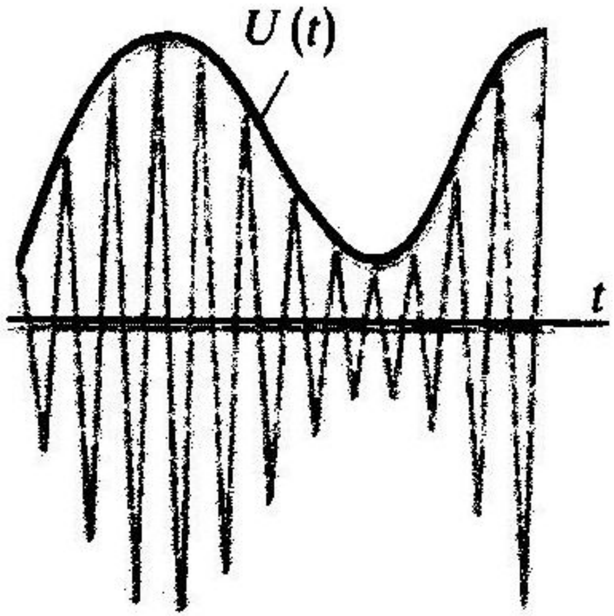
РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ И СИГНАЛЫ

Лекционный курс

Лекция 7

Доцент Трухин М.П.

7. МОДУЛИРОВАННЫЕ СИГНАЛЫ



Чтобы осуществить эффективную передачу сигналов в какой-либо среде, необходимо перенести спектр этих сигналов из низкочастотной области в область достаточно высоких частот.

Данная процедура получила в радиотехнике название **модуляции**.

7.1. Сигналы с амплитудной модуляцией

В передатчике формируется вспомогательный высокочастотный сигнал, называемый несущим колебанием. Его математическая модель такова, что имеется некоторая совокупность параметров, определяющих форму этого колебания. Чаще всего это простое гармоническое колебание

$$u_{\text{НЕС}}(t) = U\cos(\omega t + \varphi)$$

имеющее три свободных параметра U, ω и φ

Сигналы с амплитудной модуляцией

Если переменной оказывается амплитуда сигнала *U(t)*, причем остальные два параметра ω и φ неизменны, то имеет место **амплитудная модуляция** несущего колебания.

Пусть *s(t)* — низкочастотное сообщение, подлежащее передаче по радиоканалу. Если, по крайней мере, один из указанных параметров изменяется во времени пропорционально передаваемому сообщению, то несущее колебание приобретает новое свойство — оно несет в себе информацию, которая первоначально была заключена в сигнале *s(t)*.

Физический процесс управления параметрами несущего колебания и является модуляцией.

$$u_{\mathrm{AM}}(t) = U(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

АМ-сигнал, его огибающая и несущая

Сигналы с амплитудной модуляцией

Если переменной оказывается амплитуда сигнала *U(t)*, причем остальные два параметра ω и φ неизменны, то имеет место **амплитудная модуляция** несущего колебания.

Пусть *s(t)* — низкочастотное сообщение, подлежащее передаче по радиоканалу. Если, по крайней мере, один из указанных параметров изменяется во времени пропорционально передаваемому сообщению, то несущее колебание приобретает новое свойство — оно несет в себе информацию, которая первоначально была заключена в сигнале *s(t)*.

Физический процесс управления параметрами несущего колебания и является модуляцией.

$$u_{\mathrm{AM}}(t) = U(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

АМ-сигнал, его огибающая и несущая

Глубина амплитудной модуляции

При амплитудной модуляции связь между огибающей *U(t)* и модулирующим полезным сигналом *s(t)* принято определять следующим образом

$$\boxed{U(t) = U_m[1 + Ms(t)].}$$

Здесь U_m — постоянный коэффициент, равный амплитуде несущего колебания в отсутствие модуляции;
M — коэффициент амплитудной модуляции.

Величина *M* характеризует глубину амплитудной модуляции.

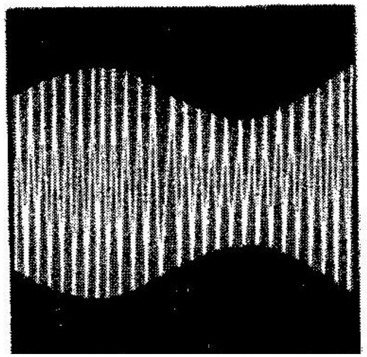
Иногда вводят дополнительно *относительный коэффициент модуляции вверх*

$$M_\text{в} = (U_{\max} - U_m)/U_m$$

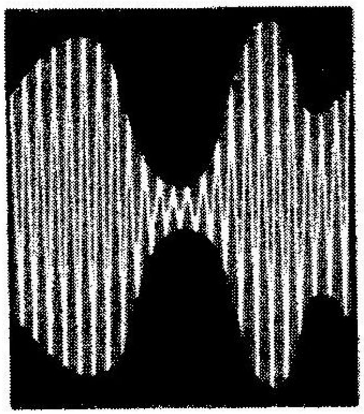
и *относительный коэффициент модуляции вниз*

$$M_\text{н} = (U_m - U_{\min})/U_m.$$

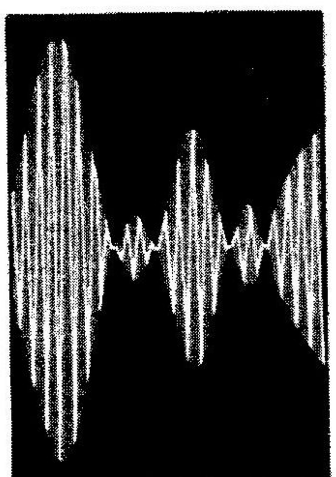
АМ-сигналы при различных глубинах модуляции



