

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ И СИГНАЛЫ

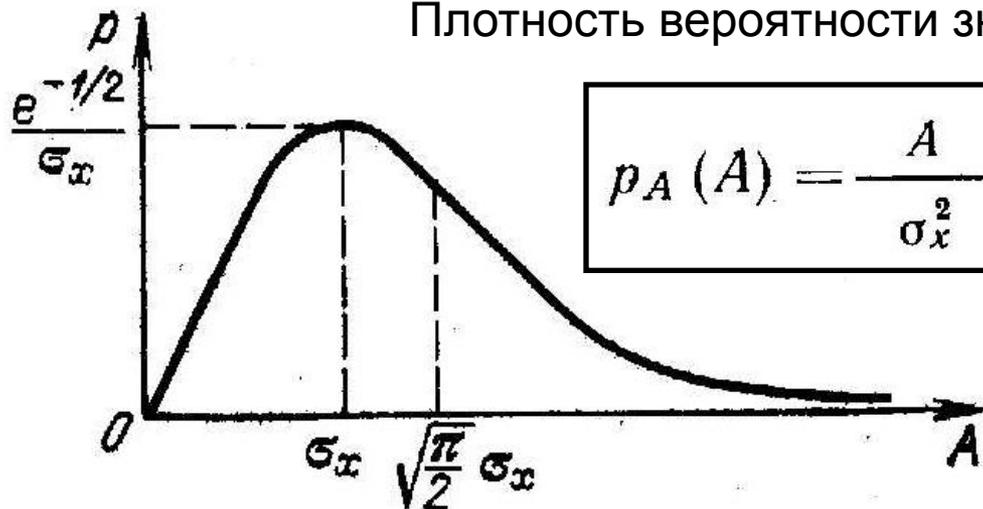
Лекционный курс

Лекция 13

Доцент Трухин М.П.

Распределение Рэлея

Плотность вероятности значений амплитуды огибающей

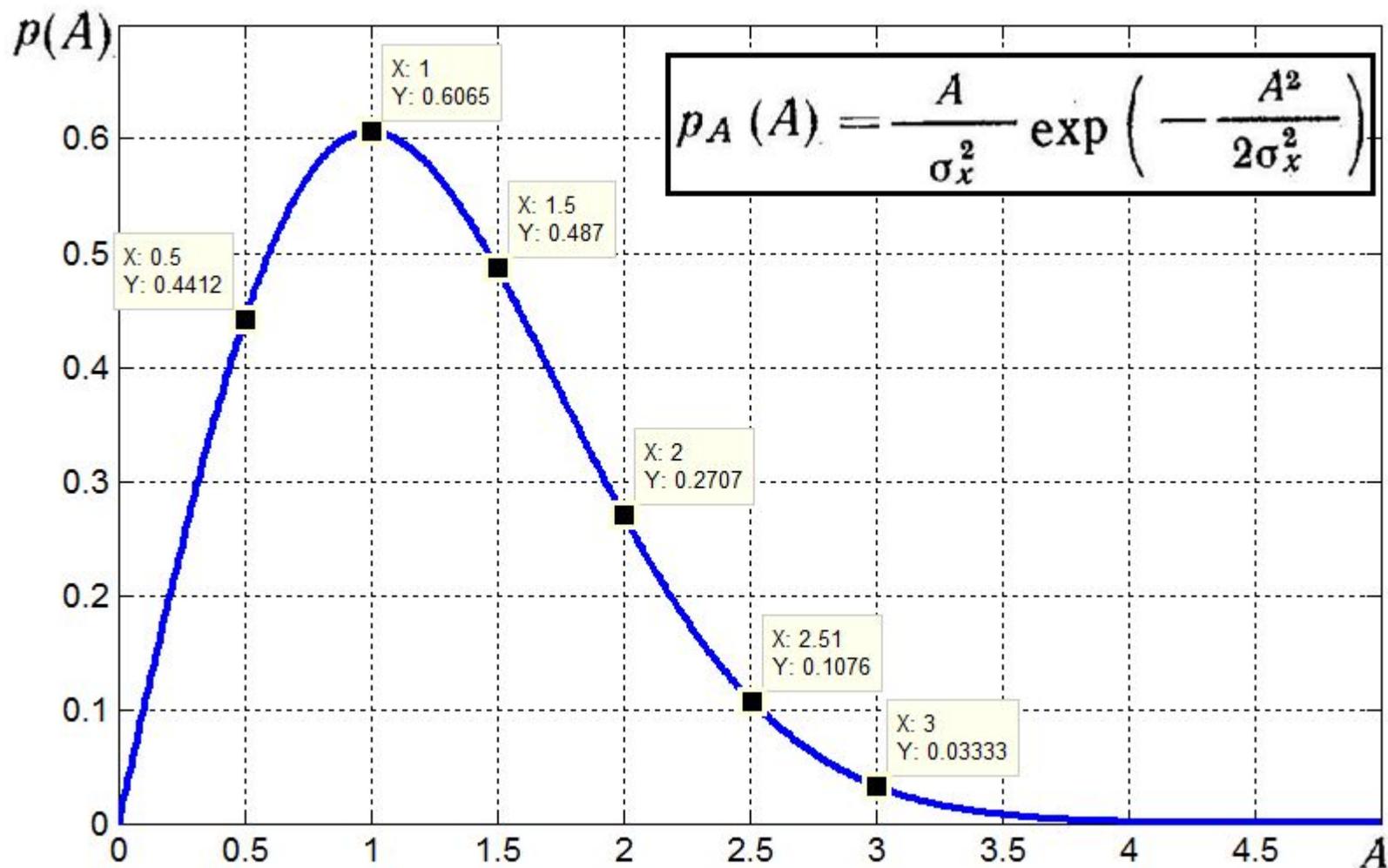


$$p_A(A) = \frac{A}{\sigma_x^2} \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma_x^2}\right), \quad 0 < A < \infty$$

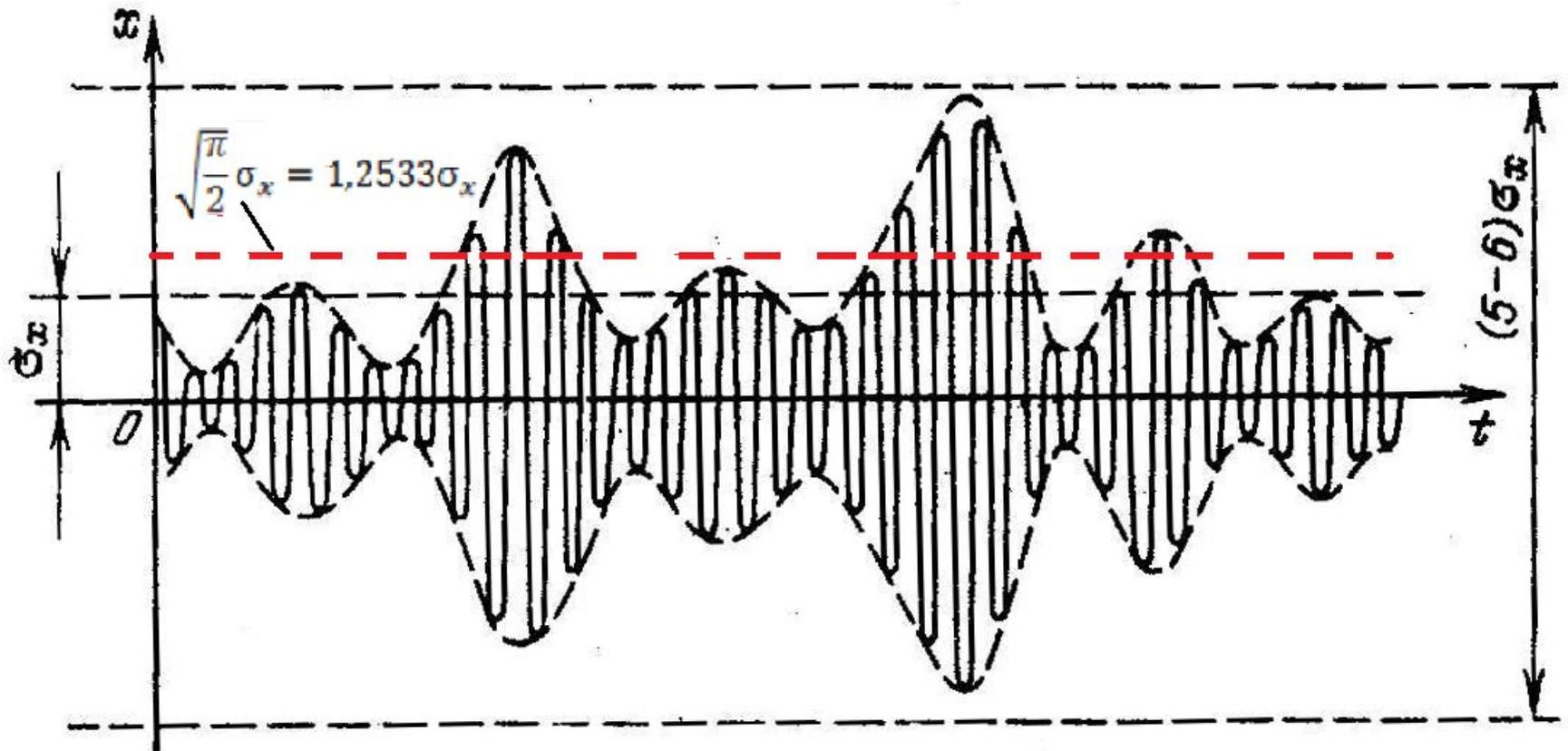
Математическое
ожидание мгновенных
значений амплитуды
огибающей

$$\begin{aligned} M[A] &= \int_0^{\infty} A p_A(A) dA = \\ &= \frac{1}{\sigma_x^2} \int_0^{\infty} A^2 \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma_x^2}\right) dA = \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma_x \end{aligned}$$

Распределение Рэля



Осциллограмма узкополосного СП
(шумовая дорожка при 1 % границах)



$$p_A(A) = \frac{A}{\sigma_x^2} \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma_x^2}\right), \quad 0 < A < \infty$$

8. Огибающая суммы гармонического сигнала и узкополосного нормального шума

В радиотехнике часто интересуются статистическими свойствами сигнала, наблюдаемого на выходе некоторого частотно-избирательного устройства, например, резонансного усилителя. Будем считать, что помимо флуктуа-ционного гауссова шума с центральной ω_0 стотой, равной резонансной частоте усилителя, на выходе присутствует также детерминированный гармонический сигнал с известной амплитудой U_m .

Определим одномерную функцию плотности вероятности огибающей суммарного колебания. Считая, что полезный сигнал $s(t) = U_m \cos(\omega_0 t)$, в то время как шум, $n(t) = A(t) \cos \omega_0 t - B(t) \sin \omega_0 t$, запишем выражение реализации суммарного процесса:

$$x(t) = s(t) + n(t) = [U_m + A(t)] \cos \omega_0 t - B(t) \sin \omega_0 t$$

Данный случайный процесс узкополосен, поэтому его реализация может быть выражена посредством медленно меняющихся огибающей $U(t)$ и начальной фазы $\varphi(t)$:

$$x(t) = U(t) \cos [\omega_0 t + \varphi(t)]$$

Огибающая суммы гармонического сигнала и узкополосного нормального шума

Очевидно, между парами $\{A, B\}$, $\{U, \varphi\}$ имеется связь:

$$A(t) = U(t) \cos \varphi(t) - U_m,$$

$$B(t) = U(t) \sin \varphi(t).$$

Якобиан D этого преобразования равен U . Тогда, поскольку двумерная плотность вероятности

$$p(A, B) = \frac{1}{2\pi\sigma_x^2} \exp\left[-\frac{A^2 + B^2}{2\sigma_x^2}\right],$$

в новых переменных имеем

$$p(U, \varphi) = \frac{U}{2\pi\sigma_x^2} \exp\left[-\frac{U^2 + U_m^2 - 2UU_m \cos \varphi}{2\sigma_x^2}\right]$$

Огибающая суммы гармонического сигнала и узкополосного нормального шума

Проинтегрируем правую часть формулы по угловой координате:

$$p(U) = \int_0^{2\pi} p(U, \varphi) d\varphi,$$

в результате чего находим

$$p(U) = (U/\sigma_x^2) \exp[-(U^2 + U_m^2)/(2\sigma_x^2)] I_0(UU_m/\sigma_x^2).$$

Данная формула выражает закон, получивший в радиотехнике название **закона Райса**. Отметим, что при $U_m = 0$, т. е. в отсутствие детерминированного сигнала, закон Райса переходит в **закон Рэлея**.

