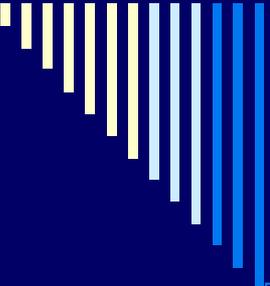


# Сейсмический мониторинг месторождений углеводородов

Семестровый курс  
Лекция 2

---



## Лекция 2

- Модели очага. Силовые модели источника.
  - Уравнение нодальных линий.
  - Сейсмический режим. Закон повторяемости Гуттенберга-Рихтера.
  - Графики Бенъофа.
  - Фрактальность пространственного распределения очагов землетрясений.
-



# Модели сейсмического источника.

Два способа описания сейсмического источника:

- Кинематический – задаются траектории движения всех частиц среды, соседствовавших до возникновения разрыва, дислокационное описание;
  - Динамический – задаются начальные напряжения и законы, управляющие появлением и распространением разрыва, описание, как трещины.
-



# Определение очага тектонического землетрясения

1. Очаг тектонического землетрясения представляет собой разрыв сплошности материала Земли по некоторой (плоской) площадке.
2. Разрыв возникает под действием (сдвиговых) напряжений, накопленных в процессе тектонических деформаций, и приводит к полному или частичному снятию этих напряжений на площадке разрыва.
3. Разрыв возникает сначала в малой области (точке), а затем распространяется от нее со скоростью, не превосходящей скорости волн Рэлея.
4. Основной составляющей движения по разрыву является скольжение, отрывная компонента отсутствует или мала.
5. Материал Земли вне поверхности разрыва остается линейно-упругим (за исключением концевых зон разрыва).

# Уравнения движения сплошной упругой среды

Предполагается, что  $\exists$

$$\sigma_{ik}(n) \in \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta F(\Delta S)}{\Delta S} \right) \quad n_0 = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta M(\Delta S)}{\Delta S} \right) =$$

$$\Delta S = n \Delta S, \quad \sigma_i(n) = \sigma_{ik} n_k$$

Рассмотрим движение центра тяжести некоторой части среды объемом  $V$  с поверхностью  $S$

$$M \ddot{x}_{0i} + F_i = 0$$

$M$  масса,  $F_i$  равнодействующая внешних сил

$$\dot{x}_{0i} = \frac{1}{M} \int_V \dot{x}_i dm = \frac{1}{M} \int_V \dot{u}_i dm; \quad F_i = \int_V f_i dm + \int_S \sigma_{ik} n_k dS; \quad dm = \rho dV \Rightarrow$$

$$\int_V (f_i - \ddot{u}_i) \rho dV + \int_S \sigma_{ik} n_k dS = 0$$

по теореме Остроградского-Гаусса

$$\int_V \left( \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + \rho f_i - \ddot{\rho} u_i \right) dV = 0 \text{ при } \forall V \text{ не содержащем пов. разрыва}$$

$$\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + \rho f_i = \ddot{\rho} u_i \text{ уравнение движения}$$

# Уравнения движения сплошной упругой среды

Рассмотрим поверхность разрыва  $\Sigma$

$$\int_V (f_i - \ddot{u}_i) \rho dV + \int_{S_h} (\sigma_{ik} n_k) dS \xrightarrow{h \rightarrow 0} \int_{\Delta S^+} (\sigma_{ik} n_k) dS - \int_{\Delta S^-} (\sigma_{ik} n_k) dS$$

$$\int_{\Delta S} (\sigma_{ik}^+ - \sigma_{ik}^-) n_k dS = 0 \text{ для } \forall \Delta S \Rightarrow \sigma_{ik}^+ n_k - \sigma_{ik}^- n_k = 0 \text{ на } (\Sigma) t$$

