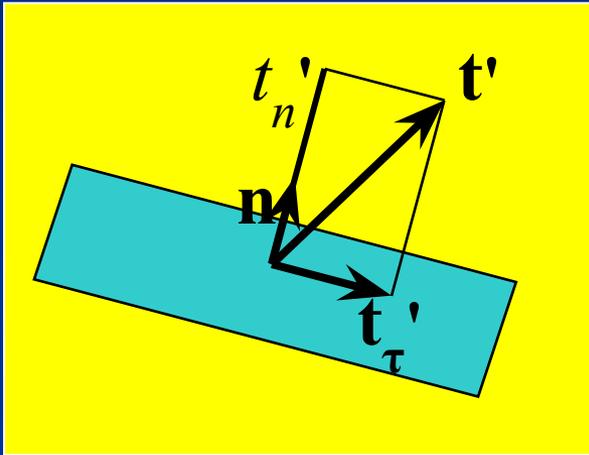
Элементы теории напряжений

$$\mathbf{t} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{T} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} \quad t_n = \mathbf{n} \cdot \mathbf{t} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}$$

$$\mathbf{t}_\tau = \mathbf{t} - t_n \mathbf{n} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} - \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}) = (\mathbf{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}$$

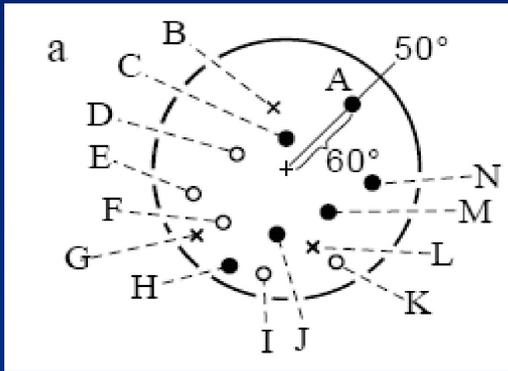
$$\mathbf{T}'' = \alpha \mathbf{I} + \beta \mathbf{T}'$$

$$\mathbf{t}'' = \alpha \mathbf{n} + \beta \mathbf{t}' \quad t_n'' = \alpha + \beta t_n' \quad \mathbf{t}_\tau'' = \beta(\mathbf{t}' - t_n' \mathbf{n}) = \beta \mathbf{t}_\tau'$$

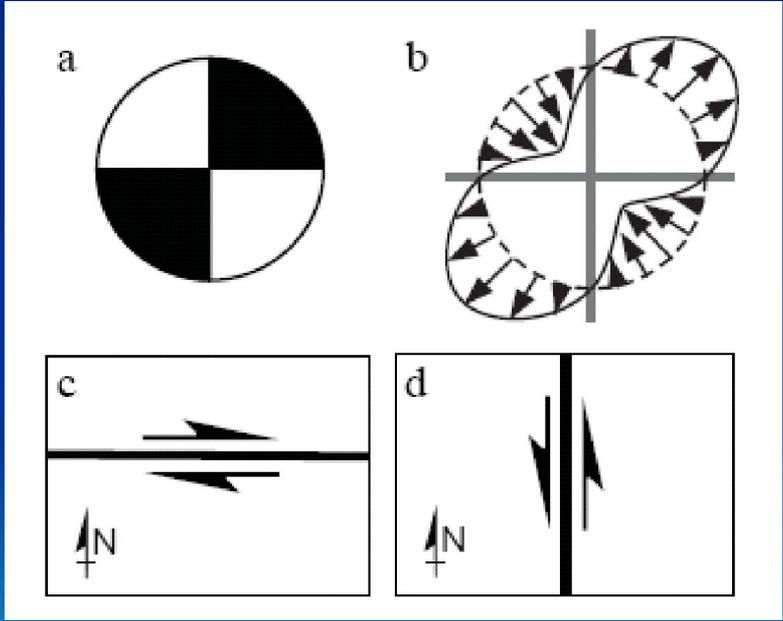
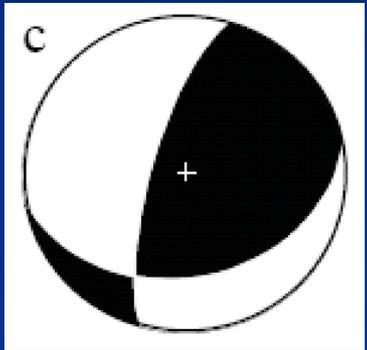
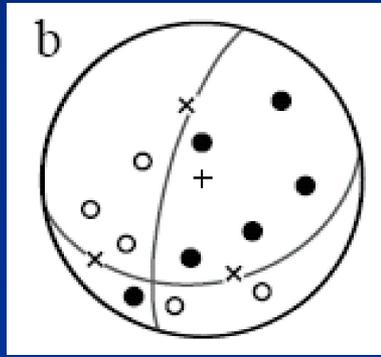


При преобразованиях подобия вектор касательного напряжения не меняет своей ориентации, т.е. его направляющий орт \mathbf{f} остается неизменным

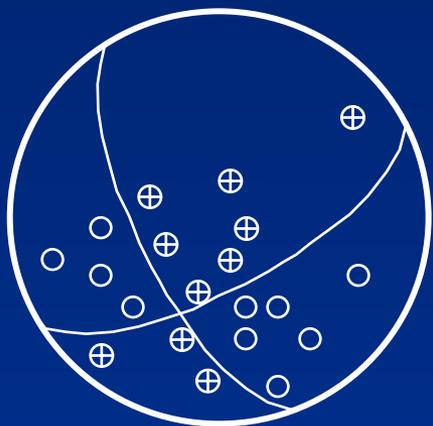
Механизмы очагов землетрясений



Stn	P wave	symbol	Stn	P wave	symbol	Stn	P wave	symbol
A		●	F		○	K		○
B		x	G		x	L		x
C		●	H		●	M		●
D		○	I		○	N		●
E		○	J		●			



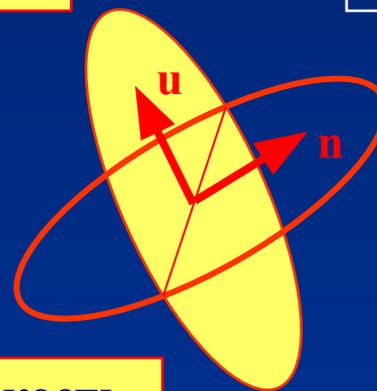
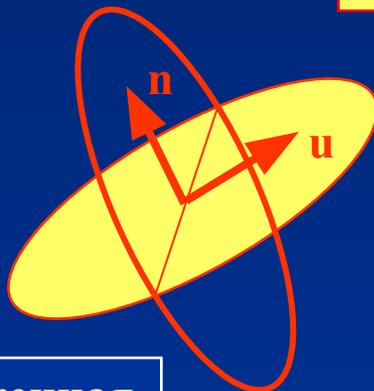
Механизмы очагов землетрясений



⊕ Первые вступления *P*-волн
○

Плоскость разлома

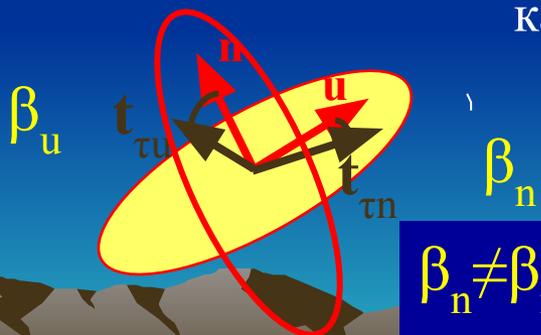
Сопряженная плоскость



Сопряженная плоскость

Плоскость разлома

\mathbf{n} – единичная нормаль к плоскости разлома, \mathbf{u} – вектор подвижки, \mathbf{t}_τ – вектор касательного напряжения

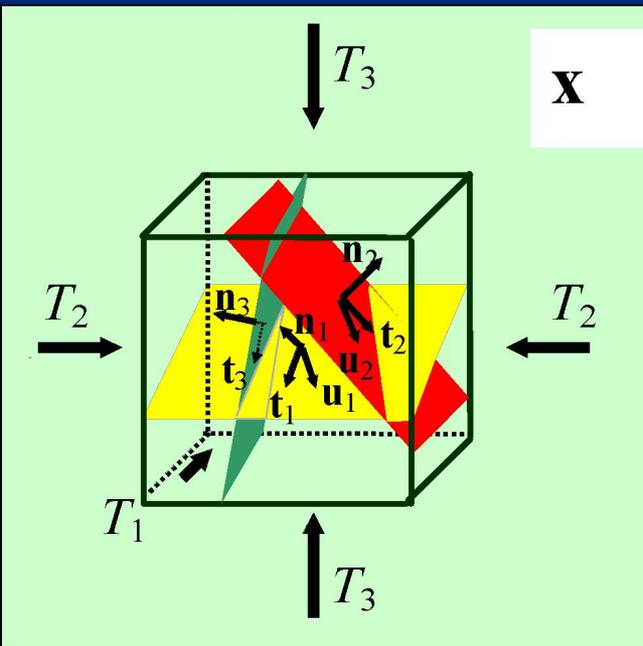


$\beta_n \neq \beta_n$

$$\text{Lg } |\mathbf{u}| = a M - b$$

a, b – эмпирические постоянные,
 M – магнитуда землетрясения

Сейсмотектоническая деформация



$$(\mathbf{n}_\alpha \cdot \mathbf{u}_\alpha = 0)$$

ΔV – объем элемента x
 ΔS_α - площадь α -й
 подвижки

$$\mathbf{G} = \frac{1}{\Delta V \Delta t} \sum_{\alpha=1}^A \mathbf{n}_\alpha \otimes \mathbf{u}_\alpha \Delta S_\alpha \quad \text{Скорость дисторсии}$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{D} + \mathbf{W}, \quad (\mathbf{D} = \mathbf{D}^T, \quad \mathbf{W} = -\mathbf{W}^T)$$