Огибающая суммы гармонического сигнала и узкополосного нормального шума

Ниже представлены графики плотности вероятности случайной величины, распределенной по закону Райса при различных отношениях $\alpha = U_m/\sigma_x$.

Отметим, что если амплитуда детерминированного сигнала значительно превышает среднеквадратический уровень шума, т. е. $U_m/\sigma_x \gg 1$, то при $U \approx U_m$ можно воспользоваться асимптотическим представлением модифицированных функций Бесселя с большим аргументом:

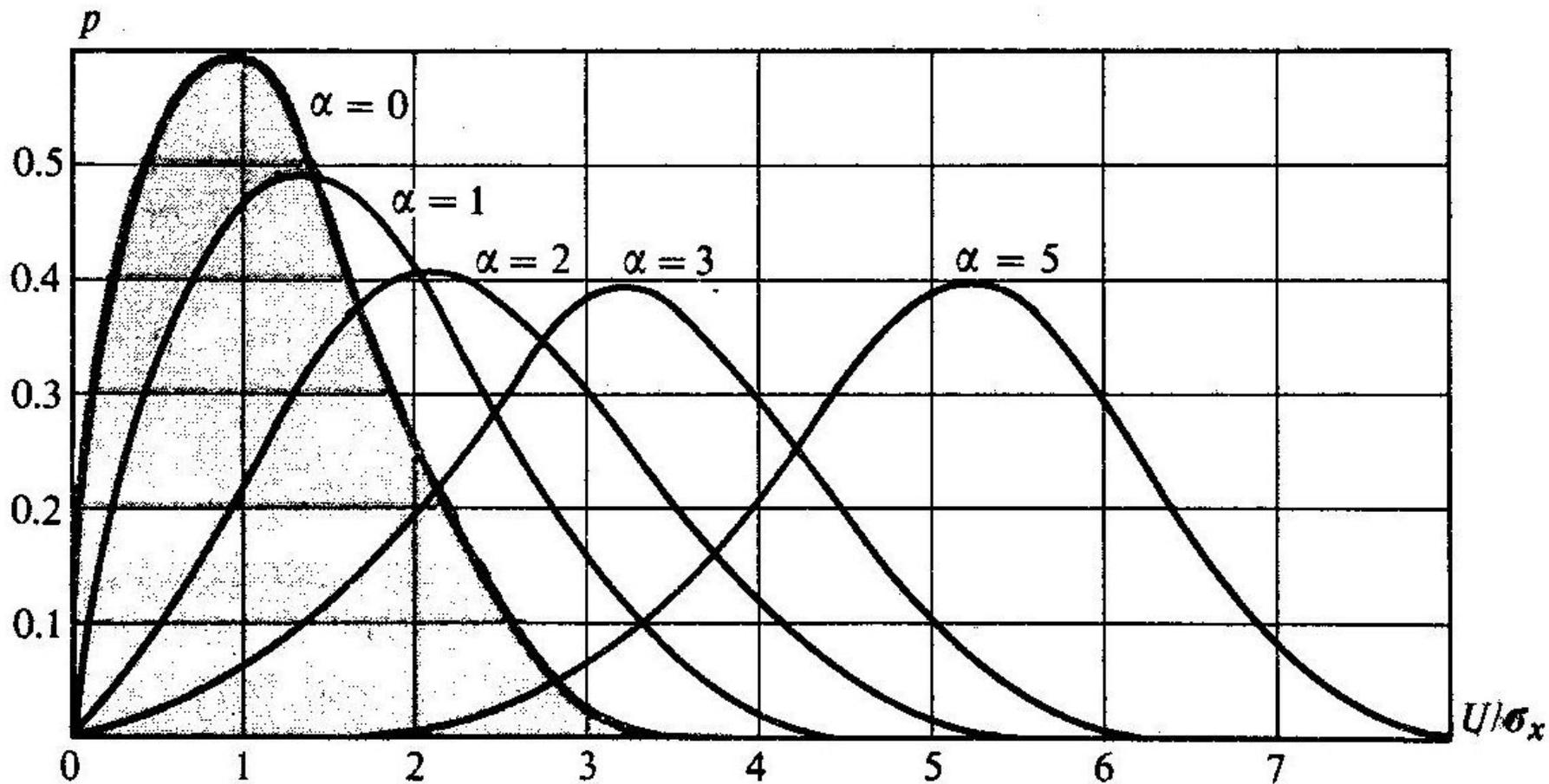
$$I_0 \left[\frac{UU_m}{\sigma_x^2} \right] \approx \frac{\exp [UU_m/\sigma_x^2]}{\sqrt{2\pi UU_m/\sigma_x^2}} \approx \frac{\sigma_x \exp [UU_m/\sigma_x^2]}{\sqrt{2\pi} U}.$$

После подстановки его в исходное соотношение, имеем

$$p(U) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} \exp \left[-\frac{(U - U_m)^2}{2\sigma_x^2} \right],$$

т.е. огибающая результирующего сигнала распределена в этом случае приближенно нормально с дисперсией σ_x^2 и математическим ожиданием U_m .

Графики плотности вероятности случайной величины, распределенной по закону Райса



Огибающая суммы гармонического сигнала и узкополосного нормального шума

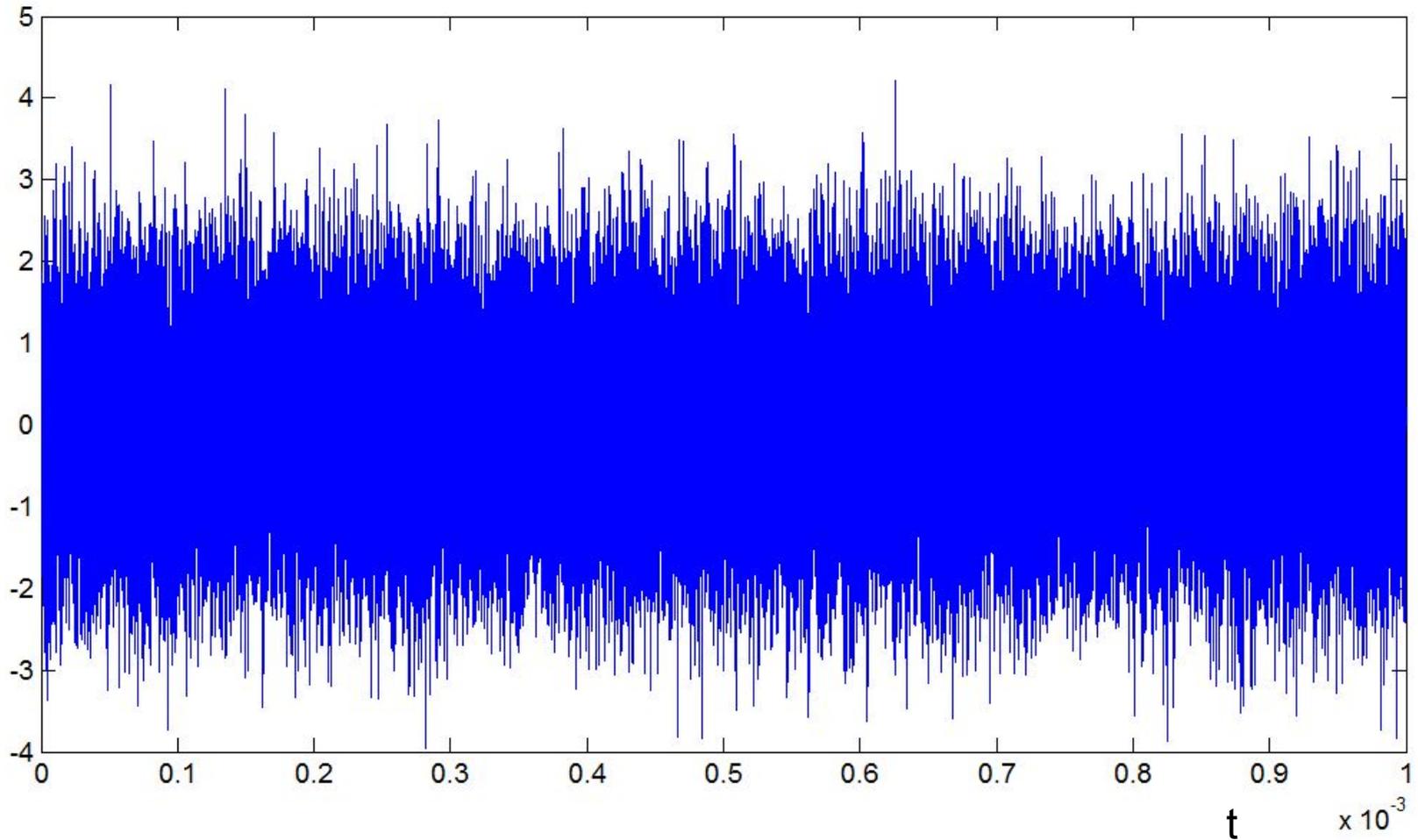
Практически считают, что уже при $U_m/\sigma_x = 3$ огибающая результирующего сигнала нормализуется. Полезно вспомнить, что огибающая чистого шума, распределенная по закону Рэлея, имеет дисперсию, равную $0.429\sigma_x^2$.

Таким образом, наложение достаточно большого гармонического сигнала приводит более чем к двукратному росту дисперсии огибающей (σ_x^2). Тем не менее относительные флуктуации огибающей при этом падают.

Действительно, для чистого шума величина σ_U/\bar{U} , которую удобно принять в качестве числовой оценки флуктуации, равна 0.523. При большом детерминированном сигнале величина $\sigma_U/\bar{U} = \sigma_x/U_m$, стремясь к нулю с ростом амплитуды U_m .