вектор напряжений непрерывен при переходе через поверхность разрыва

В линейной теории упругости

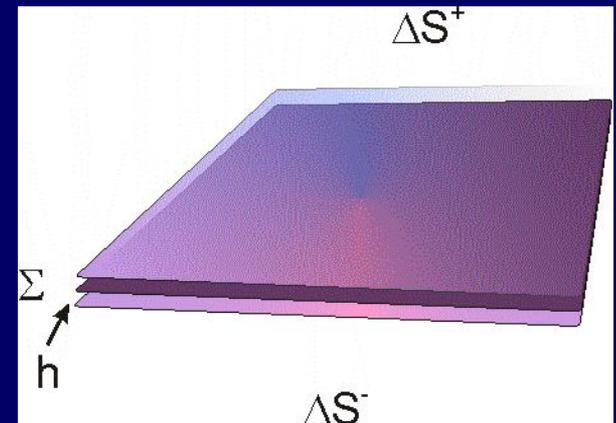
$$\sigma_{ik} = \sigma_{ik}^0 + c_{iklm} \varepsilon_{lm} \quad c_{iklm} = c_{lmkm} = c_{kilm}$$

$$c_{iklm} = \lambda \delta_{ik} \delta_{lm} + \mu (\delta_{il} \delta_{km} + \delta_{im} \delta_{kl}) \quad \text{коэффициенты Ляме}$$

В начальный момент среда покоится

$$\sigma_{ik,k}^0 + \rho f_i = 0 \quad \text{обозначим } \frac{\partial \sigma_{ik}^0}{\partial x_k}, \quad \Delta \sigma_{ik} = \sigma_{ik} - \sigma_{ik}^0$$

$$\begin{cases} \Delta \sigma_{ik,k} = \rho \ddot{u}_i \\ \Delta \sigma_{ik} = c_{iklm} \varepsilon_{lm} \\ \varepsilon_{ik} = \frac{1}{2} (u_{k,i} + u_{i,k}) \end{cases} \quad \text{полная система диф. уравнений для описания движения упругой среды}$$





# Постановка задачи о распространении разрыва

Начальные условия

$$u_i = \bar{u}_i \text{ при } t = 0$$

Граничные условия на поверхности

$$\Delta \sigma_{ik} n_k = 0$$

На разрыве

а) кинематическое описание

$$\begin{cases} \Delta \sigma_{ik}^+ n_k - \Delta \sigma_{ik}^- n_k = 0 \\ u_i^+ - u_i^- = a_i(x, t) \end{cases} \text{ на } \Sigma(t)$$

б) динамическое описание

$$\text{трещина отрыва} - a_i n_i > 0 \text{ на } \sigma_{kk} n_k = 0 \quad \Sigma(t)$$

$$\text{трещина сдвига } a_i n_i = 0$$

$$\sigma_i(t) = (\sigma)_{ik} n_k - n_i \sigma_{kj} n_k n_j = g_i(\bar{a}, \sigma_n, T, X) \quad \Sigma(t)$$

$$\sigma_n = \sigma_{ij} n_k n_j \leq 0 \text{ при } \bar{a} - \text{температура, } \sigma_n - \text{прочие термодинамические параметры}$$

# Условия трения и разрушения

Кулоново (сухое) трение

$$g_i = k \sigma_{jk} n_j n_k a_i (a_m a_m)^{-\frac{1}{2}}$$

Пластическое течение

$$g_i = \sigma_p (\text{предел текучести}) (a_m a_m)^{-\frac{1}{2}}, \sigma_p -$$

Вязкое трение

$$g_i = \sigma_{\eta} \dot{a}_i$$

Условие разрушения

$$\frac{\pi v^2}{2\mu \Delta v_s^2} \left( \sqrt{1 - \frac{v^2}{v_p^2}} k_1^2 + \sqrt{1 - \frac{v^2}{v_s^2}} k_2^2 \right) + \frac{\pi k_3^2}{2\mu \sqrt{1 - \frac{v^2}{v_s^2}}} = 2\gamma(v, \alpha, \beta)$$

$k_1 = \sqrt{2\gamma}$  — угловое решение на краю разрыва

а, направленное по касательной к краю

$\xi_2$  — координата по направлению роста разрыва

$v$  — скорость разрыва

$$\Delta(v) = 4 \sqrt{1 - \frac{v^2}{v_p^2}} \sqrt{1 - \frac{v^2}{v_s^2}} - \left( 2 - \frac{v^2}{v_s^2} \right)^2$$