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2\Delta V \Delta t} \sum_{\alpha=1}^A (\mathbf{n}_\alpha \otimes \mathbf{u}_\alpha + \mathbf{u}_\alpha \otimes \mathbf{n}_\alpha) \Delta S_\alpha$$

Тензор скорости деформации

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2\mu \Delta V \Delta t} \sum_{\alpha=1}^A \mathbf{M}_\alpha \quad \mathbf{M}_\alpha = \mu (\mathbf{n}_\alpha \otimes \mathbf{u}_\alpha + \mathbf{u}_\alpha \otimes \mathbf{n}_\alpha) \Delta S_\alpha$$

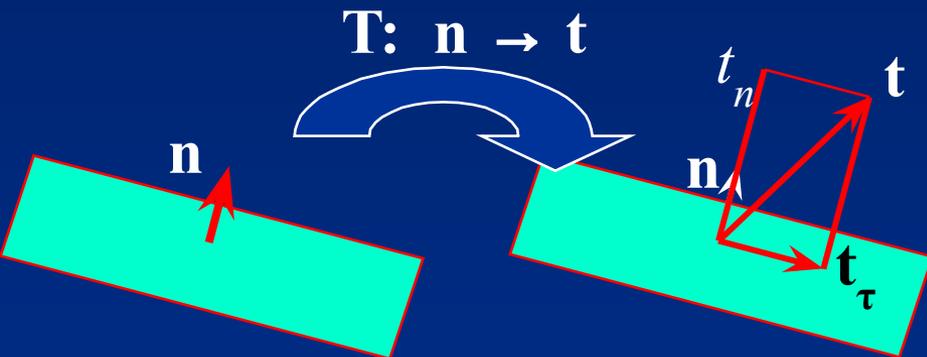
(Костров, 1974)

\mathbf{M}_α - тензор сейсмического момента

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2\Delta V \Delta t} \sum_{\alpha=1}^A (\mathbf{n}_\alpha \otimes \mathbf{u}_\alpha - \mathbf{u}_\alpha \otimes \mathbf{n}_\alpha) \Delta S_\alpha$$

СПИН

Постановка проблемы



ТЕНЗОР НАПРЯЖЕНИЙ

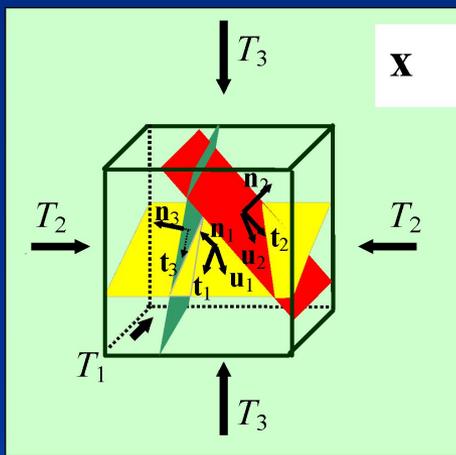
$$\mathbf{T} = T_1 \mathbf{m}_1 \otimes \mathbf{m}_1 + T_2 \mathbf{m}_2 \otimes \mathbf{m}_2 + T_3 \mathbf{m}_3 \otimes \mathbf{m}_3$$

T_j - главные напряжения

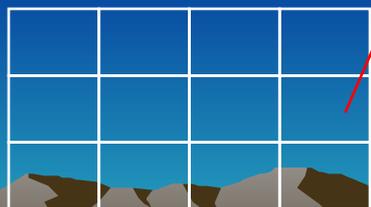
\mathbf{m}_j - орты, задающие ориентацию T_j

$\mathbf{t} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{T}$ - вектор напряжений на площадке с нормалью \mathbf{n}

1 Определить однородное напряженное состояние (тензор \mathbf{T}) в макро-элементе \mathbf{x} по данным о фокальных механизмах \mathbf{M}_α (число событий $A \geq 4$).



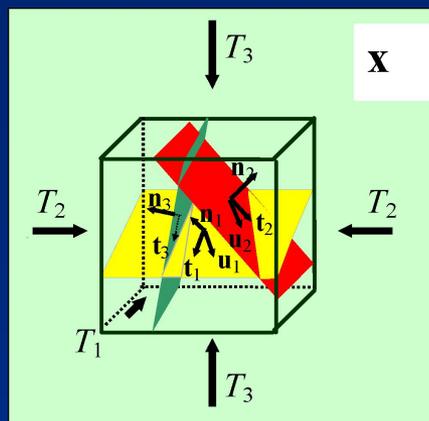
2 Определить неоднородное поле напряжений $\mathbf{T}(\mathbf{x})$ в области Ω , составленной из макро-элементов \mathbf{x} , по данным о \mathbf{M}_α в каждом \mathbf{x} .



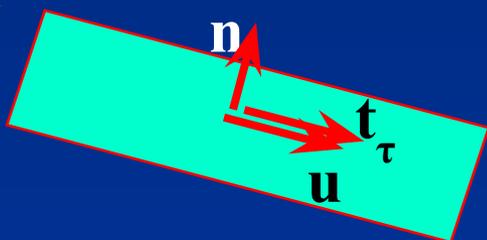
Ω

Основные предположения традиционного

подхода



1. Подвижки происходят вдоль существующих ослабленных плоскостей, не влияя друг на друга
2. Подвижка u на каждой плоскости с нормалью n происходит в направлении вектора касательного напряжения t_τ



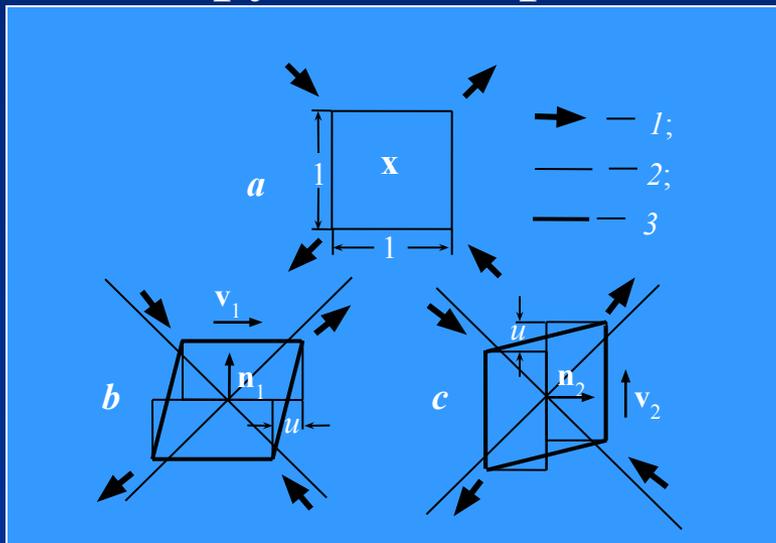
Практически тензор напряжений T подбирается так, чтобы обеспечить минимальную близость данной системы подвижек с искомой системой векторов касательного напряжения.

$$F = \sum_{\alpha=1}^A f(\mathbf{f}_\alpha, \mathbf{h}_\alpha) \rightarrow \max_T F, \quad f(\mathbf{f}_\alpha, \mathbf{h}_\alpha) \leq f^* = f \Big|_{\mathbf{f}_\alpha \cdot \mathbf{h}_\alpha = 1},$$

$$\left(\mathbf{f}_\alpha = \frac{\mathbf{t}_{\tau(\alpha)}}{|\mathbf{t}_{\tau(\alpha)}|}, \quad \mathbf{h}_\alpha = \frac{\mathbf{u}_\alpha}{|\mathbf{u}_\alpha|} \right)$$

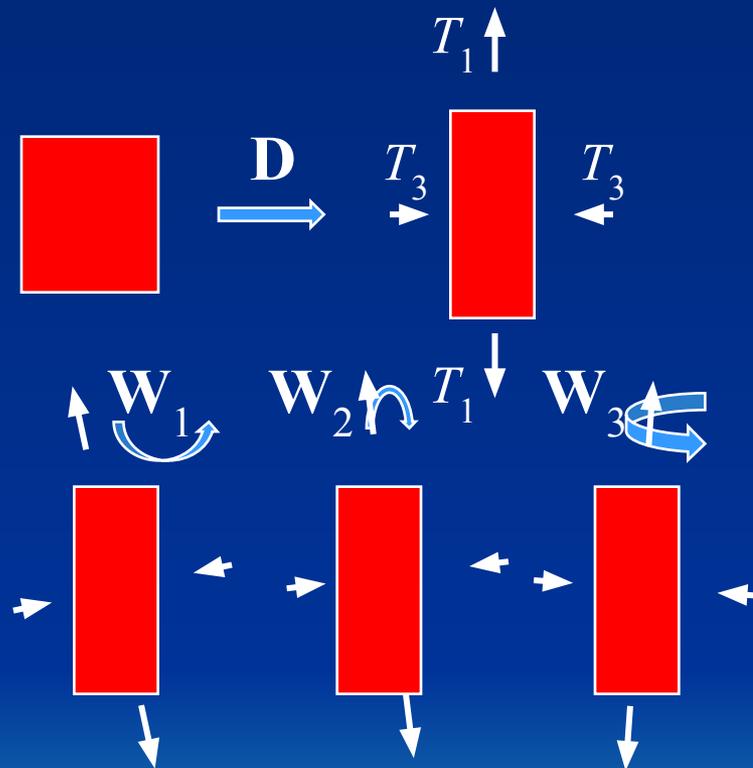
Нарушение законов механики в традиционном подходе

Нарушение принципа независимости от наблюдателя



1 — главные напряжения;
2 — начальная ориентация главных осей напряжений; 3 — граница деформированного макро-элемента.