Осциллограмма белого шума (No = 1)

```
t = linspace(0,1e-3, 2^16);  
In = randn(1, 2^16);  
plot(t, In)
```



Осциллограмма суммы гармоники и белого шума ($U_0=1$)

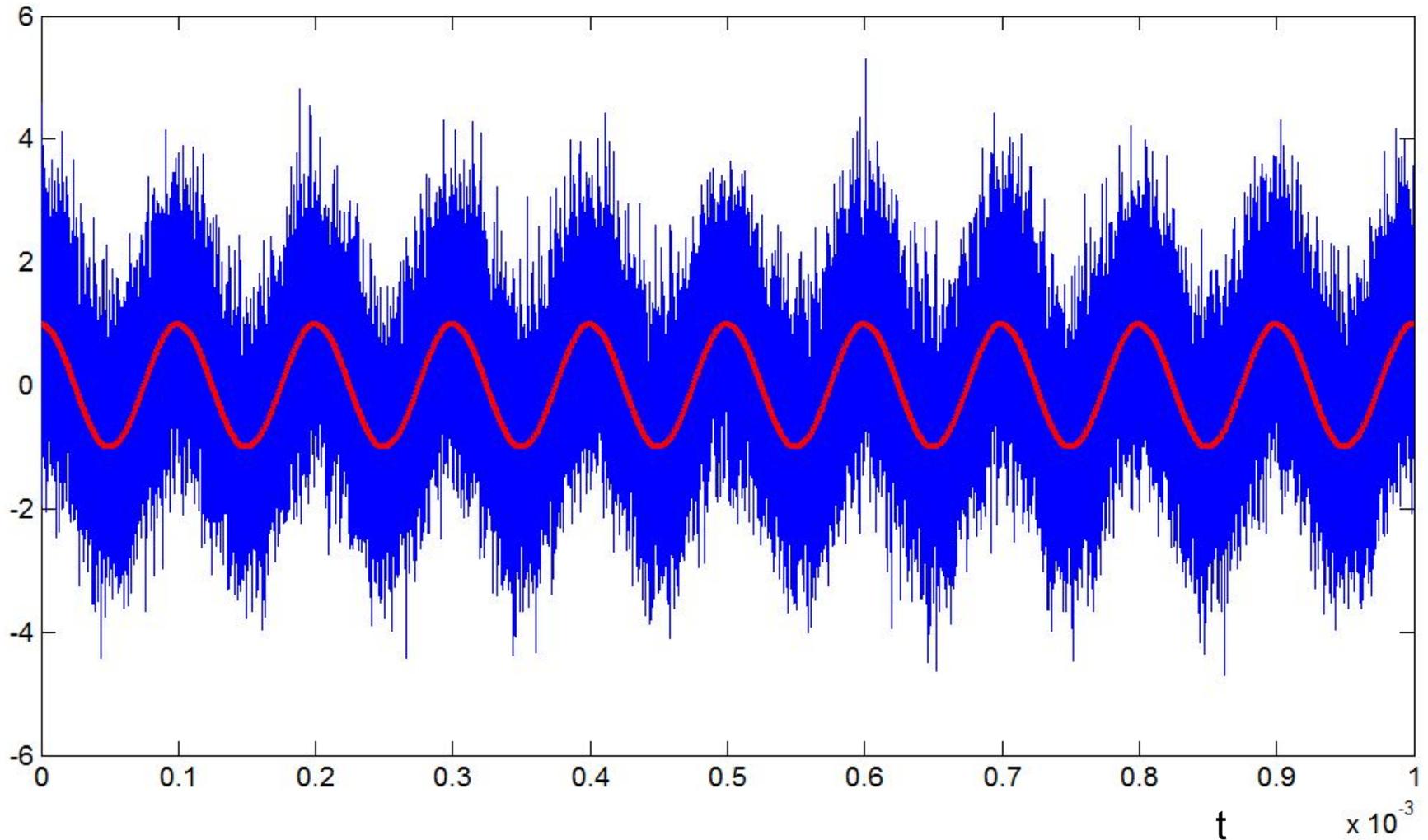
$f_0 = 1e4;$

$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0;$

$U_0 = 1;$

$I_s = U_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t);$

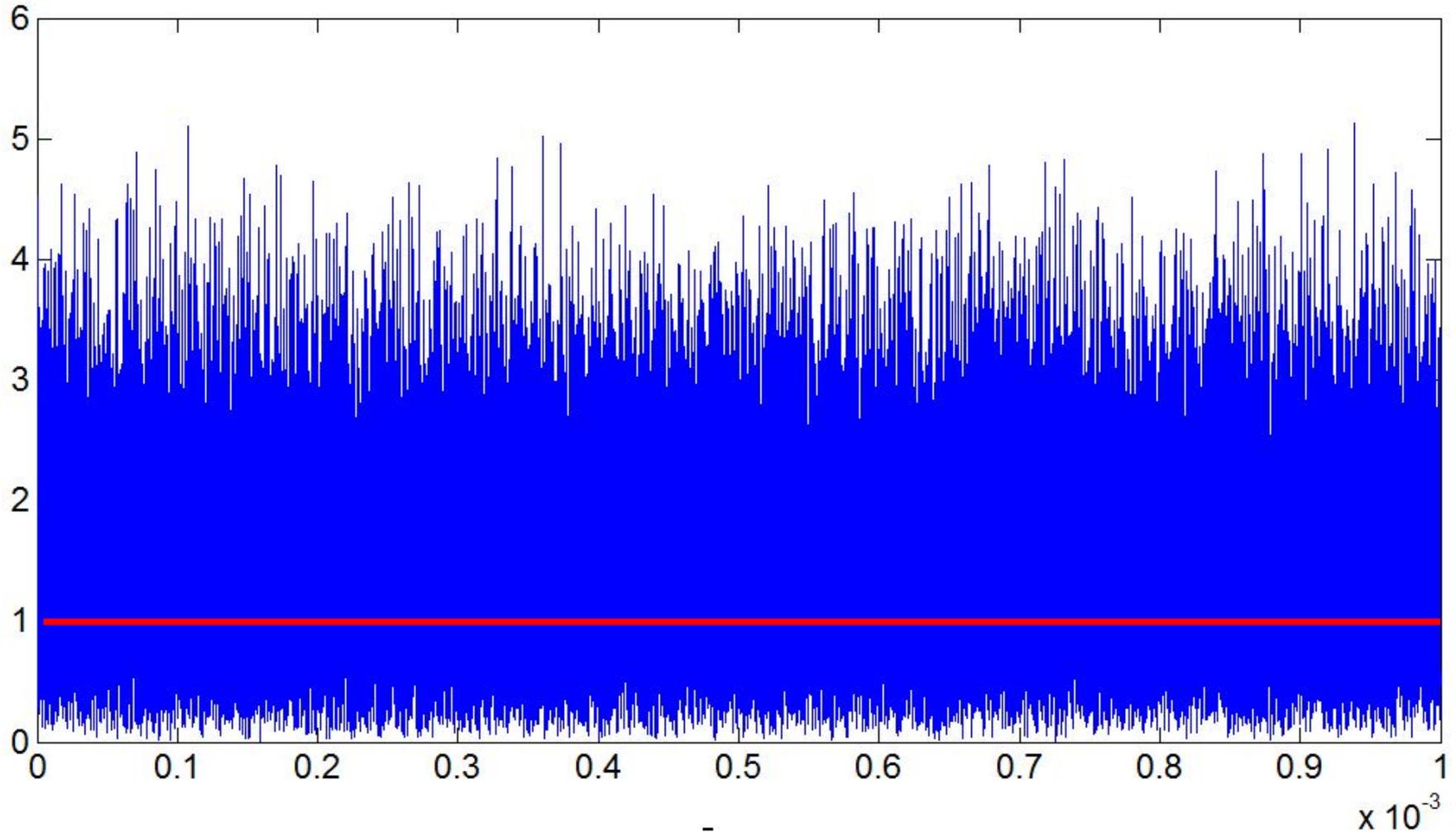
$\text{plot}(t, [(I_s + I_n)' \ I_s'])$



Осциллограмма огибающей ($U_0=1$)

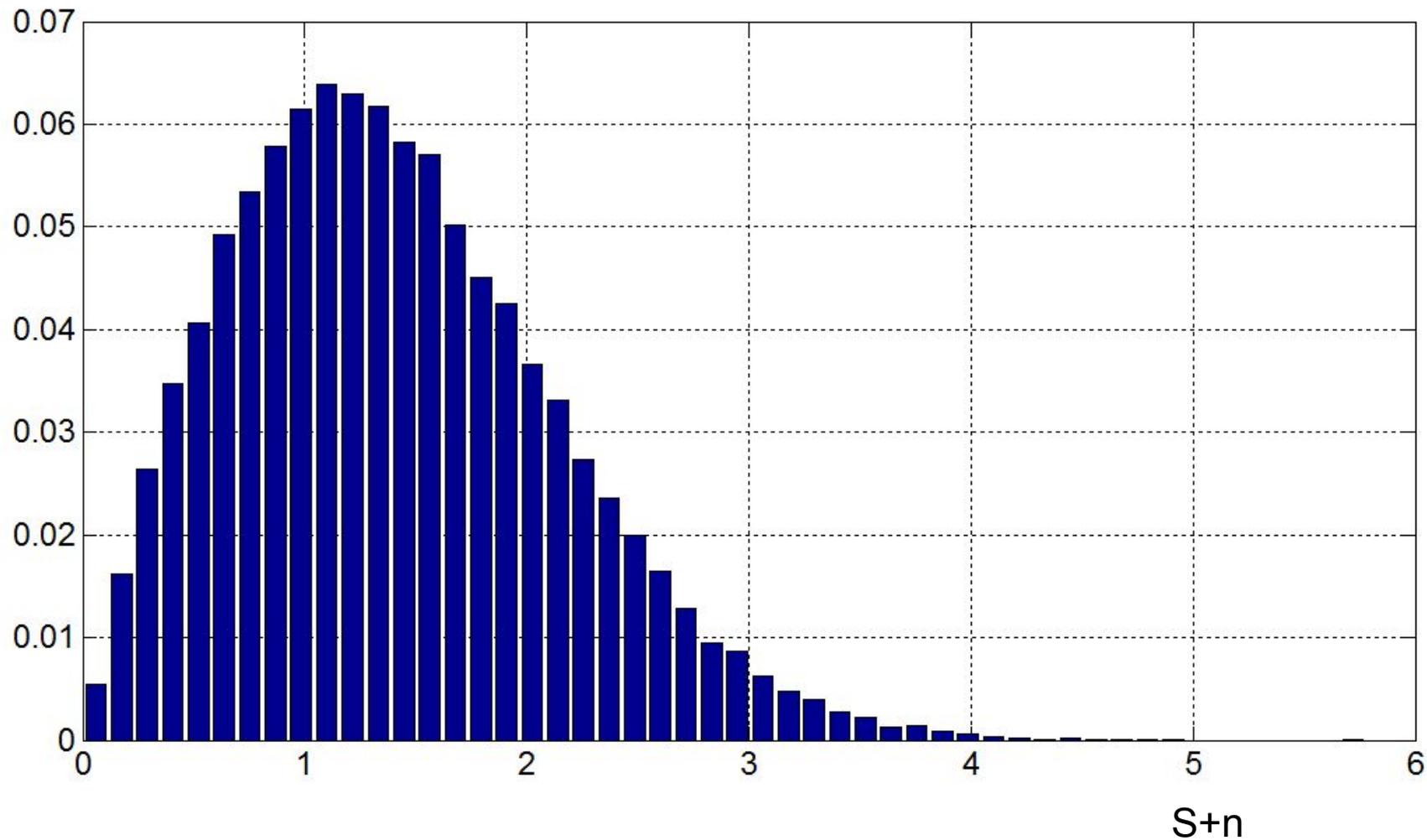
```
Qn = randn(1,2^16);  
Qs = U0*cos(w0*t);  
sn = Qs+Qn+j*(Is+In);
```

```
Asn = abs(sn);  
plot(t,Asn)
```