# Сейсмическое поле разрыва

Поле, создаваемое каждым элементом разрыва, эквивалентно действию сосредоточенного диполя с тензором момента

$$dM_{lm} = m_{lm} dS dt$$

$m_{lm}$  – плотность момента, т.е. интенсивность каждой из 9 пар сил, соответствующих комбинациям  $l$  и  $m$

$$m_{lm}(x, t) = c_{ijlm}(x) n_j(x) a_i(x, t)$$

$a_i(x, t)$  – вектор смещения на разрыве

Суммарное сейсмическое поле разрыва - поле совокупности диполей, распределенных на поверхности разрыва  $\Sigma(t)$  с плотностью момента  $m_{lm}$

$$u_k(x_i, t) = \int_0^{t_i} \int_{\Sigma(t)} m_{lm}(x, t) \frac{\partial}{\partial x_m} U_{kl}(x_i, x, t_i - t) dS, U_{kl} -$$

В случае чистого отрыва

$$m_{11} = \lambda a_{(n)}, m_{22} = (\lambda + 2\mu) \theta_{(n)}, m_{33} = \lambda a_{(n)}, \quad i \neq j \quad m_{ij} =$$

# Уравнение нодальных линий

Предположения:

малость (первое вступление)

интегральное выражение, определяющее функцию источника, отлично от 0 только в малой области вокруг точки начального испаривания

поверхность разрыва гладкая - заменим куском плоскости

ориентация разрыва и направление смещения по нему не меняются во времени

Плотность момента  $m_{lm} = \lambda \delta_{lm} a_{(n)} + \mu (a_l n_m + a_m n_l)$

Амплитуда массовой скорости в продольной волне  $A_p$  определяется уравнением

$$m_l m_m \int_{\Sigma} m_{lm} \left( \mathbf{x}, t + \frac{m_l x_l}{v_p} \right) dS = 4\pi \rho v_p^3 A_p(t, \mathbf{m})$$

$$\text{или } (\lambda n_j b_j + 2\mu n_l m_l b_j m_j) \int_{\Sigma} a \left( \mathbf{x}, t + \frac{m_l x_l}{v_p} \right) dS = 4\pi \rho v_p^3 A_p(t, \mathbf{m})$$

$\lambda$  коэффициенты Ляме,  $\rho$  - плотность,  $n_i$  - компоненты нормали к поверхности разрыва

$m_i$  компоненты единичного вектора луча, соединяющего гипоцентр с рассматриваемой точкой

$b_j$  компоненты единичного вектора скачка смещения,  $v_p$  - скорость продольной волны,

$a$  - величина скачка смещения.

На нодальных линиях  $A_p(t, \mathbf{m}) = 0 \Leftrightarrow \lambda n_j b_j + 2\mu n_l m_l b_j m_j = 0$

В случае отсутствия отрыва  $n_j b_j = 0 \Rightarrow$  либо  $n_l m_l = 0$ , либо  $b_j m_j = 0$

что соответствует двум плоскостям, одна совпадает с плоскостью разрыва, другая - перпендикулярна ему.



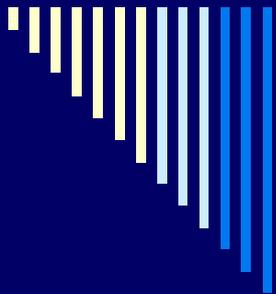
# Сейсмический режим. Закон повторяемости Гуттенберга-Рихтера.