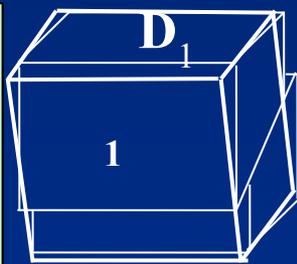
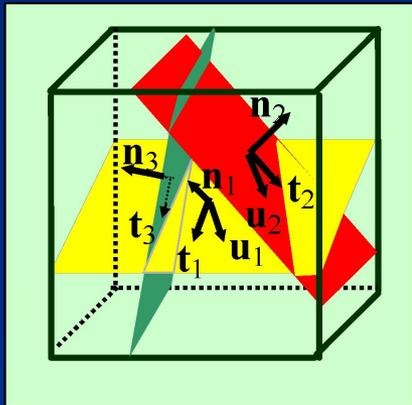
При заданной скорости подвижки $v = |v_1| = |v_2|$ ориентации главных осей напряжений одинаковы в обоих случаях, когда амплитуда подвижки $u = |u| \ll 1$. Эта ориентация не зависит от спина W , который различен для случаев b и c .



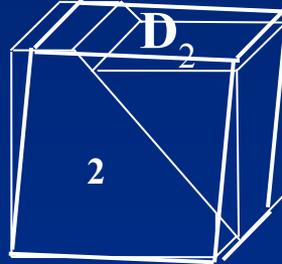
Ориентация главных осей искомого тензора T зависит от спина W

Нарушение законов механики в традиционном подходе

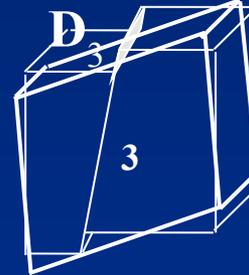
Отсутствие связи между напряжениями и деформированием



$$\begin{matrix} |\mathbf{u}_1| >> |\mathbf{u}_2| \\ |\mathbf{u}_1| >> |\mathbf{u}_3| \end{matrix}$$



$$\begin{matrix} |\mathbf{u}_2| >> |\mathbf{u}_1| \\ |\mathbf{u}_2| >> |\mathbf{u}_3| \end{matrix}$$



$$\begin{matrix} |\mathbf{u}_3| >> |\mathbf{u}_1| \\ |\mathbf{u}_3| >> |\mathbf{u}_2| \end{matrix}$$

$$\mathbf{D}_1 \neq \mathbf{D}_2 \neq \mathbf{D}_3$$

Во всех случаях
реконструируется
один и тот же
тензор
напряжений

$$\mathbf{G} = \frac{1}{\Delta V \Delta t} \sum_{\alpha=1}^{A_1} \mathbf{n}_{\alpha}^{(1)} \otimes \mathbf{u}_{\alpha}^{(1)} \Delta S_{\alpha}^{(1)} = \frac{1}{\Delta V \Delta t} \sum_{\alpha=1}^{A_2} \mathbf{n}_{\alpha}^{(2)} \otimes \mathbf{u}_{\alpha}^{(2)} \Delta S_{\alpha}^{(2)} = \dots = \frac{1}{\Delta V \Delta t} \sum_{\alpha=1}^{A_n} \mathbf{n}_{\alpha}^{(n)} \otimes \mathbf{u}_{\alpha}^{(n)} \Delta S_{\alpha}^{(n)}$$

Даже при
одинаковых $|\mathbf{u}_{\alpha}^{(i)}|$
на каждой
плоскости



$\mathbf{T}^{(1)}$

\neq



$\mathbf{T}^{(2)}$

\neq



$\mathbf{T}^{(3)}$

Макро-кинематика и макро-напряжения не связаны в рамках традиционного подхода

Нарушение законов механики в традиционном подходе

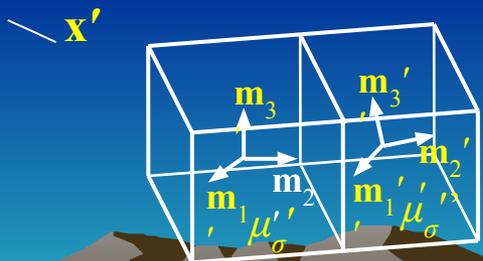
Нарушение условий равновесия

В каждом макро-объеме x реконструируются 4 элемента НС: 3 угла ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 , задающих ориентацию триэдра m_1, m_2, m_3 в пространстве, и коэффициент вида напряженного состояния μ_σ . Эти величины определяют 4 скалярных поля: 3 поля $\phi_1(x), \phi_2(x), \phi_3(x)$ и поле $\mu_\sigma(x)$. Это влечет, вообще говоря, нарушение 3-х скалярных уравнений равновесия.

$$T_1 \rightarrow \beta T_1 + \alpha, \quad T_2 \rightarrow \beta T_2 + \alpha, \quad T_3 \rightarrow \beta T_3 + \alpha, \quad \beta > 0 \quad (*)$$

Преобразования, не затрагивающие ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 и μ_σ .

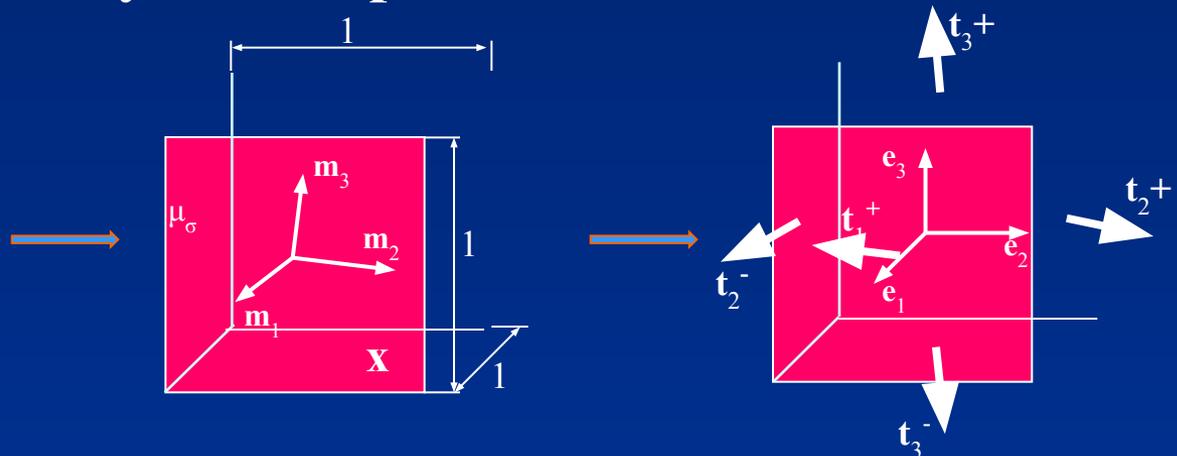
- Массив, составленный из двух макро-объемов x' и x'' не может быть уравновешен преобразованиями (*) в каждом макро-объеме, если ориентации m_1', m_2', m_3' и m_1'', m_2'', m_3'' не одинаковы и коэффициенты μ_σ' and μ_σ'' имеют разные значения.