Гистограмма огибающей суммы гармоники и белого шума

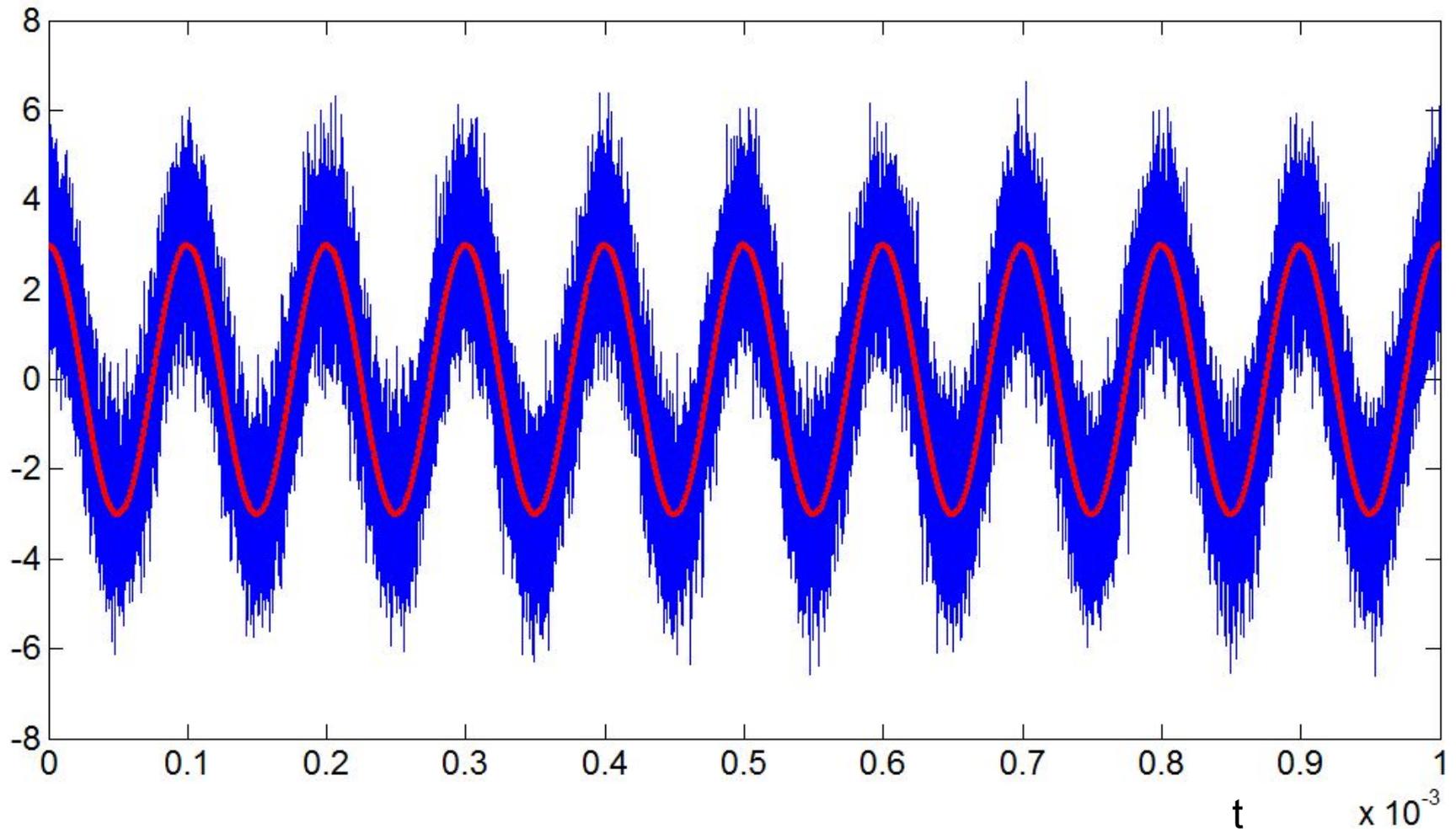
```
[n,x] = hist(Asn,50);  
bar(x, n/2^16)
```



Осциллограмма суммы гармоники и белого шума ($U_0=3$)

```
f0 = 1e4;  
wo = 2*pi*f0;  
Uo = 3;
```

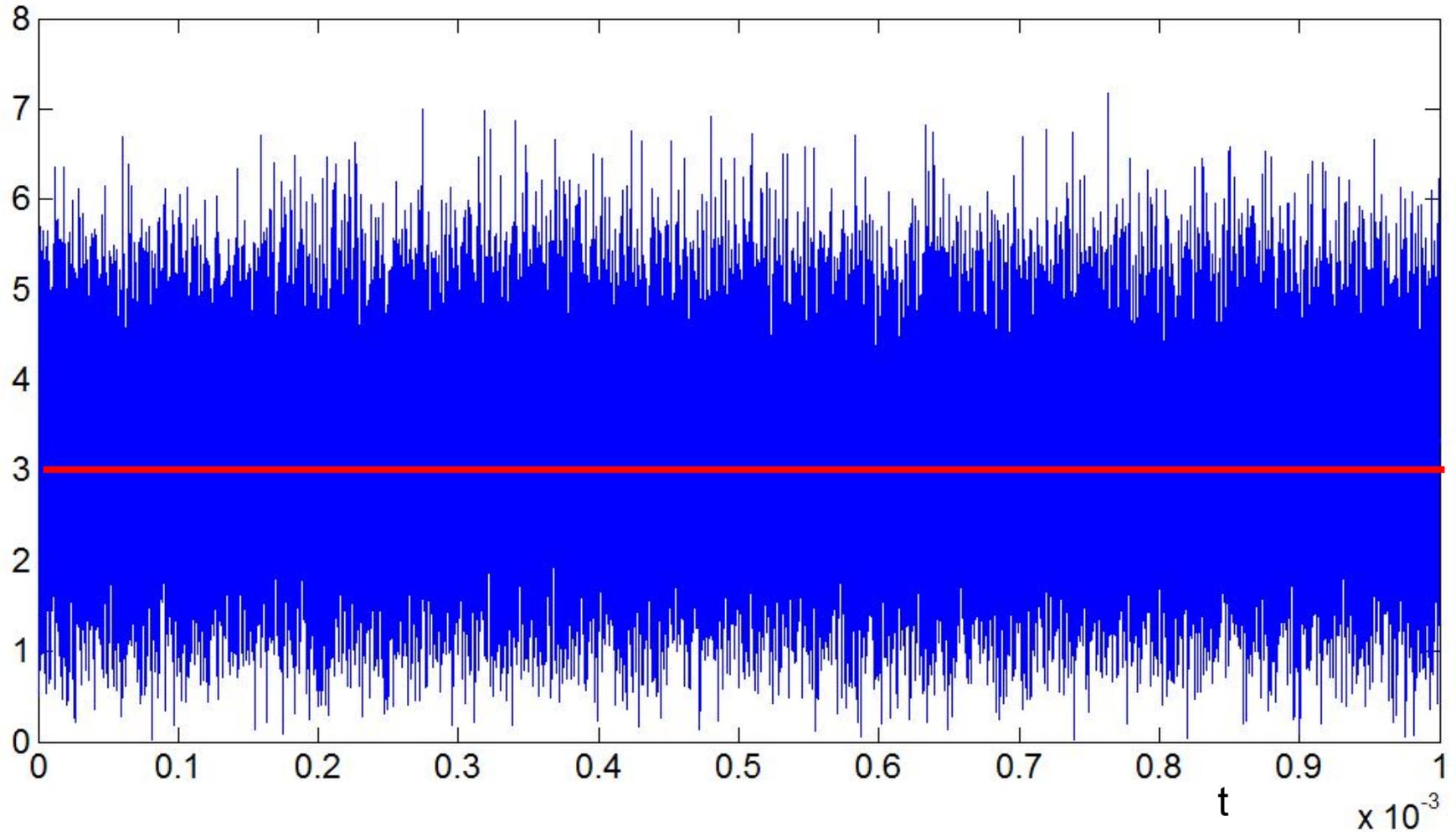
```
t = linspace(0, 1e-3, 2^16);  
Is = Uo*sin(wo*t);  
plot(t, [(Is+In)' Is'])
```



Осциллограмма огибающей ($U_0=3$)

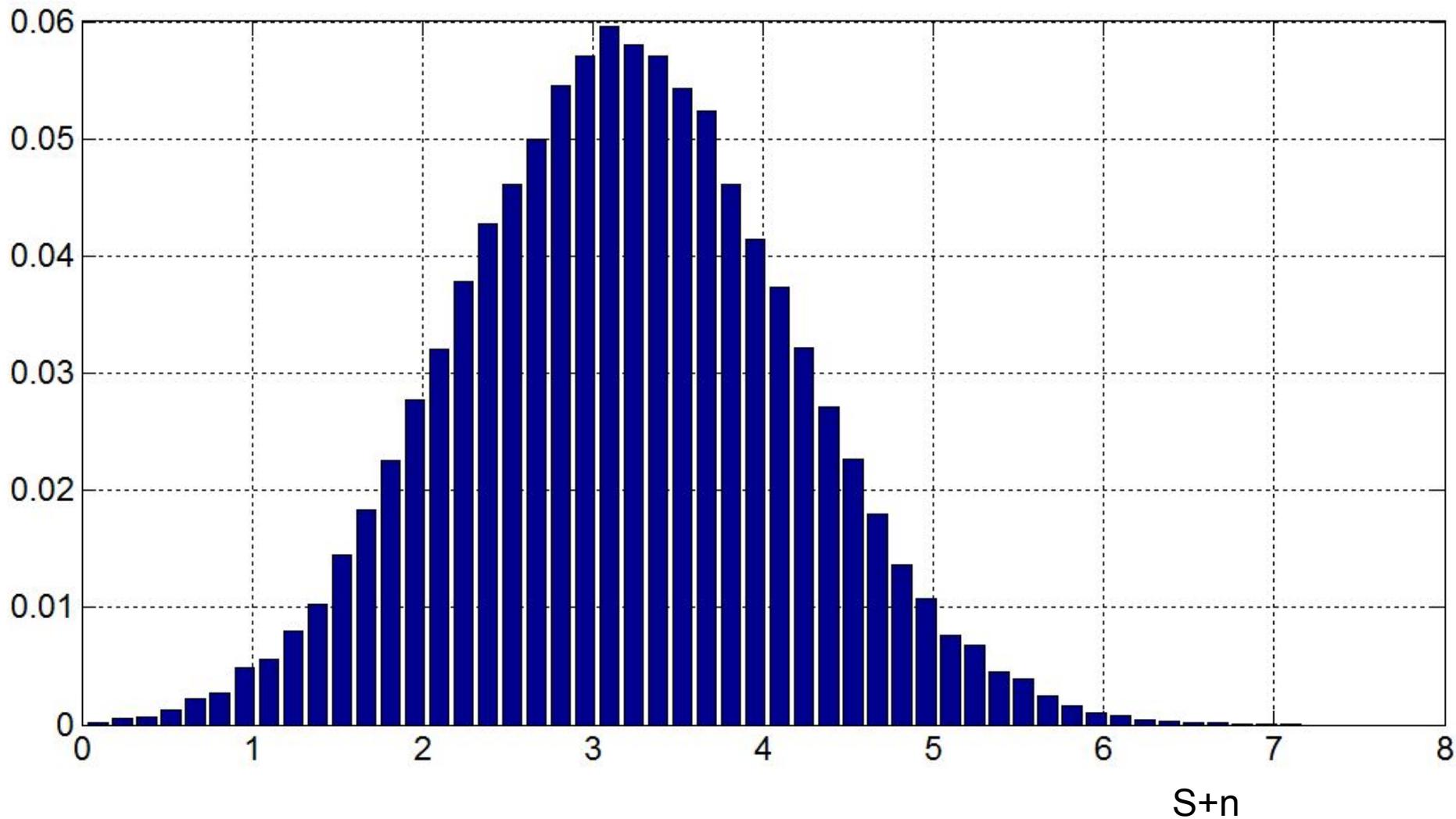
```
Qn = randn(1,2^16);  
Qs = U0*cos(w0*t);  
sn = Qs+Qn+j*(Is+In);
```

```
Asn = abs(sn);  
plot(t,Asn)
```



Гистограмма огибающей суммы гармоники и белого шума

```
[n,x] = hist(Asn,50);  
bar(x, n/2^16)
```



8.2. Интервал корреляции

Числовой характеристикой, служащей для оценки «скорости изменения» реализаций случайного процесса, является интервал корреляции τ_k , определяемый выражением

$$\tau_k = \frac{1}{R(0)} \int_0^{\infty} |R(\tau)| d\tau = \int_0^{\infty} |r(\tau)| d\tau.$$

Если известна информация о поведении какой-либо реализации «в прошлом», то возможен вероятностный прогноз случайного процесса на время порядка τ_k . Однако попытка прогнозирования на время, существенно превышающее интервал корреляции, окажется безрезультатной – мгновенные значения, столь далеко отстоящие во времени, практически некоррелированы, т. е. среднее значение произведения $x(t) x(t + \tau)$ стремится к нулю.