Под понятием «сейсмический режим» понимается изменение во времени и пространстве энергии сейсмических событий (землетрясений). В качестве характеристик сейсмического режима обычно рассматривают параметры закона повторяемости землетрясений (линейная связь между логарифмом энергии землетрясений и логарифмом числа землетрясений, имевших данную энергию), уровень сейсмической активности (число сейсмических событий или их суммарная энергия за некоторый интервал времени на некоторой площади), пространственное расположение эпицентров или гипоцентров землетрясений, частоту повторения событий во времени, величину максимального землетрясения

$$\lg N = a - bM$$

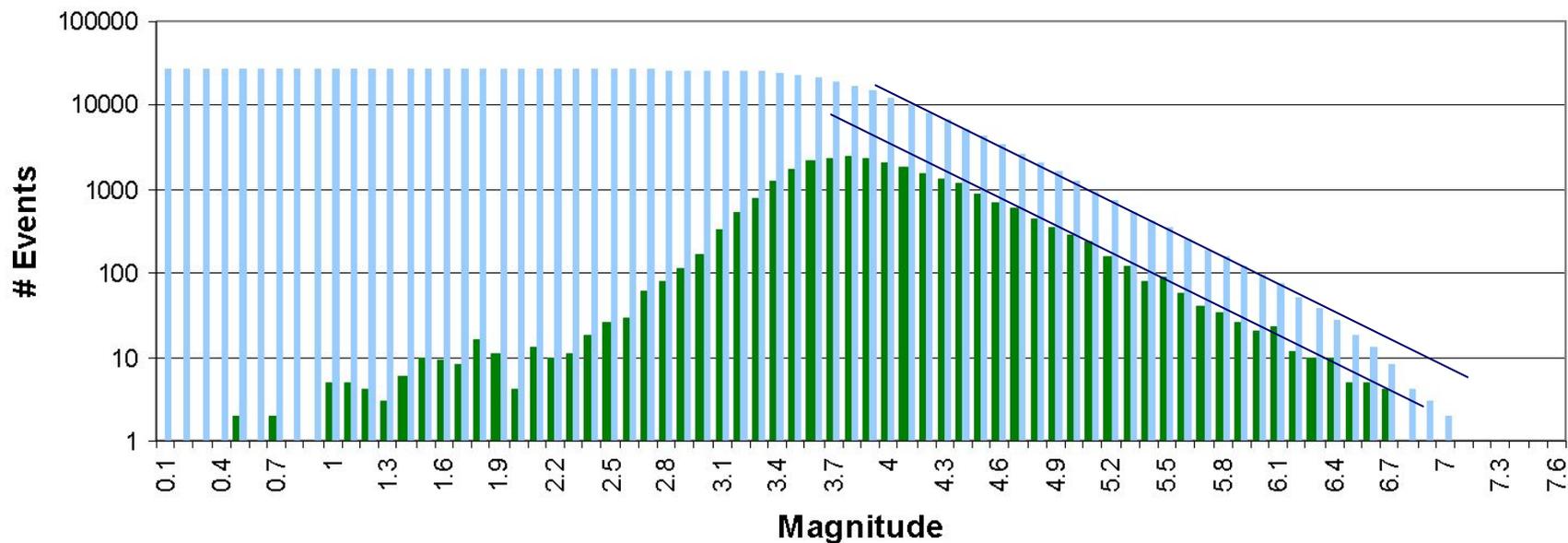
$$\lg N = \alpha - \gamma K$$

где  $N$  - количество землетрясений с магнитудой  $M + \Delta M$  или энергетическим классом  $K + \Delta K$ ,  $a$ ,  $\alpha$ ,  $b$ ,  $\gamma$  - константы, первые из которых определяют величину сейсмической активности и меняются от района к району, а вторые определяют наклон графика повторяемости и имеют значение  $b \sim 3/4$ ,  $\gamma \sim 0.5$ .