Нарушение законов механики в традиционном подходе

Выполнение условий равновесия для одного блока

Однородное напряженное состояние



Условия равновесия

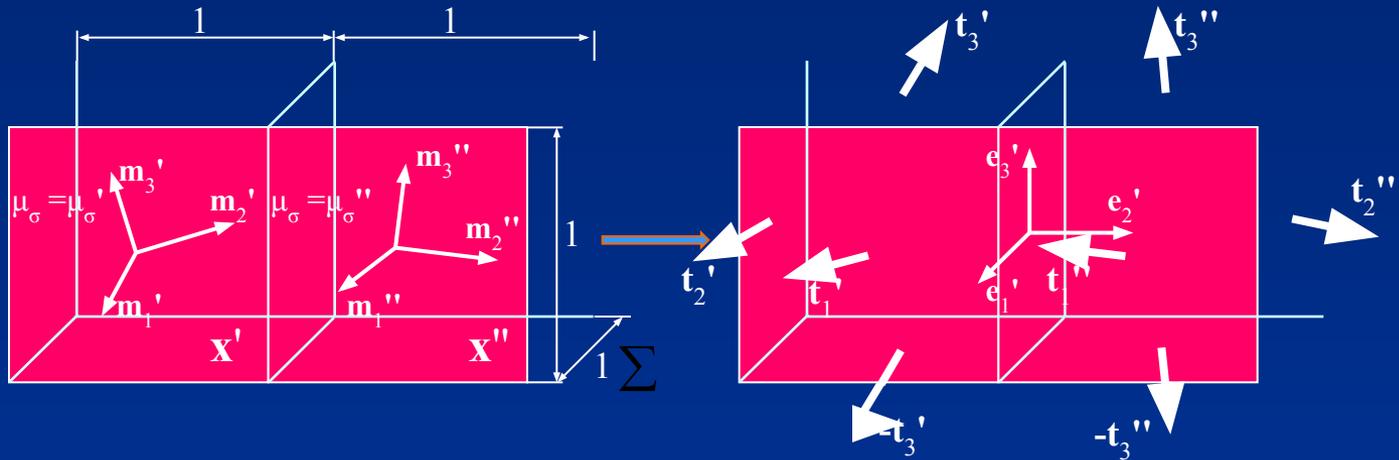
$$\mathbf{f}_R = \sum_{i=1}^3 \mathbf{t}_i^+ + \mathbf{t}_i^- = \mathbf{0} \quad \mathbf{m}_R = \sum_{i=1}^3 \mathbf{r}_i^+ \times \mathbf{t}_i^+ + \mathbf{r}_i^- \times \mathbf{t}_i^- = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{T} \rightarrow \mathbf{t}_i^+ = -\mathbf{t}_i^- (= \mathbf{t}_i) \rightarrow \mathbf{f}_R = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{m}_R = \sum_{i=1}^3 \mathbf{e}_i \times \mathbf{t}_i$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^T \rightarrow \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{t}_j = \mathbf{e}_j \cdot \mathbf{t}_i \rightarrow \mathbf{m}_R = \mathbf{0}$$

Нарушение законов механики в традиционном подходе

Нарушение условий равновесия для двух блоков



При преобразовании подобия $\mathbf{T} \rightarrow \alpha \mathbf{I} + \beta \mathbf{T}$ $\mathbf{t} \rightarrow \alpha \mathbf{n} + \beta \mathbf{t}$

Равновесие объединенного блока $x'' \cup x'$ с учетом равновесия каждого блока

$\mathbf{f}_R = \mathbf{0} \rightarrow (\alpha'' - \alpha') \mathbf{e}_2 + \beta' \mathbf{t}'_2 + \beta'' \mathbf{t}''_2 = \mathbf{0}$ В общем случае не выполняется, т.к. $\beta' > 0, \beta'' > 0$

$\mathbf{m}_R = \mathbf{0} \rightarrow \sum_{i=1}^3 \mathbf{e}_i \times (\beta' \mathbf{t}'_i + \beta'' \mathbf{t}''_i) = \mathbf{0}$

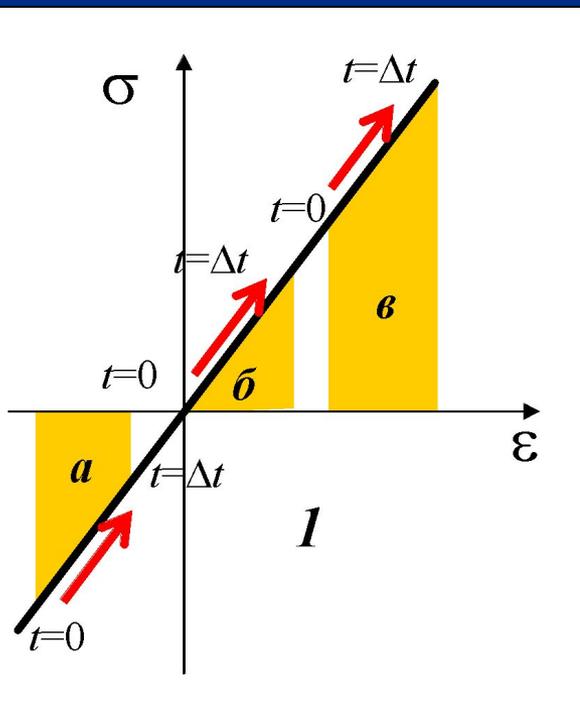
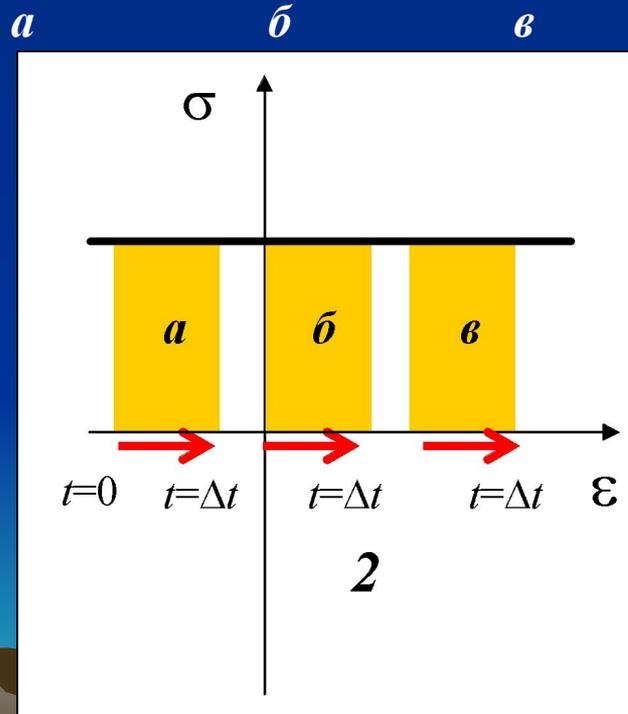
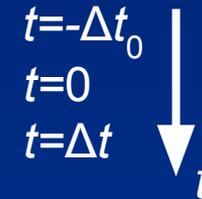
Выполняется в силу уравновешенности моментов для каждого из блоков

При каких условиях по сейсмологическим данным можно определить напряжения?

При сейсмологических наблюдениях определяется не полная деформация среды, а лишь приращение этой деформации, накопленное за время наблюдения Δt (т.е. скорость \mathbf{D}).



При каких условиях по сейсмологическим данным можно определить напряжения?



Напряжения можно определить лишь в диссипативной среде с мгновенно затухающей памятью по отношению к истории деформаций

Определяющие соотношения для идеально-пластической среды

Вариационный принцип: в макро-объеме \mathbf{x}

$$F = \sum_{\alpha=1}^A \Delta S_{\alpha} \mathbf{u}_{\alpha} \cdot \mathbf{t}_{\tau(\alpha)} \rightarrow F^* = \max_{\mathbf{T}^{dev}} F \quad \text{при условии} \quad G(\mathbf{T}^{dev}, \mathbf{x}) = const$$

$$F = \sum_{\alpha=1}^A \Delta S_{\alpha} \mathbf{u}_{\alpha} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{n}_{\alpha} \otimes \mathbf{n}_{\alpha}) \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}_{\alpha} \quad \Rightarrow \quad F = \sum_{\alpha=1}^A \Delta S_{\alpha} \mathbf{u}_{\alpha} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}_{\alpha} \quad \Rightarrow$$

$$F = \mathbf{T} : \sum_{\alpha=1}^A \frac{1}{2} (\mathbf{n}_{\alpha} \otimes \mathbf{u}_{\alpha} + \mathbf{u}_{\alpha} \otimes \mathbf{n}_{\alpha}) \Delta S_{\alpha} \quad \Rightarrow \quad F = \Delta V \Delta t \mathbf{T} : \mathbf{D} \quad \Rightarrow$$

$$F = \Delta V \Delta t \mathbf{T}^{dev} : \mathbf{D}$$

$$\Rightarrow \tilde{F} = \mathbf{T} : \mathbf{D} \rightarrow \tilde{F}^* = \max_{\mathbf{T}^{dev}} \tilde{F} \quad \text{при условии} \quad G(\mathbf{T}^{dev}, \mathbf{x}) = const$$

Принцип экстремума Мизеса

Определяющие соотношения для идеально-пластической среды

$$\tilde{F} = \mathbf{T} : \mathbf{D} - \lambda \left(G(\mathbf{T}^{dev}, \mathbf{x}) - const \right) \rightarrow \tilde{F}^* = \max_{\mathbf{T}^{dev}} \tilde{F}$$

λ - множитель
Лагранжа

Необходимое условие экстремума

$$\frac{\partial \tilde{F}}{\partial \mathbf{T}} = \mathbf{0}$$

Производная скалярной функции по тензорному аргументу $df(\mathbf{A}) = d\mathbf{A} : \frac{df}{d\mathbf{A}}$

$$d(\mathbf{T} : \mathbf{D}) = (\mathbf{T} + d\mathbf{T}) : \mathbf{D} - \mathbf{T} : \mathbf{D} = d\mathbf{T} : \mathbf{D}$$