8.3. Эффективная ширина спектра

Пусть исследуемый случайный процесс характеризуется функцией $F(\omega)$ - односторонним спектром мощности, причем F_{\max} — экстремальное значение этой функции. Заменяем этот случайный процесс другим процессом, у которого спектральная плотность мощности постоянна и равна F_{\max} в пределах эффективной полосы частот $\Delta\omega_{\text{эф}}$, выбираемой из условия равенства средних мощностей обоих процессов:

$$F_{\max} \Delta\omega_{\text{эф}} = \int_0^{\infty} F(\omega) d\omega.$$

Отсюда получается формула для эффективной ширины спектра:

$$\Delta\omega_{\text{эф}} = \frac{1}{F_{\max}} \int_0^{\infty} F(\omega) d\omega.$$

Этой числовой характеристикой часто пользуются для инженерного расчета дисперсии шумового сигнала: $\sigma^2 = F_{\max} \Delta\omega_{\text{эф}}$

Например, если известно, что $F_{\max} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ В}^2 \cdot \text{с}$,

$$\Delta\omega_{\text{эф}} = 3 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}, \text{ то } \sigma^2 = 1.5 \cdot 10^{-3} \cdot \text{В}^2,$$

откуда среднеквадратическое значение напряжения шума $\sigma = 39 \text{ мВ}$.

Пример

Функция корреляции некоторого случайного процесса (B^2)

$$R_x(\tau) = 0.5 \exp(-10^4 |\tau|) \cos(2\pi \cdot 10^6 \tau).$$

Здесь высокочастотный сомножитель имеет период 10^6 с, амплитудный сомножитель изменяется за это время лишь в $\exp(-10^{-2}) = 0.99$ раза. Поэтому рассматриваемый случайный процесс можно считать узкополосным с центральной частотой $f_0 = 1$ МГц. Ограничиваясь первым членом ряда в формуле определения АКФ огибающей и заменяя приближенно коэффициент 0.915 на единицу, находим нормированную функцию корреляции огибающей:

$$r_U(\tau) \approx \exp(-2 \cdot 10^4 |\tau|).$$

Дисперсия огибающей $\sigma_U^2 = 0.429\sigma_x^2 = 0.2145 B^2$, откуда функция корреляции

$$R_U(\tau) \approx 0.21 \exp(-2 \cdot 10^4 |\tau|).$$

Интервал корреляции огибающей $\tau_k = \int_0^{\infty} |r_U(\tau)| d\tau = 5 \cdot 10^{-5}$ с

составляет 50 периодов гармонического колебания с частотой f_0 . Наконец, односторонний спектр мощности огибающей

$$F_U(\omega) = \frac{2.73 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^8 + \omega^2}$$

имеет низкочастотный характер ($\Delta\omega_{3\text{дБ}} = 3.11 \cdot 10^4$ рад/с).

8.4. Белый шум

В радиотехнике так принято называть стационарный случайный процесс с постоянной на всех частотах спектральной плотностью мощности:

$$W(\omega) = W_0 = \text{const}.$$

Термин «белый шум» образно подчеркивает аналогию с «белым» (естественным) светом, у которого в пределах видимого диапазона интенсивность всех спектральных составляющих приблизительно одинакова.

По теореме Винера - Хинчина функция корреляции белого шума

$$R(\tau) = \frac{W_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega\tau} d\omega = W_0 \delta(\tau)$$

равна нулю всюду, кроме точки $\tau = 0$.

Белый шум

Средняя мощность (дисперсия) белого шума неограниченно велика. Белый шум является дельта-коррелированным случайным процессом. Некоррелированность мгновенных значений такого случайного сигнала означает бесконечно большую скорость изменения их во времени - как бы мал ни был интервал τ , сигнал за это время может измениться на любую наперед заданную величину.

Белый шум является абстрактной математической моделью и отвечающий ему физический процесс в природе, безусловно, не существует. Однако это не мешает приближенно заменять реальные достаточно широкополосные случайные процессы белым шумом в тех случаях, когда полоса пропускания цепи, на которую воздействует случайный сигнал, оказывается существенно уже эффективной ширины спектра шума.

8.5. Дифференцирование и интегрирование случайных процессов

Дифференциальные свойства случайного процесса определяются видом его функции корреляции.

Предположим, что реализация $x(t)$ случайного процесса $X(t)$ подается на дифференцирующее устройство, создающее на выходе новую реализацию $y(t) = dx/dt$. Совокупность реализаций $y(t)$ образует случайный процесс $Y(t)$, называемый производной процесса $X(t)$. Символически этот факт обозначается равенством

$$Y(t) = dX/dt .$$

Положим, что $X(t)$ - стационарный случайный процесс с известным математическим ожиданием $\bar{x} = m_x$. Чтобы найти математическое ожидание производной, проведем усреднение по ансамблю реализаций:

$$m_y = \bar{y} = \overline{\frac{dx}{dt}} = \frac{d}{dt} m_x = 0 .$$

При дифференцировании стационарного случайного процесса возникает новый случайный процесс с нулевым математическим ожиданием.

Дифференцирование случайных процессов

Пусть математическое ожидание исходного процесса $m_x = 0$ (если это не так, то всегда можно перейти к новому процессу $Z(t)$, реализации которого $z(t) = x(t) - m_x$). Воспользуемся тем, что

$$\frac{dx}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

и представим функцию корреляции производной таким образом:

$$\begin{aligned} R_y(\tau) &= \overline{y(t) y(t + \tau)} = \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overline{x(t + \Delta t) - x(t)} \overline{x(t + \tau + \Delta t) - x(t + \tau)}}{\Delta t} = \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{(\Delta t)^2} \left[\overline{x(t + \Delta t) x(t + \tau + \Delta t)} - \right. \\ &\quad \left. - \overline{x(t + \Delta t) x(t + \tau)} - \overline{x(t) x(t + \tau + \Delta t)} + \overline{x(t) x(t + \tau)} \right]. \end{aligned}$$

Дифференцирование случайных процессов

Все четыре слагаемых в квадратных скобках представляют собой функции корреляции исходного процесса, вычисленные при различных величинах задержки:

$$R_y(\tau) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{(\Delta t)^2} [2R_x(\tau) - R_x(\tau - \Delta t) - R_x(\tau + \Delta t)].$$

Правая часть последнего равенства представляет собой вторую производную функции $R_x(\tau)$, взятую с обратным знаком:

$$R_y(\tau) = -R_x''(\tau) = -\sigma_x^2 r''(\tau).$$

8.6. Дифференцируемые и недифференцируемые случайные процессы

По определению, случайный процесс $X(t)$ является дифференцируемым, если его производная имеет конечную дисперсию. Дисперсия производной

$$\sigma_y^2 = -R_x''(0) = -\sigma_x^2 r''(0).$$

Поэтому для дифференцируемости случайного процесса необходимо, чтобы вторая производная его функции корреляции в нуле была конечной величиной, а значит, первая производная этой функции в нуле - непрерывной.

Недифференцируемым является случайный процесс с функцией корреляции вида

$$\sigma^2 \exp(-\alpha |\tau|).$$

Дифференцируя эту функцию один раз, убеждаемся, что производная в нуле изменяется скачком на величину $-2\sigma^2\alpha$.

В радиотехнике часто рассматривают случайные процессы с функциями корреляции вида

$$R(\tau) = \sigma^2 (1 + \alpha |\tau|) \exp(-\alpha |\tau|).$$

Простое вычисление показывает, что первая производная этой функции в нуле непрерывна, поэтому такая функция корреляции отвечает дифференцируемому процессу.

Дифференцируемые и недифференцируемые случайные процессы

Реализации любых случайных сигналов, с которыми приходится встречаться в технике, всегда достаточно «гладкие» для того, чтобы быть дифференцируемыми. Однако в теоретических исследованиях часто возникают математические модели, соответствующие недифференцируемым процессам. Как правило, это имеет место тогда, когда реализации случайного процесса образуются из очень большого числа малых независимых слагаемых. Несмотря на то что вклад одного такого слагаемого (например, импульса тока от движения отдельно взятого электрона) ничтожен, именно эти слагаемые определяют «тонкую структуру» реализации. Как следствие, реализации такого процесса могут приобрести вид функции, всюду непрерывной, однако ни в одной точке не дифференцируемой.

8.7. Спектральная плотность мощности производной

Найдем связь между спектрами мощности исходного процесса и его производной. Пусть задано соответствие $X(t) \leftrightarrow W_x(\omega)$. По теореме Винера-Хинчина функция корреляции исходного процесса

$$R_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_x(\omega) \exp(j\omega\tau) d\omega.$$

Функция корреляции производной

$$R_y(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 W_x(\omega) \exp(j\omega\tau) d\omega,$$

откуда получается искомая формула связи

$$W_y(\omega) = \omega^2 W_x(\omega).$$

Примечательно, что в спектре мощности производной наблюдается уменьшение низких и увеличение высоких частот. Случайный процесс дифференцируем, если

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 W_x(\omega) d\omega < \infty.$$

8.8. Корреляционная связь между случайным процессом и его производной

Во многих задачах статистической радиотехники существен вопрос вероятностной связи между мгновенными значениями случайного сигнала и его производной. Для ответа на него вычислим функцию взаимной корреляции $R_{xy}(\tau)$ случайных процессов $X(t)$ и $Y(t) = dX/dt$, проведя усреднение:

$$R_{xy}(\tau) = \overline{x(t) y(t + \tau)} = \overline{x(t) \frac{d}{d\tau} x(t + \tau)} = \frac{d}{d\tau} \overline{x(t) x(t + \tau)},$$

откуда

$$R_{xy}(\tau) = R'_x(\tau).$$

Принято во внимание, что оба рассматриваемых случайных процесса стационарны и имеют нулевые средние значения.

Корреляционная связь между случайным процессом и его производной

$$R_{xy}(\tau) = R'_x(\tau).$$

Как известно, функция $R_x(\tau)$ всегда является четной. Если же процесс дифференцируем, то при $\tau = 0$ производная $R'_x(\tau)$ обращается в нуль. Отсюда следует, что мгновенные значения такого случайного сигнала и его производной, взятые в один и тот же момент времени, являются **некоррелированными**. Еще более сильное утверждение справедливо применительно к гауссовым случайным процессам: здесь случайный сигнал и его производная **статистически независимы**.

8.9. Интеграл от случайного процесса

Будем называть случайный процесс $Z(t)$ определенным интегралом с переменным верхним пределом от случайного процесса $X(t)$, если между реализациями $z(t)$ и $x(t)$ имеется соответствие вида

$$z(t) = \int_0^t x(\xi) d\xi.$$

Физически это означает, что сигналы $z(t)$ наблюдаются на выходе идеального интегратора, причем входные сигналы $x(t)$ начинают поступать в нулевой момент времени. Если процесс $X(t)$ стационарен и имеет постоянное среднее значение m_x , то математическое ожидание сигнала на выходе интегратора

$$m_z(t) = \int_0^t \bar{x}(\xi) d\xi = m_x t.$$

Таким образом, условие $m_x \neq 0$ сразу приводит к нестационарности случайного процесса $Z(t)$.