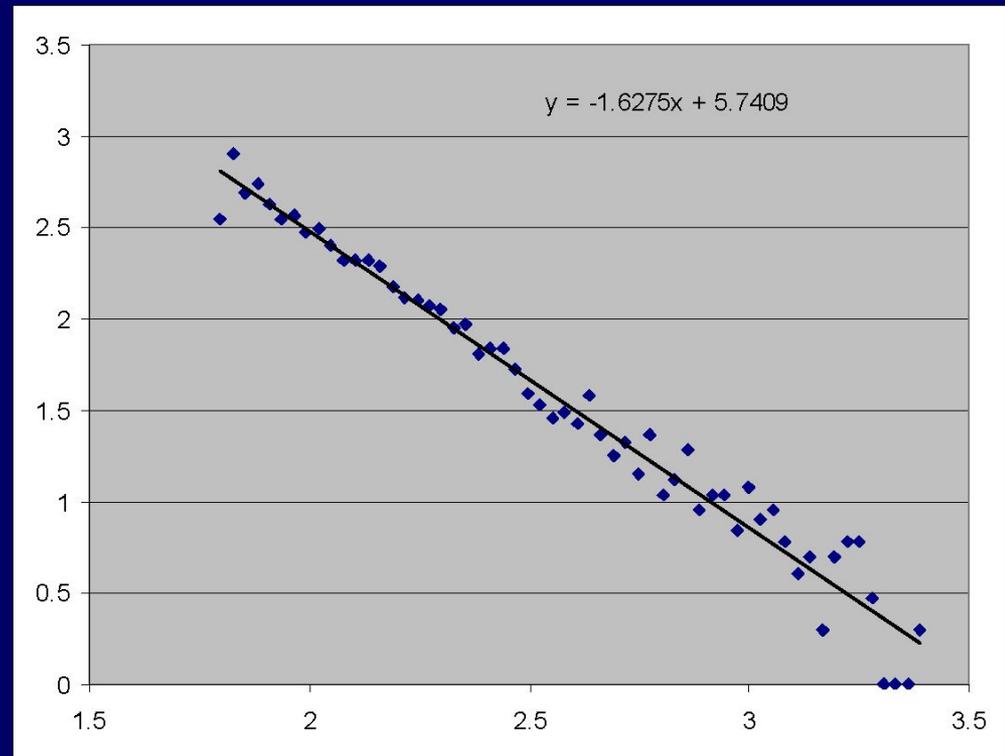
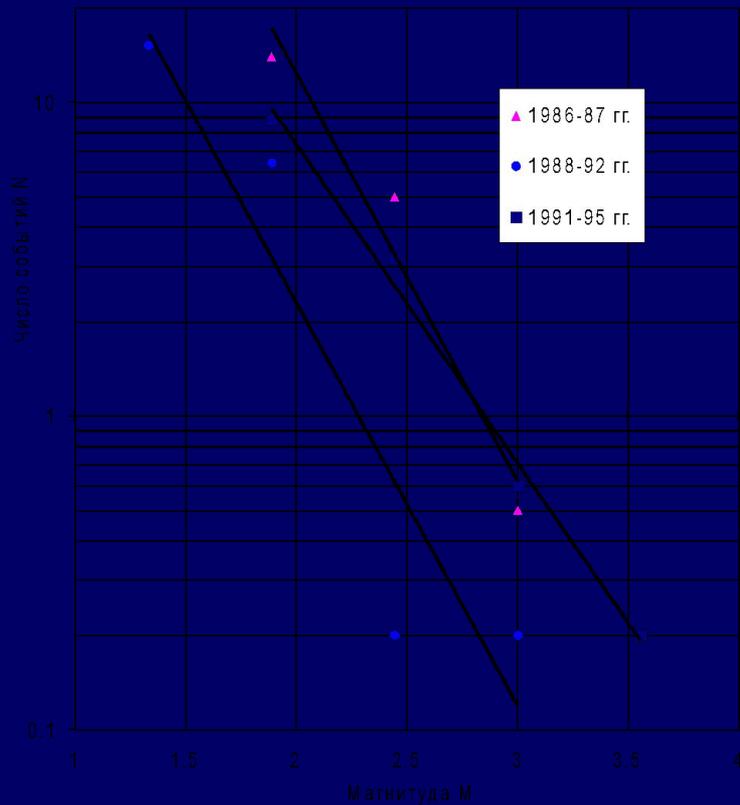