Для дифференцируемой функции $G(\mathbf{T}^{dev}, \dots)$



$$\mathbf{D} = \lambda \frac{\partial G}{\partial \mathbf{T}} \quad (\lambda > 0)$$



Определяющие соотношения для идеально-пластической среды

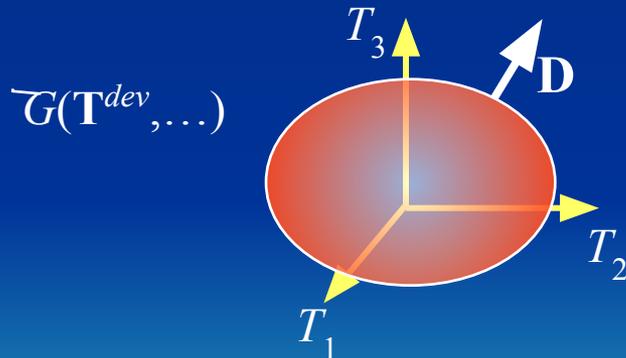
$$G = G(I_2(\mathbf{T}^{dev}), I_3(\mathbf{T}^{dev})) \quad \text{Изотропная функция } G(\mathbf{T}^{dev}, \dots)$$

$$I_2(\mathbf{T}^{dev}) = \frac{1}{2} (I_1^2(\mathbf{T}^{dev}) - I_1(\mathbf{T}^{dev} \cdot \mathbf{T}^{dev})) = -\frac{1}{2} \mathbf{T}^{dev} : \mathbf{T}^{dev} \quad I_3(\mathbf{T}^{dev}) = \det(\mathbf{T}^{dev})$$

Для изотропной функции $G(\mathbf{T}^{dev}, \dots)$

$$\mathbf{D} = \lambda \frac{\partial G}{\partial I_3} \left(\mathbf{T}^{dev} \cdot \mathbf{T}^{dev} + \frac{2}{3} I_2 \mathbf{I} \right) - \lambda \frac{\partial G}{\partial I_2} \mathbf{T}^{dev}$$

Определяющие соотношения идеально-пластического тела



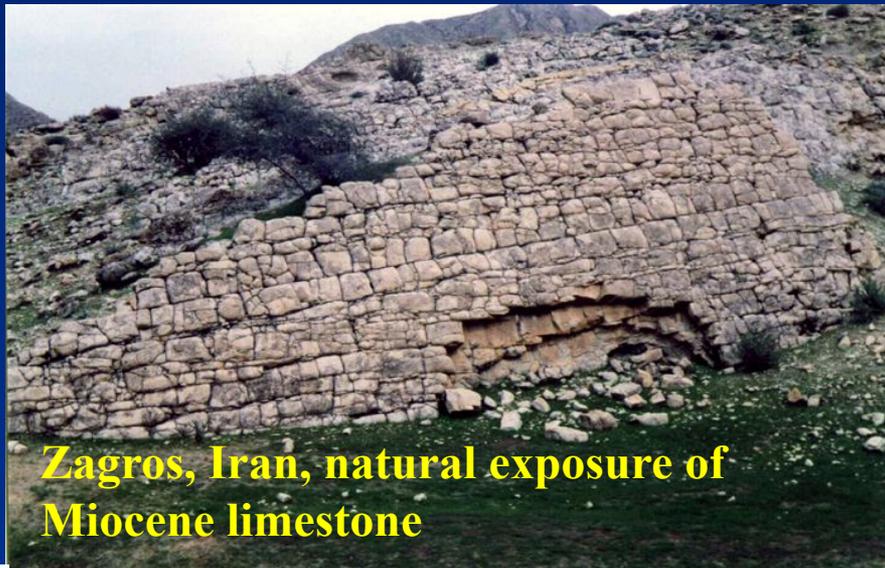
$G(\mathbf{T}^{dev}, \dots)$ – пластический потенциал

Трещиноватость осадочных горных пород

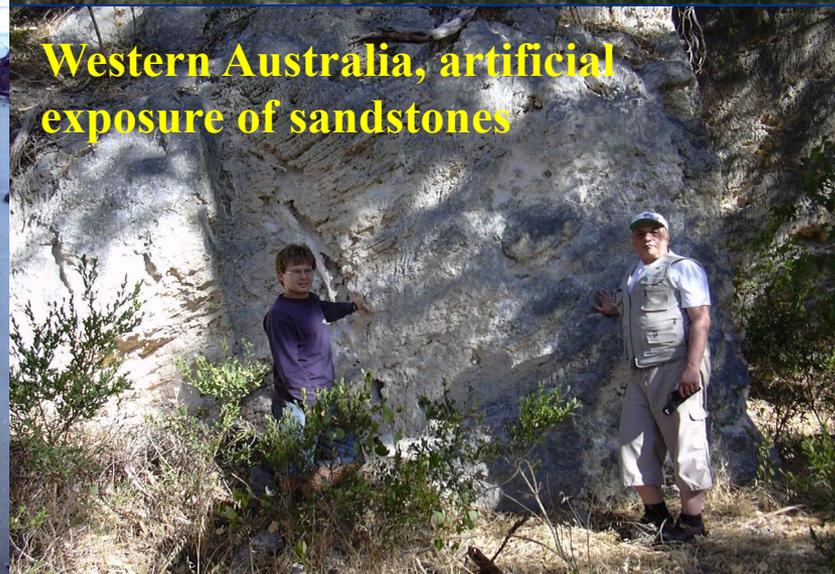
East European platform, Russia, quarry, artificial exposure of Devonian limestone after blasting operation



Zagros, Iran, natural exposure of Miocene limestone



Western Australia, artificial exposure of sandstones



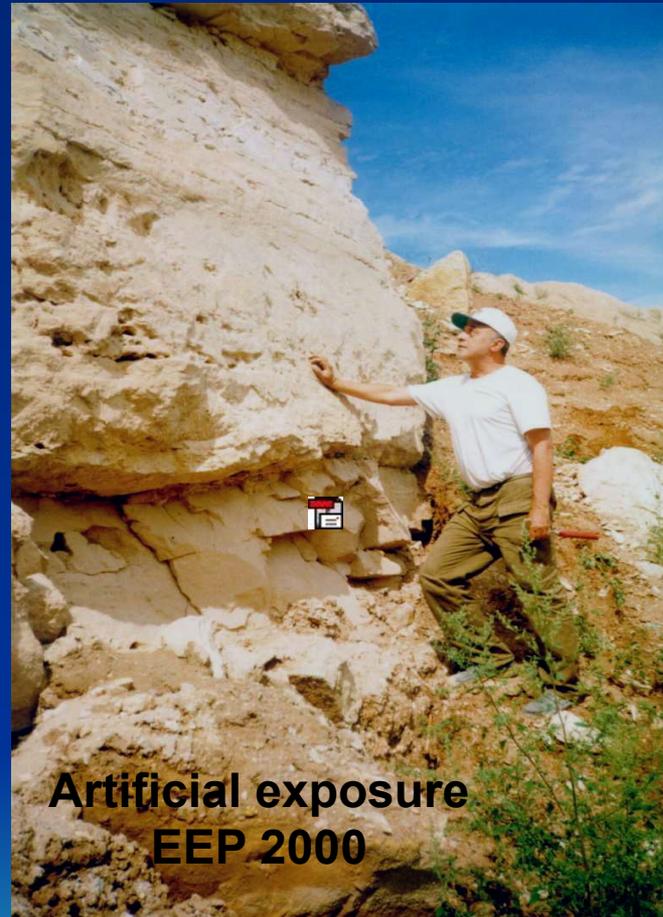
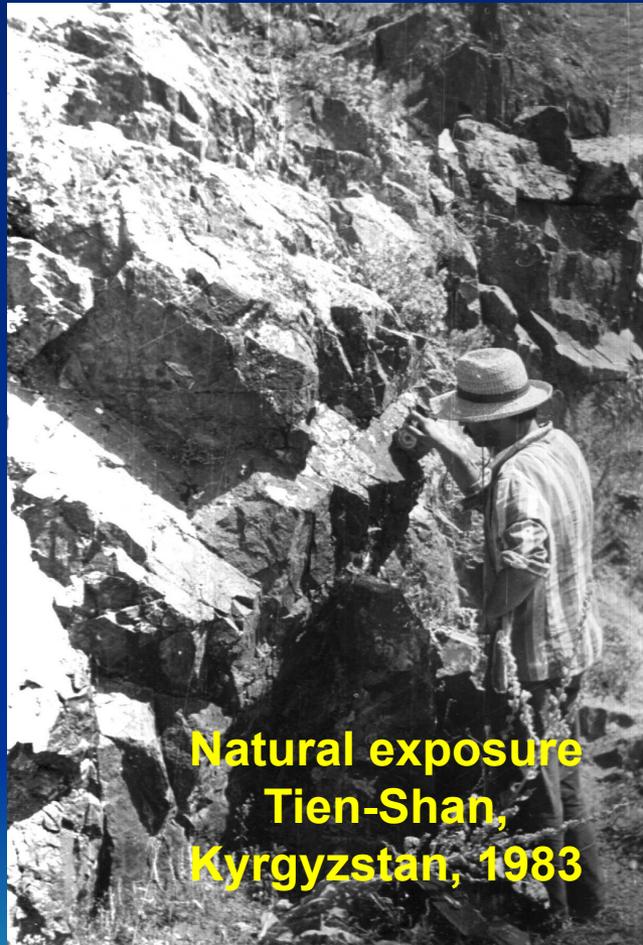
Scythian Platform, Russia, natural Holocene clays