Интеграл от случайного процесса

Однако даже при нулевом математическом ожидании входного процесса сигнал на выходе интегратора будет представлять собой реализацию нестационарного случайного процесса. Чтобы убедиться в этом, вычислим функцию корреляции интеграла:

$$\begin{aligned} R_z(t_1, t_2) &= \overline{\int_0^{t_1} \int_0^{t_2} x(\xi) x(\eta) d\xi d\eta} = \\ &= \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \overline{x(\xi) x(\eta)} d\xi d\eta = \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} R_x(\xi, \eta) d\xi d\eta. \end{aligned}$$

Если процесс $X(t)$ стационарен, то аргумент функции корреляции, стоящей под знаком интеграла в последней формуле, будет представлять собой разность $\eta - \xi$, поэтому

$$R_z(t_1, t_2) = \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} R_x(\eta - \xi) d\xi d\eta.$$

Поскольку правая часть формулы зависит непосредственно от t_1 и t_2 , а не от их разности, случайный процесс на выходе интегратора является нестационарным.

Интеграл от случайного процесса

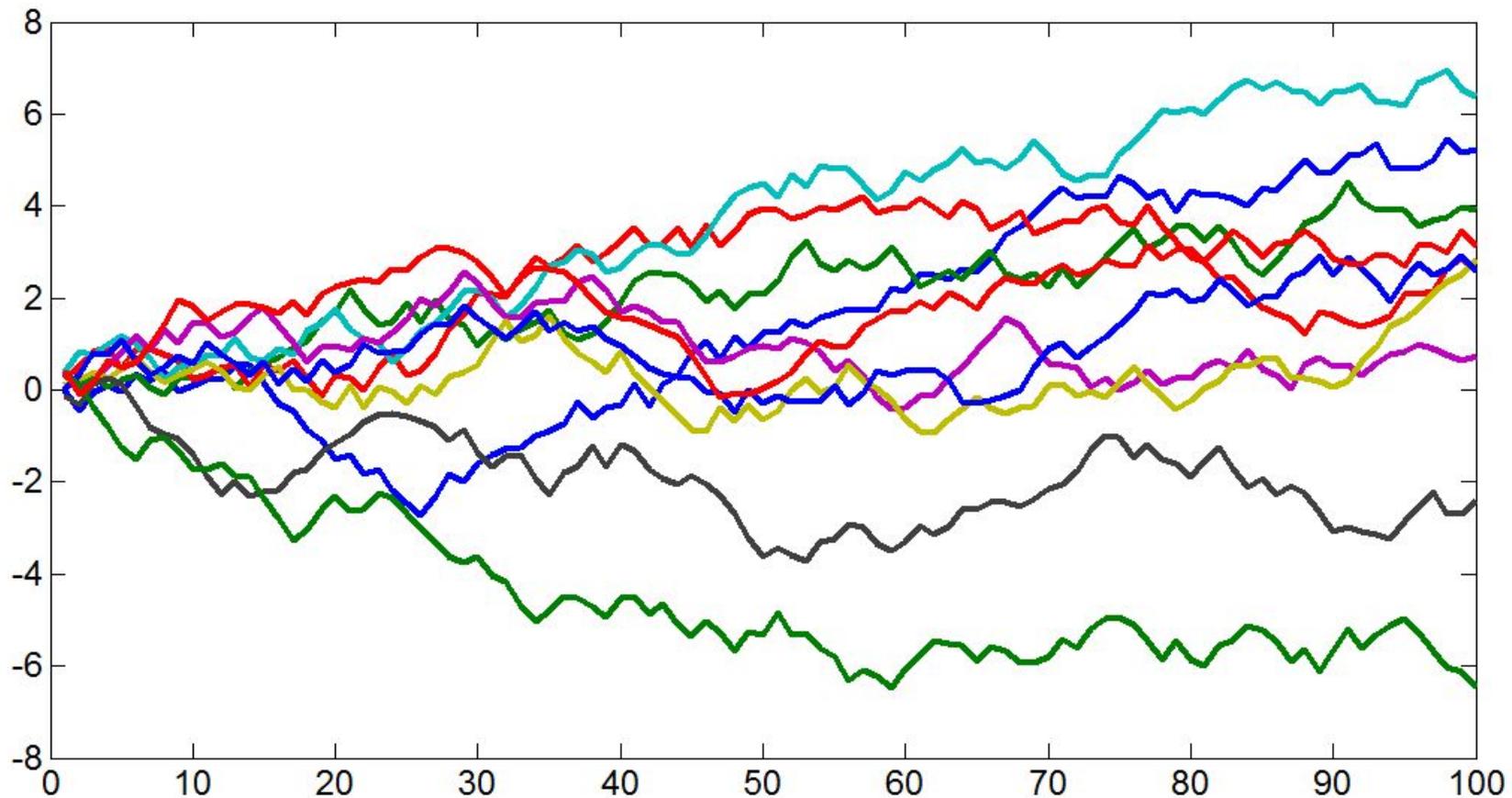
Нестационарность интеграла от случайного процесса имеет глубокий физический смысл, свидетельствуя о безграничном нарастании флуктуации на выходе идеального интегратора, что связано с эффектом их накопления.

Сходные задачи часто встречаются в различных областях физики. В качестве примера можно привести известную проблему одномерного случайного блуждания точки (броуновского движения). Здесь материальная точка, выходя из начала координат и получая равновероятные толчки в двух противоположных направлениях, в среднем остается на месте, однако величина ее отклонения от среднего положения неограниченно нарастает во времени прямо пропорционально корню квадратному от текущего времени.

Нестационарный случайный процесс, получаемый путем интегрирования белого шума, принято называть **случайным процессом Винера**.

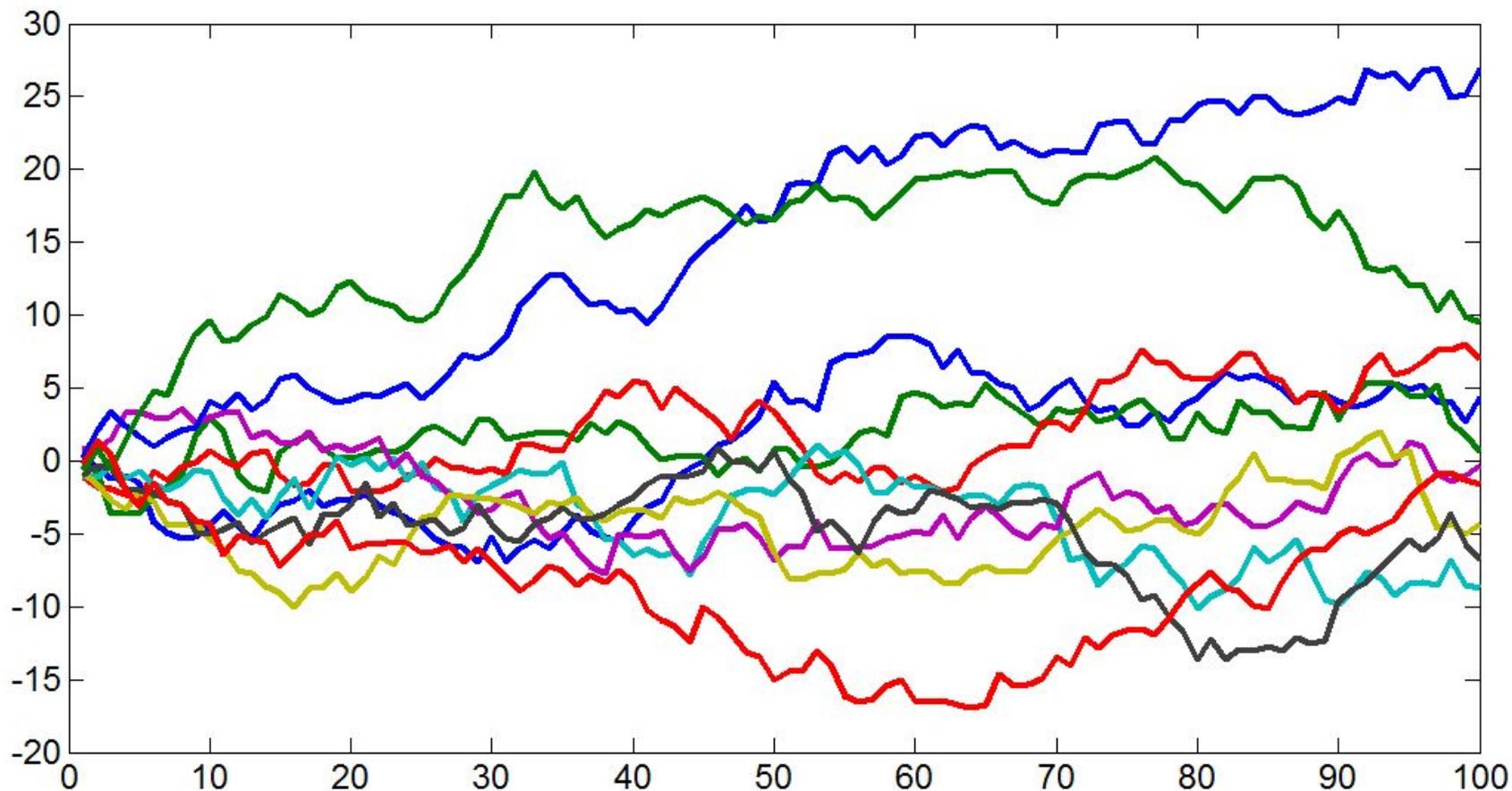
Сумма от случайного процесса с равномерным распределением

```
R = rand(10,100);  
W = cumsum( (R - 0.5)' );  
plot(W)
```



Реализации винеровского процесса (суммы нормального белого шума)

```
N = randn(10,100);  
Wn = cumsum( (N)' );  
plot(Wn)
```



8.10. Шумоподобный сигнал

В радиотехнике помимо узкополосных повсеместное применение находят и широкополосные сигналы. К числу последних относятся, в частности, шумоподобные сигналы, получившие такое название по причине близости их спектра к белому шуму. Шумоподобный сигнал имеет ширину спектра во много раз превышающую данную величину у передаваемого сообщения, что оценивается с помощью базы сигнала B .

Отметим три особенности шумоподобного сигнала.

1. Он имеет значение базы сигнала $B \gg 1$, достигая в некоторых случаях нескольких тысяч. Напомним, что база сигнала показывает, во сколько раз ширина спектра модулированного высокочастотного колебания возрастает по сравнению с данным параметром модулирующего сигнала.
2. При формировании шумоподобного сигнала используется фактор псевдослучайности, благодаря чему по своей структуре он становится близким к случайному сигналу.
3. Распознать шумоподобный сигнал при приеме можно, только зная «ключ» кодирования при передаче, что обеспечивает скрытность связи.

Шумоподобный сигнал

Шумоподобные сигналы используются:

- при кодовой адресации большого числа абонентов и их кодовом разделении в системах множественного доступа к относительно широкополосному каналу радиосвязи;
- для повышения помехозащищенности радиотехнических систем от действия мощных помех преднамеренного характера;
- для обеспечения скрытности передаваемого сообщения и защиты от несанкционированного приема;
- для борьбы с многолучевостью, связанной с одновременным приёмом сигналов нескольких радиолучей – основного и отраженных от ионосферы или каких-либо препятствий и потому пришедших с задержкой по времени;
- при измерении дальности и скорости движения объектов в системах радиолокации и радионавигации.

Формирование шумоподобного сигнала

Для формирования которого используются, в основном, два способа — дискретной фазовой и частотной модуляции.