# Сейсмический режим. Закон повторяемости Гуттенберга-Рихтера.

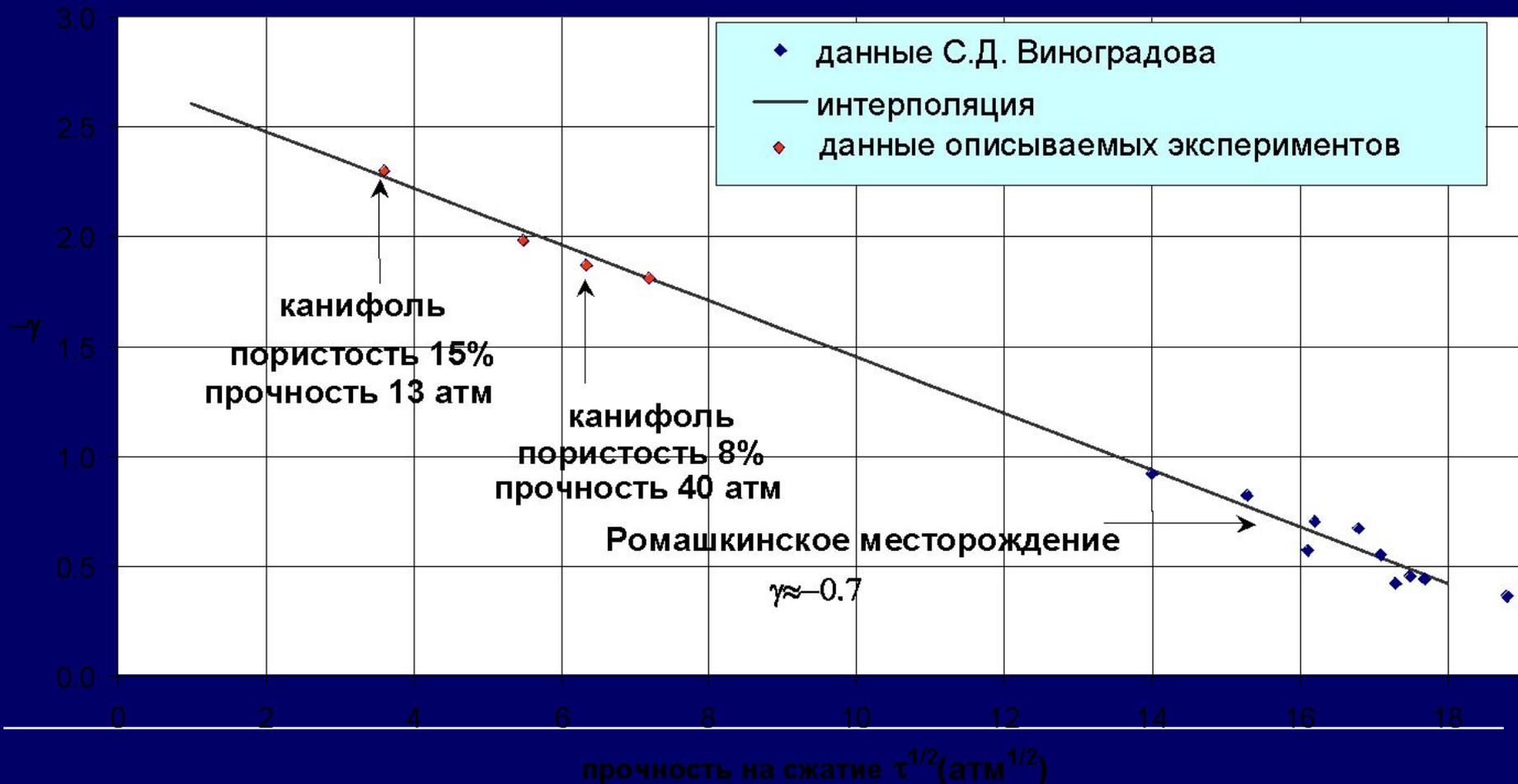
Earthquakes (2003, mb)