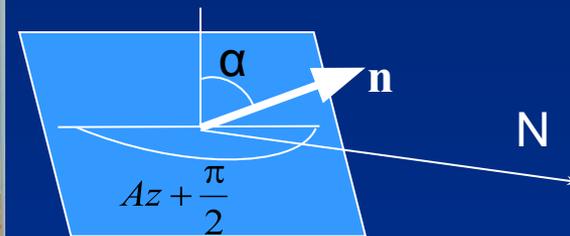
Трещиноватость горных пород



Замеры трещиноватости

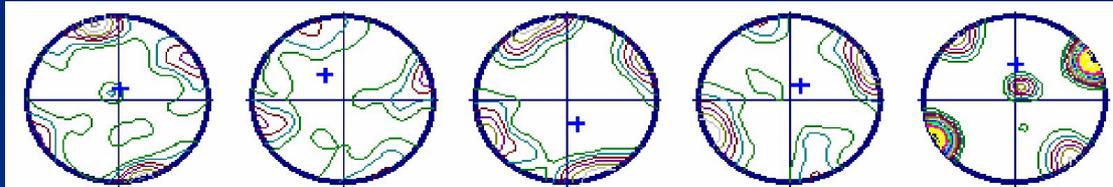


Плоскость
трещины

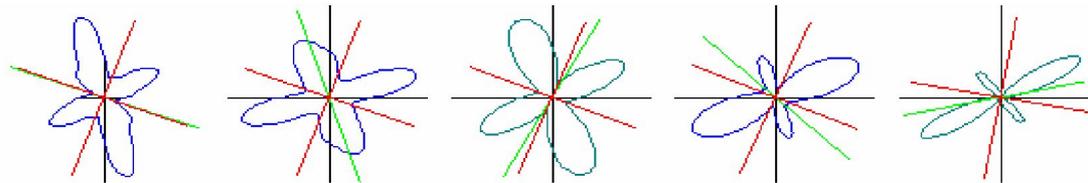


В каждой точке наблюдения (ТН) горным компасом измеряются азимуты (Az) и углы (α) падения 100 плоскостей трещин

Обработка и интерпретация замеров трещиноватости



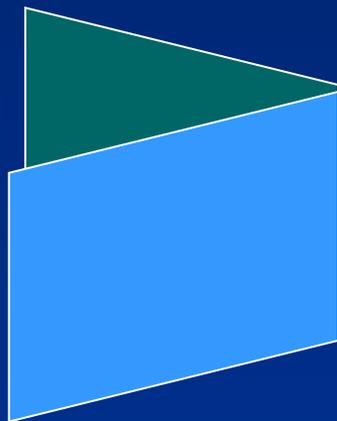
Диаграммы плотности полюсов трещин
(ориентационные полюсные фигуры)



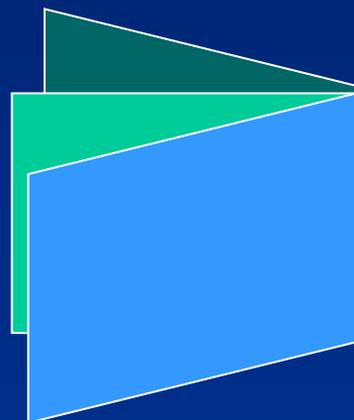
Розы-диаграммы полюсов трещин и оси
палеонапряжений

Выделение систем трещин

Производится на основе кластерного анализа



2 системы; часто
интерпретируются
как сопряженные
первичные
системы

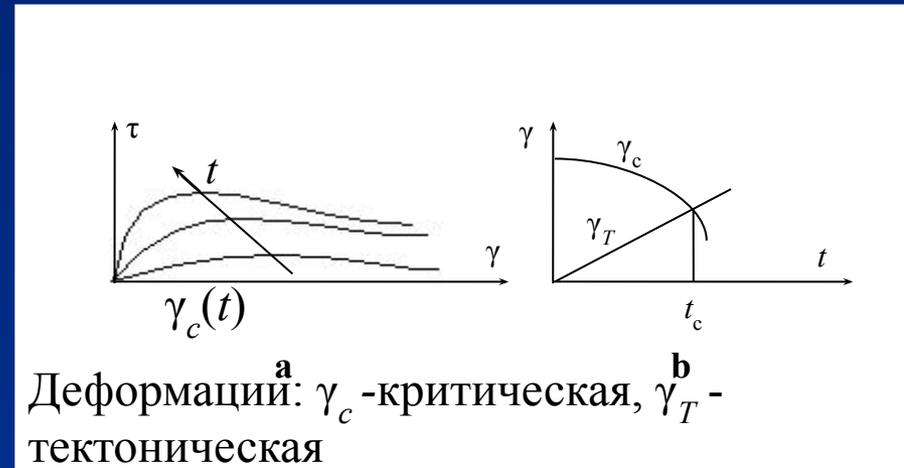
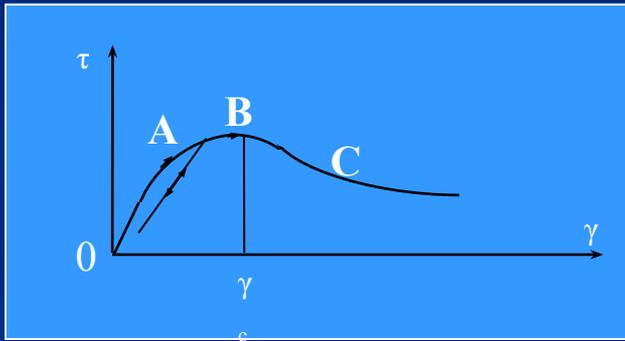


3 системы; иногда
интерпретируются
как первичные
системы, причем 2
из них сопряженные

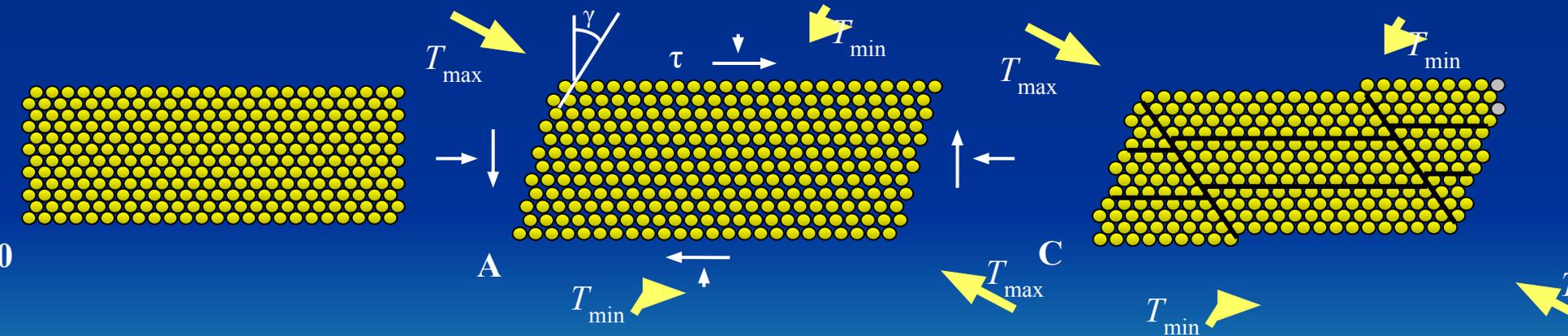
Число систем >3 .
Существуют как
первичные, так и
вторичные
(тектонические)
системы трещин.

Первичные системы закладываются на стадии диагенеза осадков .