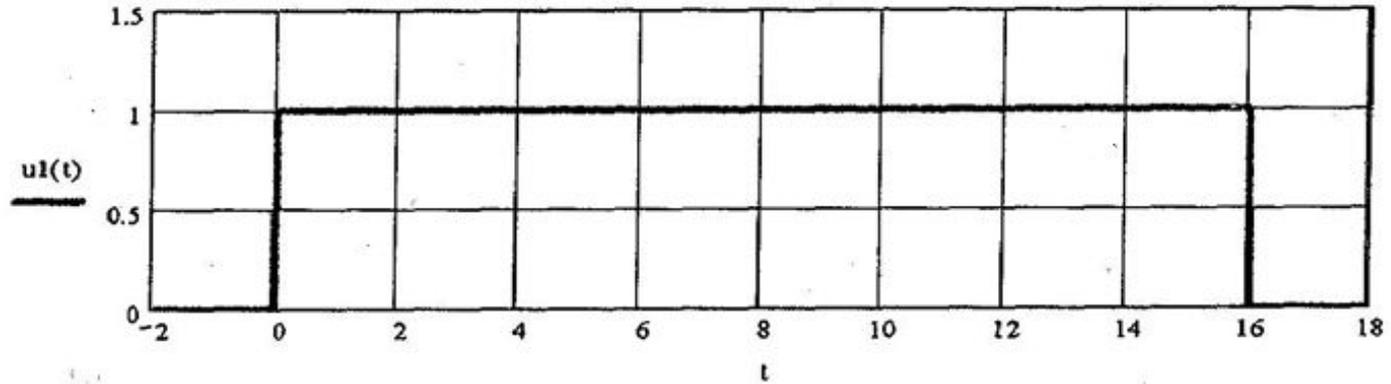
Рассмотрим последовательность проводимых операций:

1. За основу возьмем импульс длительностью T .
2. Импульс длительностью T промодулируем по амплитуде последовательностью двуполярных прямоугольных импульсов длительностью $\Delta, 2\Delta, 3\Delta, 4\Delta, \dots \ll T$, ... по случайному закону.
3. Осуществим фазовую модуляцию высокочастотного импульса частотой f полученной последовательностью двуполярных импульсов. Дискрет фазы примем равным $\Delta\phi = \pi$. В результате получим фазомодулированный высокочастотный сигнал.

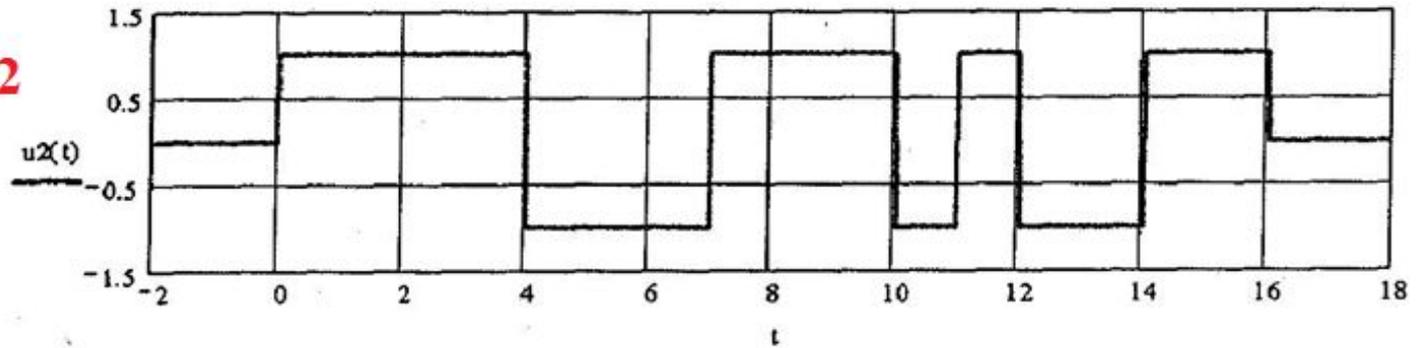
1. Импульс длительностью T промодулируем по амплитуде последовательностью двуполярных прямоугольных импульсов одинаковой длительности $\tau \ll T$.
2. «Заполним» синусоидальным сигналом разной частоты: $f, 2f, 3f, 4f \dots$ по случайному закону каждый из импульсов длительностью τ . В результате получим сигнал с дискретной частотной модуляцией.