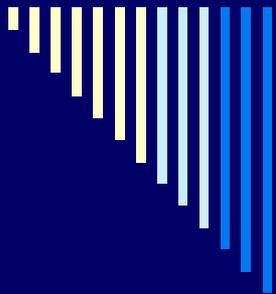


# Сейсмический режим. Закон повторяемости Гуттенберга-Рихтера.



# Сейсмический режим. Закон повторяемости Гуттенберга-Рихтера.

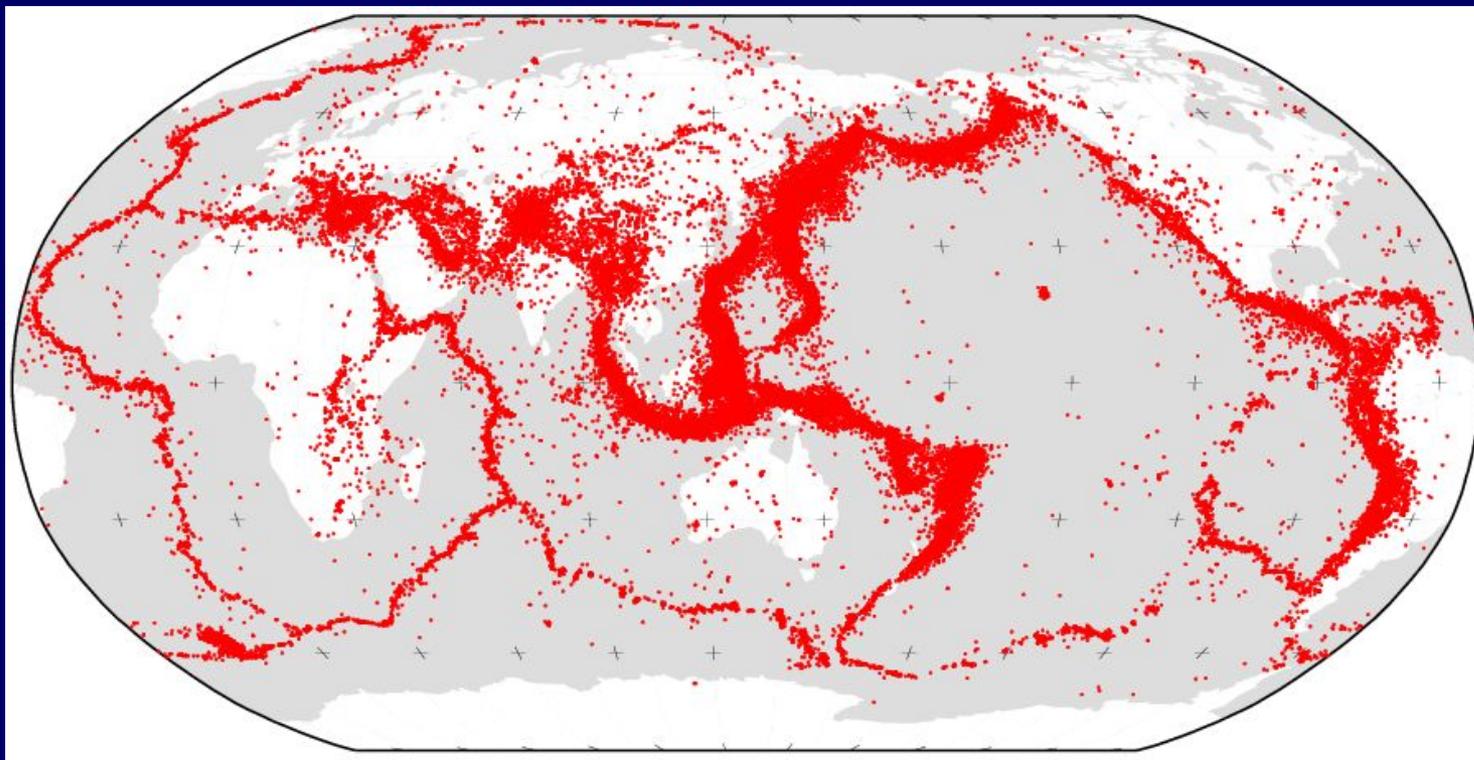




# Графики Бенъоффа

$$W = 2\mu\varepsilon_{ij}^2 \Rightarrow \sum \varepsilon_{ij} = \sum \sqrt{\frac{W}{2\mu}}$$

# Распределение землетрясений





---

# Литература

- Костров Б.В. Механика очага тектонического землетрясения.
  - Болт Б. В глубинах Земли.
  - Рихтер Ч. Элементарная сейсмология.
-