Локализация пластических деформаций как механизм образования первичных сопряженных систем трещин



Деформаций: **a** γ_c - критическая, **b** γ_T - тектоническая

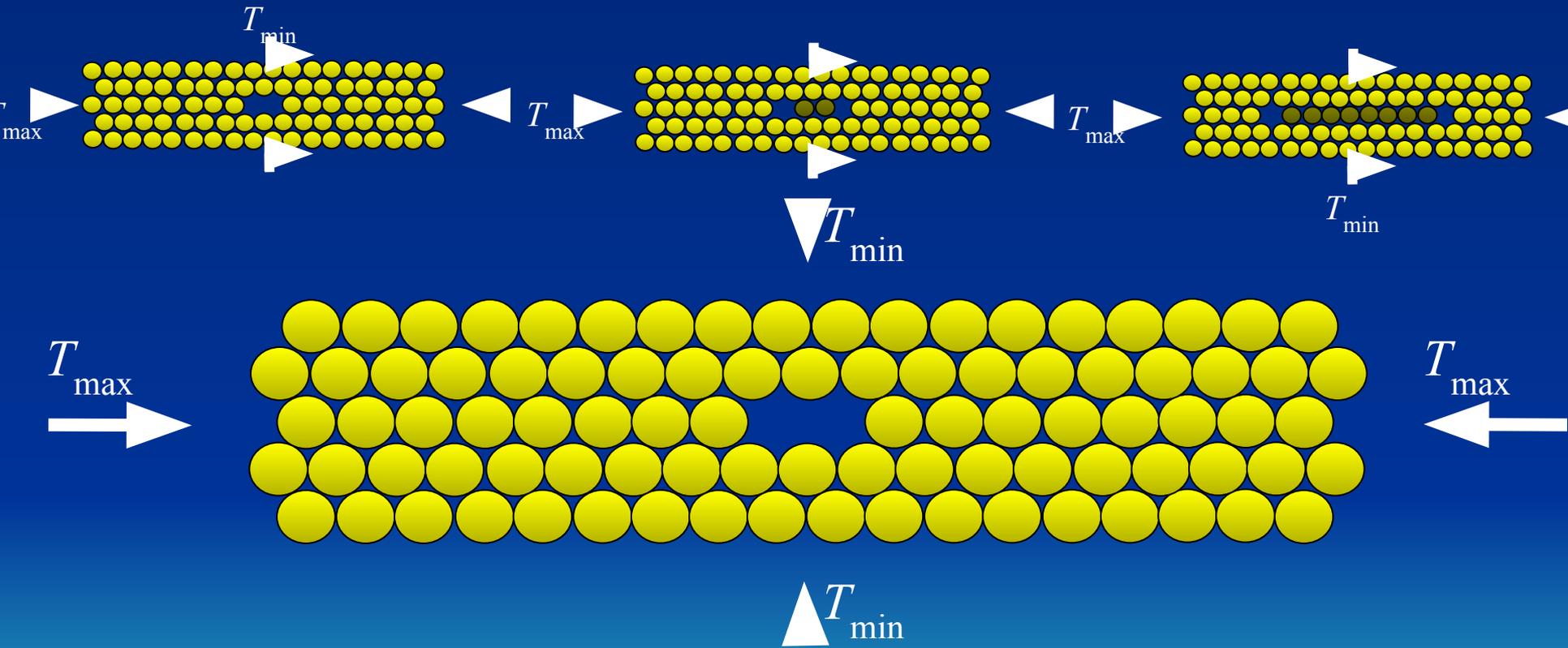


Исходная конфигурация

Непрерывная деформация

Локализация деформаций

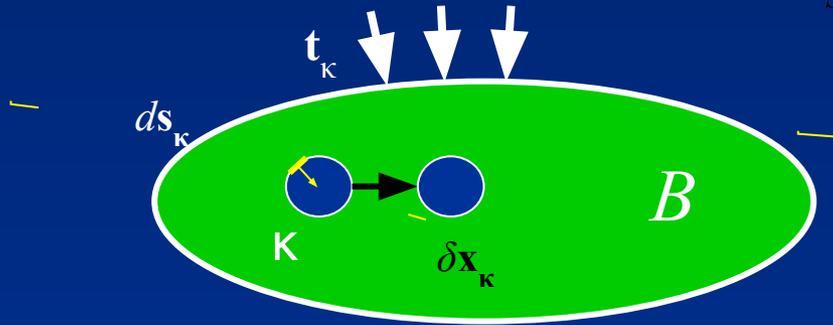
Идеализированная модель движения микродефектов в слабо сцементированном слое осадков при сжатии



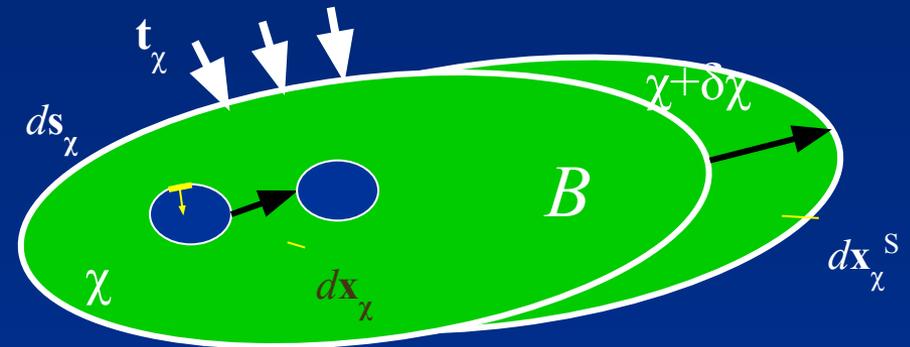
Модель движения дефектов в упругой среде

$$\delta W_B = \delta A + \int_{S_K} w_K \delta \mathbf{x}_K \cdot d\mathbf{s}_K$$

Вариация энергии наращиваемого тела



Отсчетная конфигурация тела B



Малая вариация актуальной конфигурации χ .

$$\delta E_B = \delta W_B - \delta A = -\delta \mathbf{x}_K \cdot \mathbf{f} \quad \left(\mathbf{f} = -\int_S w_K d\mathbf{s}_K \right)$$

δE_B – вариация полной энергии системы, δW_B – вариация упругой энергии, δA – работа внешних сил

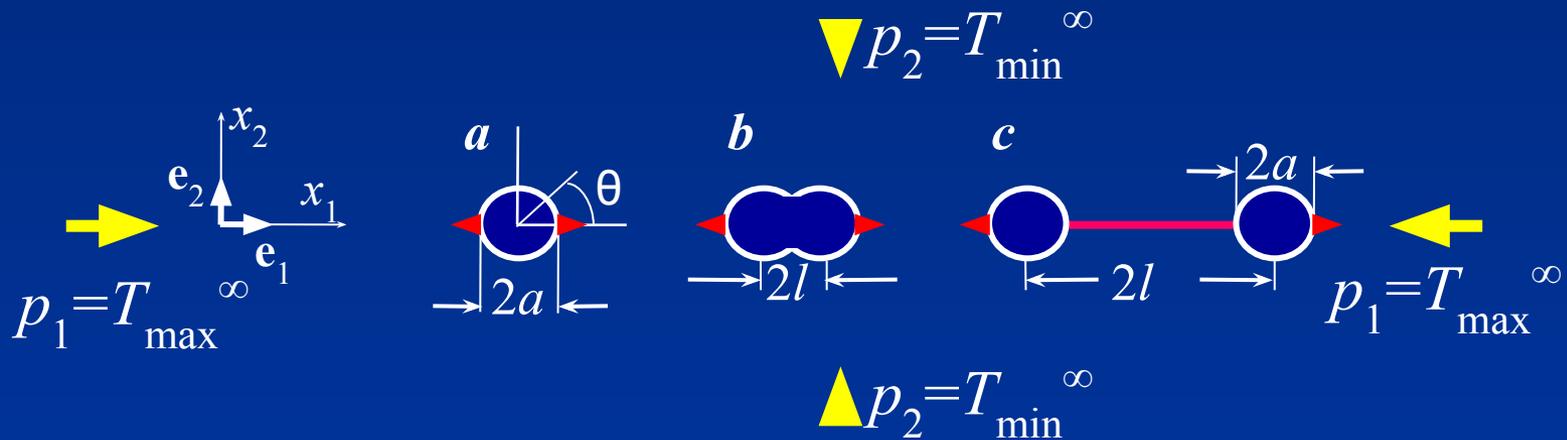
\mathbf{f} – сила, движущая дефект; w_K – объемная плотность упругой энергии в отсчетной конфигурации K

Модель движения дефектов в упругой среде

Линейная упругость, плоская деформация

$$w_{\kappa} = \frac{1}{4\mu} (1 - \nu) T_{\theta}^2$$

μ - модуль сдвига, ν - коэффициент Пуассона, T_{θ} - тангенциальное напряжение

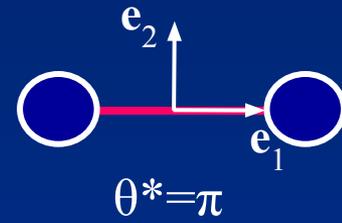
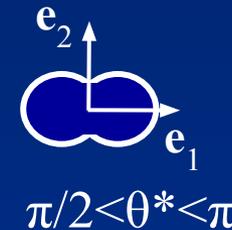
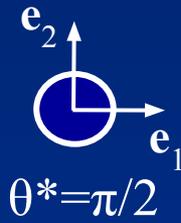


a – совпадающие отверстия ($2l=0$); b – перекрывающиеся отверстия ($l < a$); c – разделенные отверстия ($l > a$).