Фазовая манипуляция

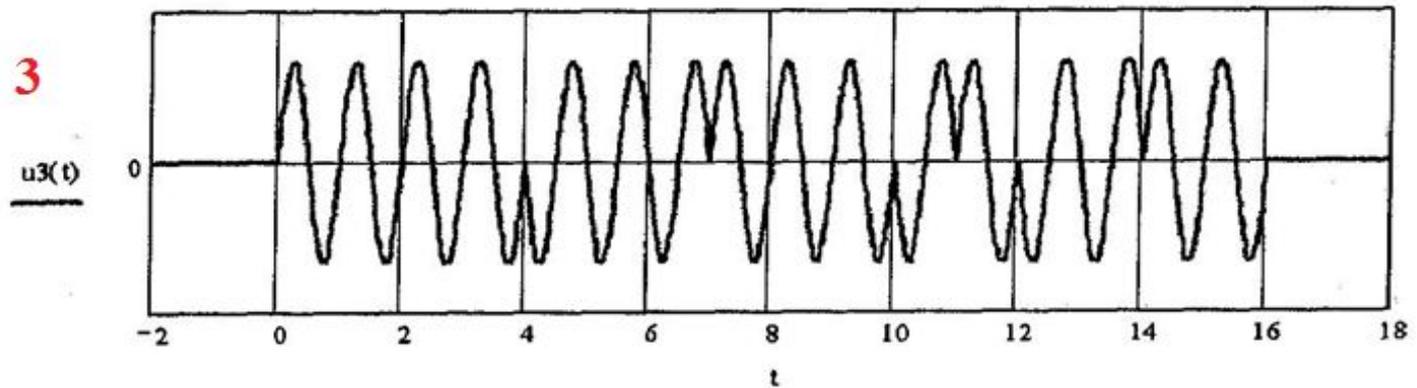
1



2

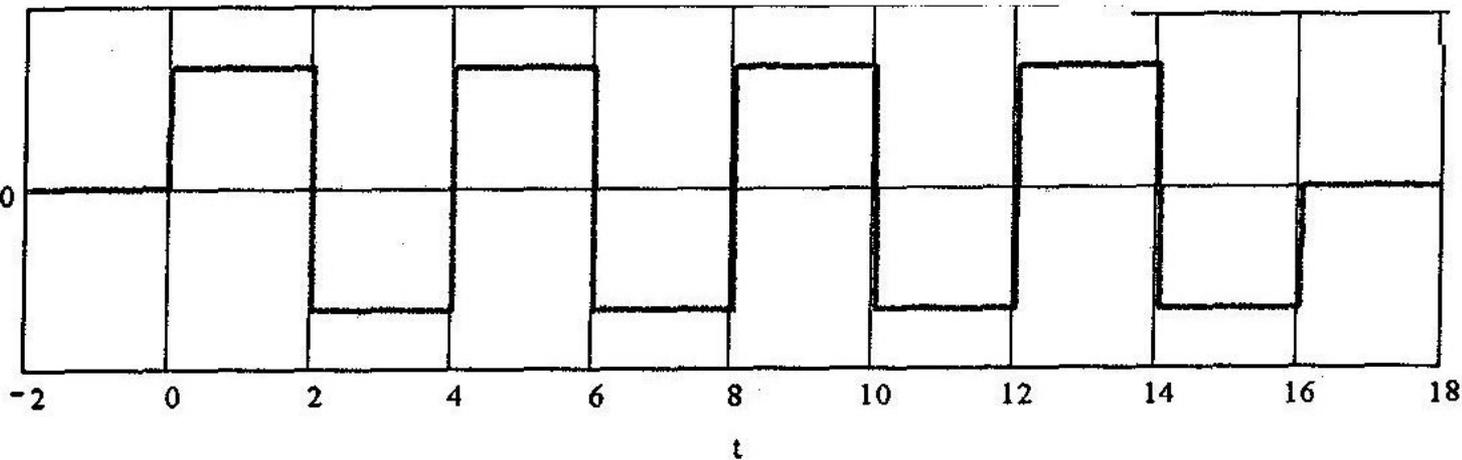


3

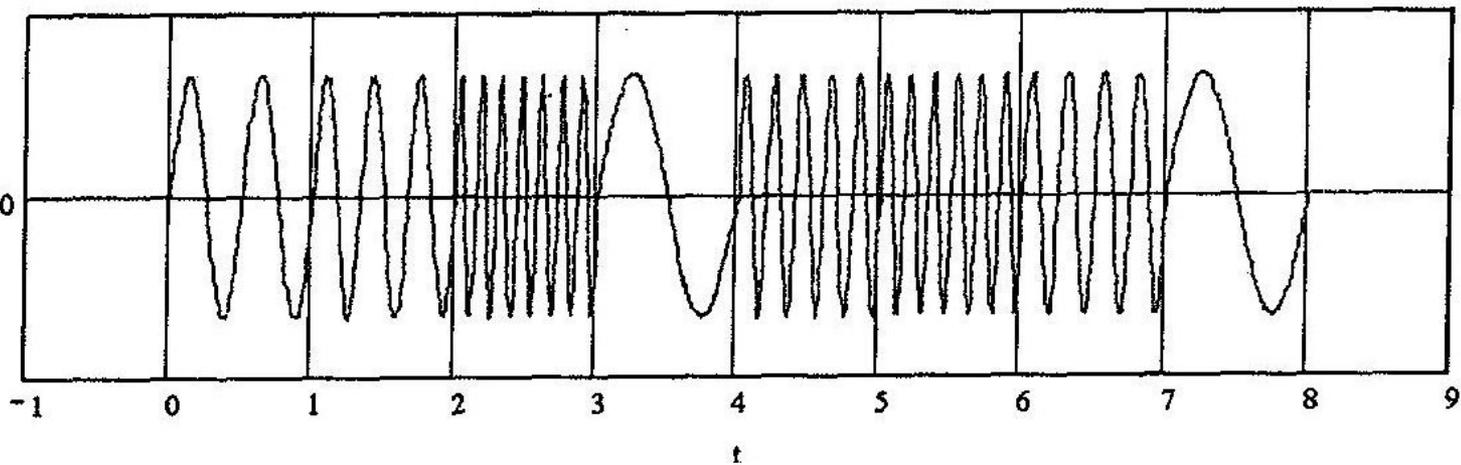


Частотная манипуляция

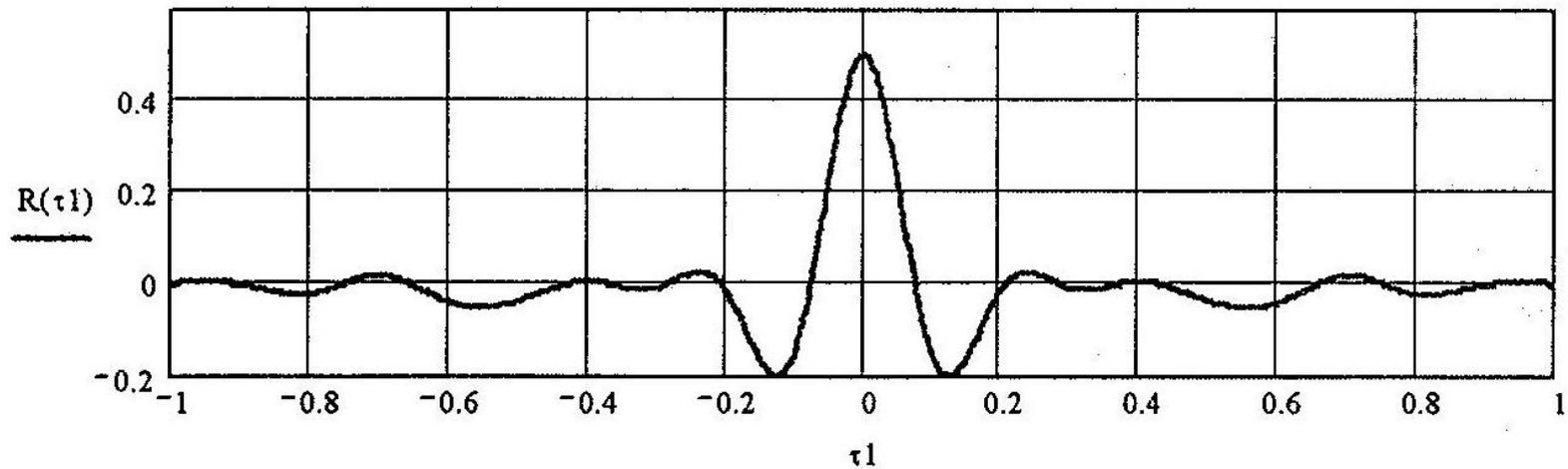
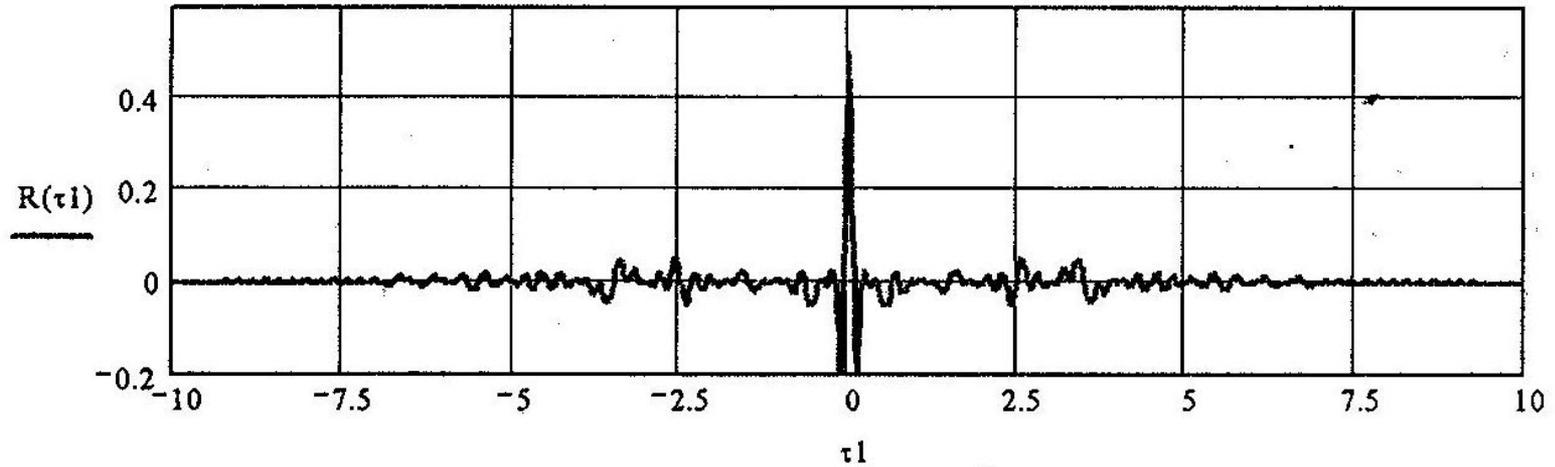
1
 $u_4(t)$



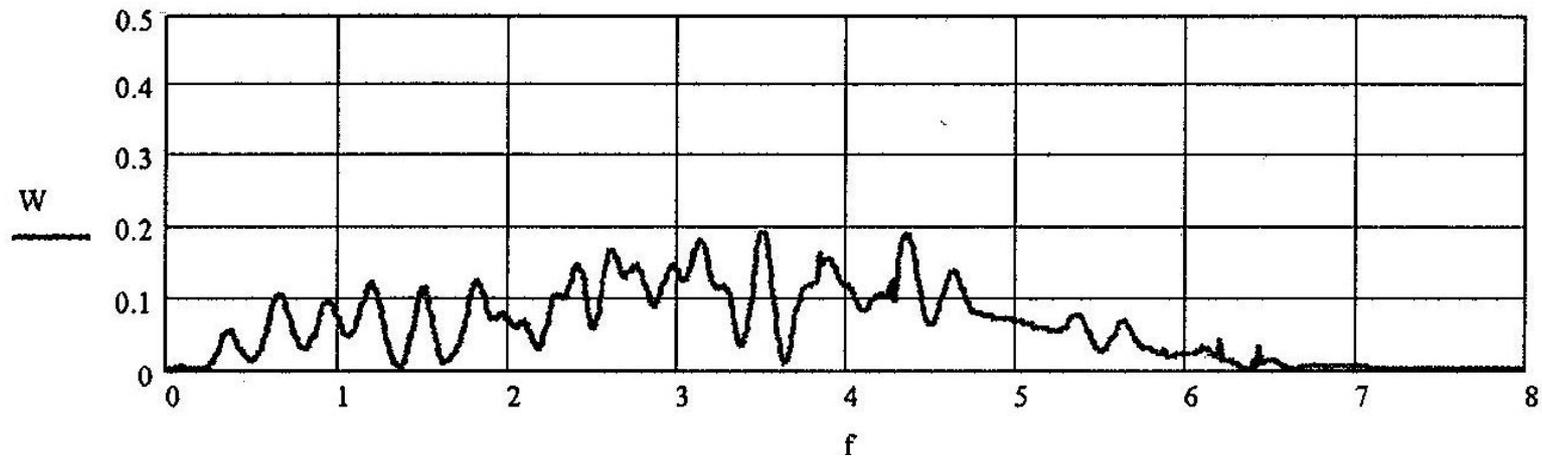
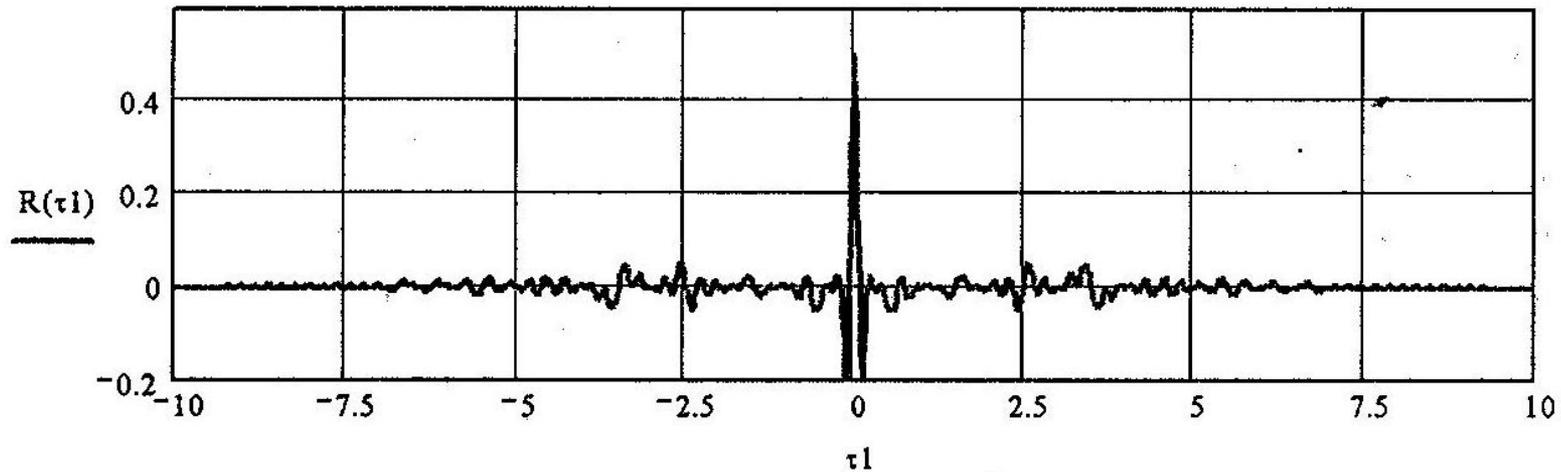
2
 $u_5(t)$



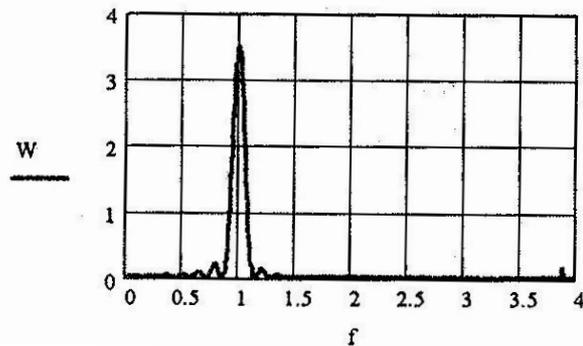
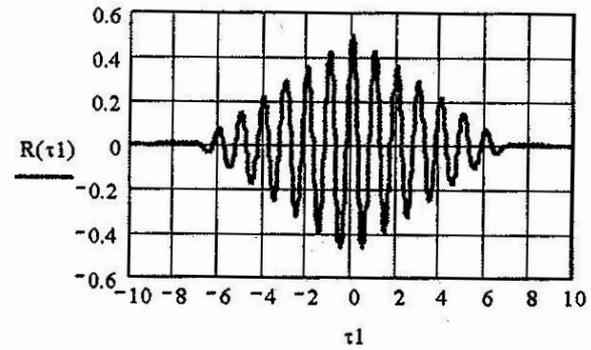
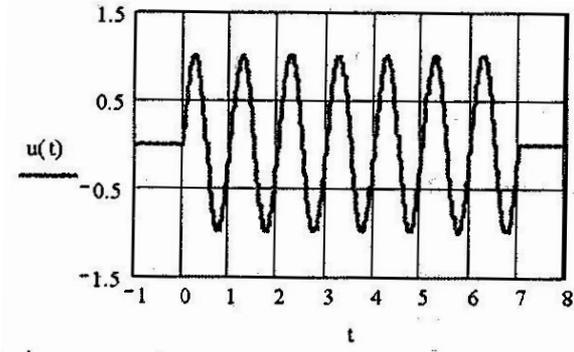
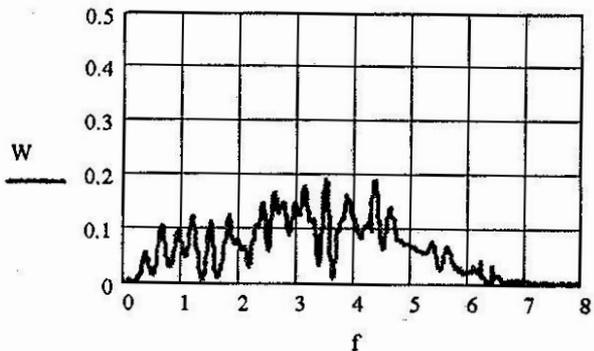
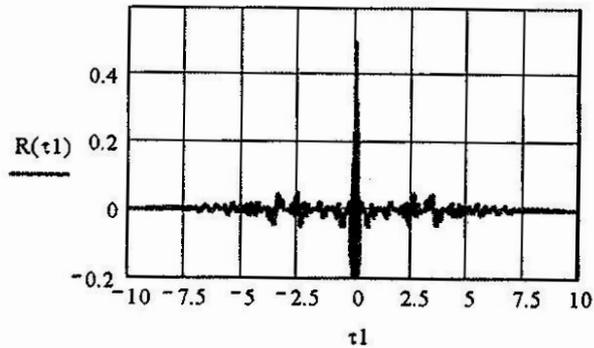
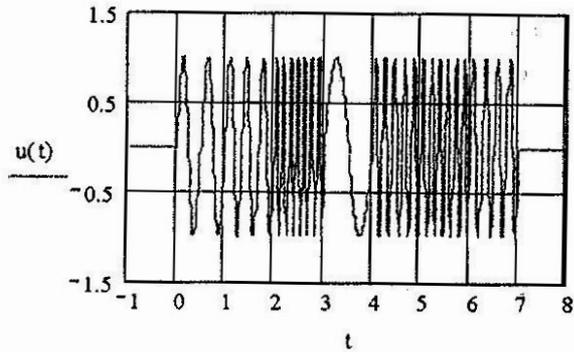
АКФ при частотной манипуляции



АКФ и спектральная плотность мощности при частотной манипуляции



Энергетический спектр и АКФ шумоподобного сигнала и радиоимпульса



Благодарю за внимание!