Модель движения дефектов в упругой среде

Для правого отверстия

$$\mathbf{f} = \mathbf{e}_1 c \int_{-\theta^*}^{\theta^*} T_{\theta}^2 \cos \theta d\theta \quad \left(c = \frac{1}{4\mu} a(1-\nu) \right)$$



Для определения \mathbf{f} используются известные решения. Для $l=0$ существует аналитическое решение, для $\varepsilon=a/2l < 0.2$ решение получается методом малого параметра, для $\varepsilon < 0.4$ имеются решения, полученные методом Бубнова-Галеркина, для $0.4 < \varepsilon < \infty$ используются численные методы. См. Ling C.-B., 1948; Sherman, 1959; Savin, 1968; и др.

$$\mathbf{f} = \mathbf{e}_1 \frac{c}{15} (46 p_1^2 - 52 p_1 p_2 + 126 p_2^2) \quad \mathbf{f} = \mathbf{e}_1 16 \pi c \varepsilon^3 (p_1 + p_2)(2 p_1 - p_2) + O(\varepsilon^4)$$

Сила, действующая на правую полуокружность при $l=0$

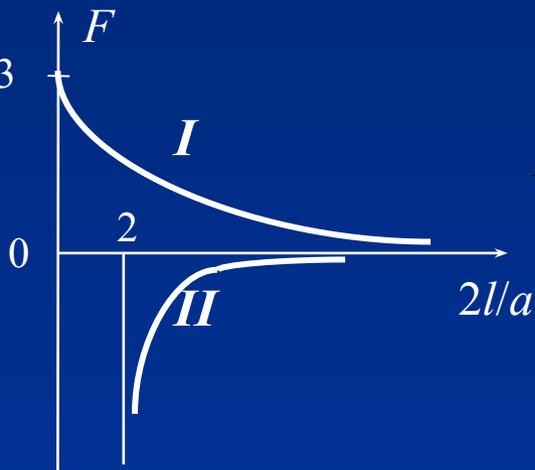
Сила на правый дефект при $\varepsilon=a/2l < 0.2$

Модель движения дефектов в упругой среде

$$f = \mathbf{f} \cdot \mathbf{e}_1 = -\frac{\delta E_B}{\delta 2l} \quad (\delta \mathbf{x}_k = \mathbf{e}_1 \delta l)$$

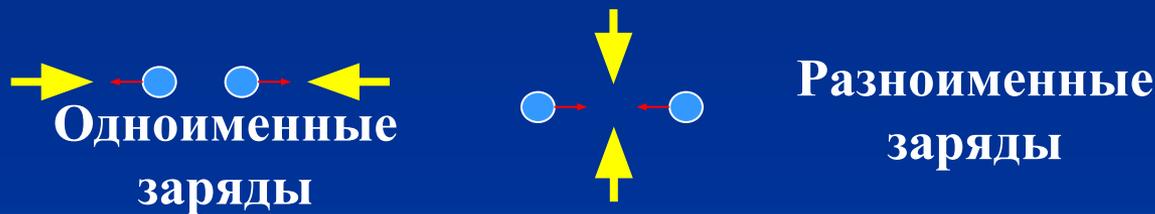
f – отношение высвобожденной полной энергии к увеличению расстояния между отверстиями

f вычисляется для правого отверстия



$$I: F = \frac{f}{cp_1^2}, p_2 = 0 \quad II: F = \frac{f}{cp_2^2}, p_1 = 0$$

Аналогия с электрическими зарядами:



Модель движения дефектов в упругой среде

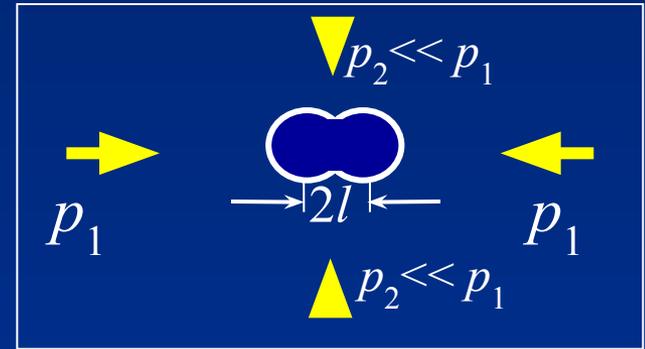
Учет поверхностной энергии

$$-\delta E_B = \delta \Gamma = 4\gamma \delta l$$

Критерий типа Гриффитса

$$\mathbf{f} = -f_c \mathbf{e}_1 \quad \left(f_c = \frac{\delta \Gamma}{2\delta l} > 0 \right)$$

f_c – сила сопротивления (для правого дефекта)



$$p_2 \ll p_1$$

$$p_1 \leq p_1^* \approx \sqrt{0.65 \frac{\gamma}{c}}$$

Нет изменений в микроструктуре

$$p_1 = p_1^{**} \approx \sqrt{1.12 \frac{\gamma}{c}}$$

Происходит разделение дефектов

$$\left(c = \frac{1}{4\mu} a(1-\nu) \right)$$

$$p_1 > p_1^{**}$$

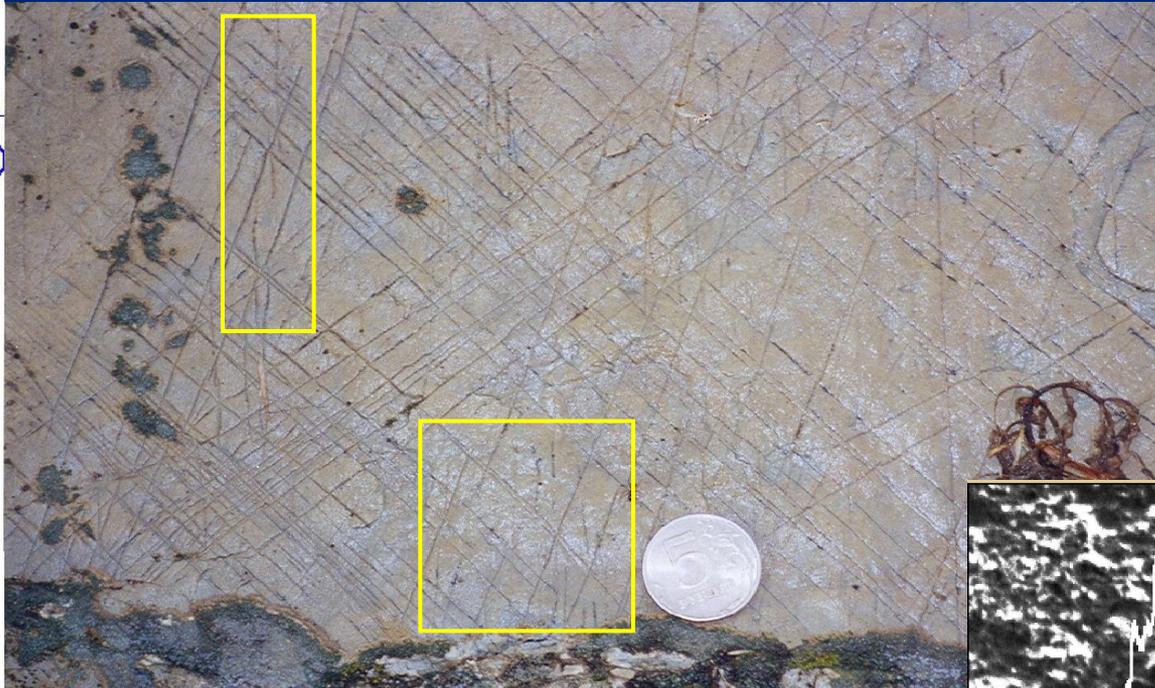
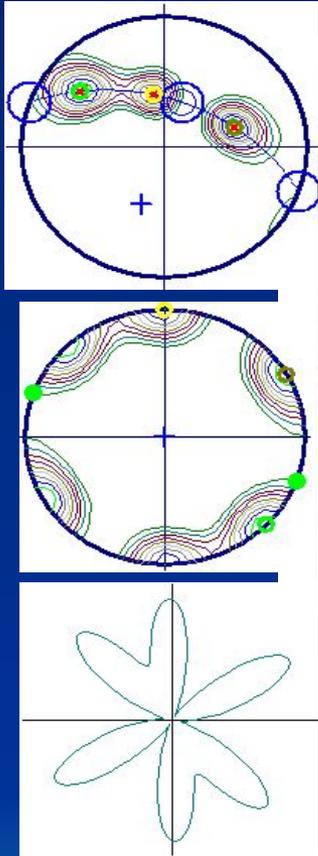
Дефекты динамически раздвигаются до момента $f = f_c$

Обнажение верхнемеловых осадочных пород горных пород (Черноморское побережье Большого Кавказа между Новороссийском и Туапсе)

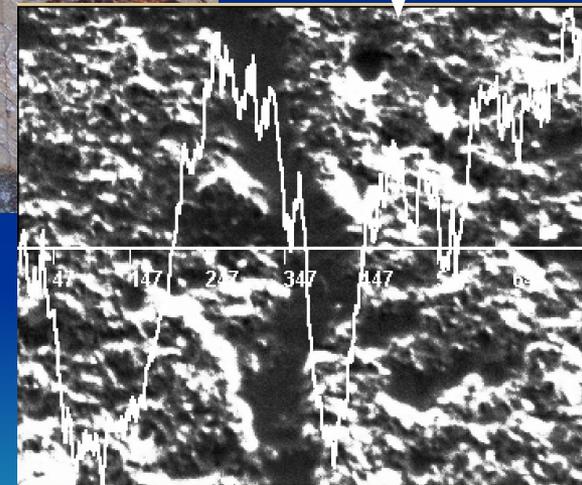


Осадочные слои
обнажаются на
разную глубину,
фиксируя
изменение
трещиноватости
по времени

Микро-зоны локализации деформаций



Полосы локализации деформаций под микроскопом.



| 20 mkm

Системы чрезвычайно тонких прямых линий, интерпретируемых как следы полос локализации деформаций.