Неглубокая модуляция (|Ms(t)| << 1)



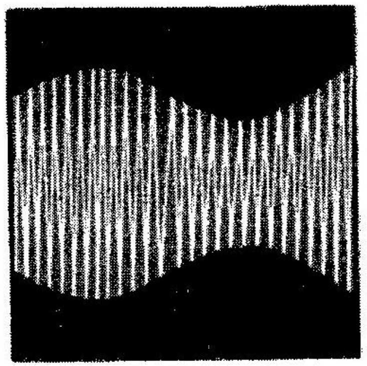
Глубокая модуляция (|Ms(t)| = 1)



Перемодуляция (|Ms(t)| > 1)

Однотональная амплитудная модуляция

Простейший АМ-сигнал может быть получен в случае, когда модулирующим низкочастотным сигналом является гармоническое колебание с частотой Ω



$$u_{\text{AM}}(t) = U_m\left[1 + M\cos(\Omega t + \Phi_0)\right]\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Такой сигнал называется *однотональным АМ-сигналом*

Спектральный состав однотонального АМ-сигнала

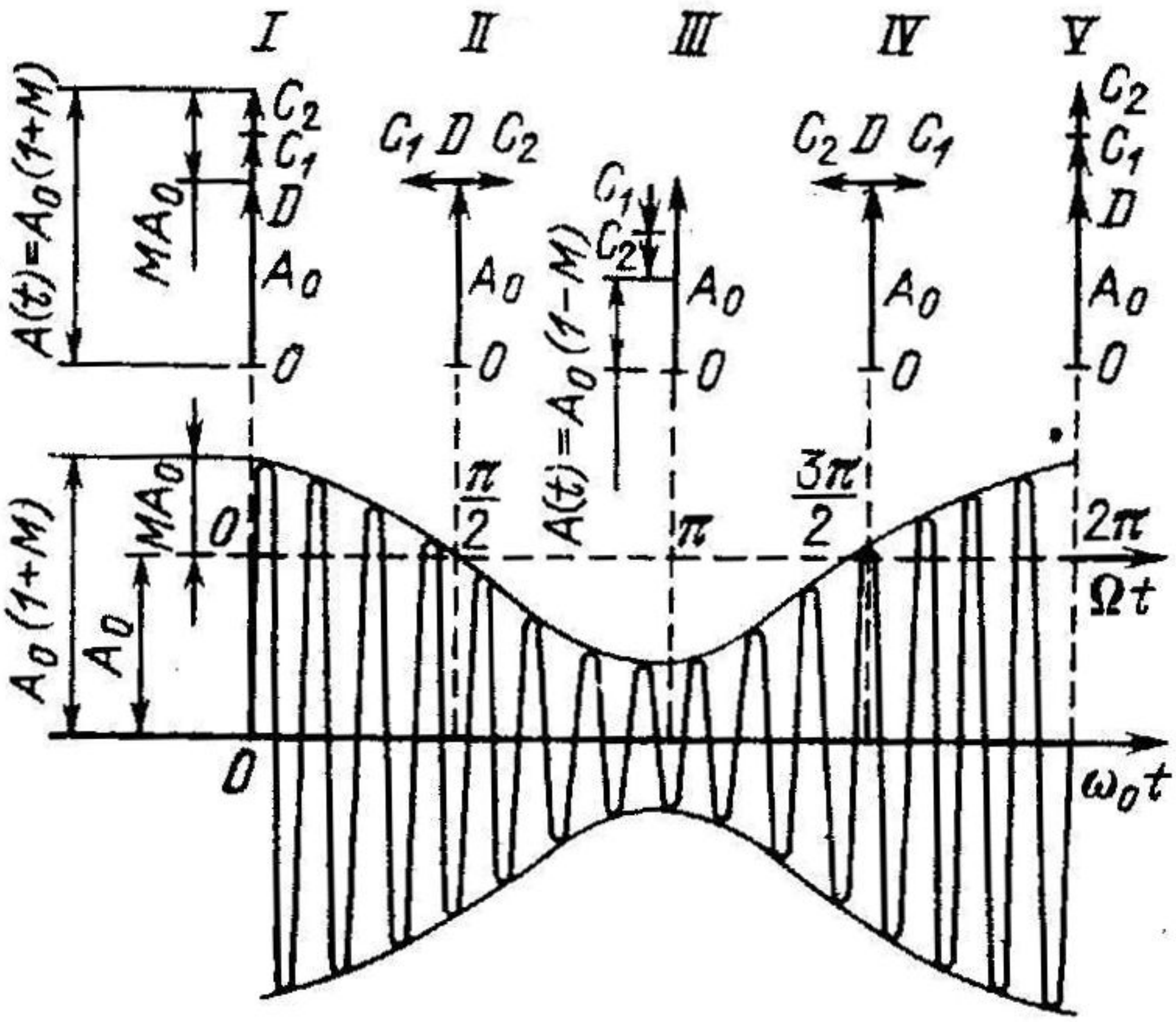
$$u_{\text{AM}}(t) = U_m\cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{U_m M}{2}\cos\left[(\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0 + \Phi_0\right] + \\ + \frac{U_m M}{2}\cos\left[(\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0 - \Phi_0\right].$$

ω_0 – *несущая частота*,

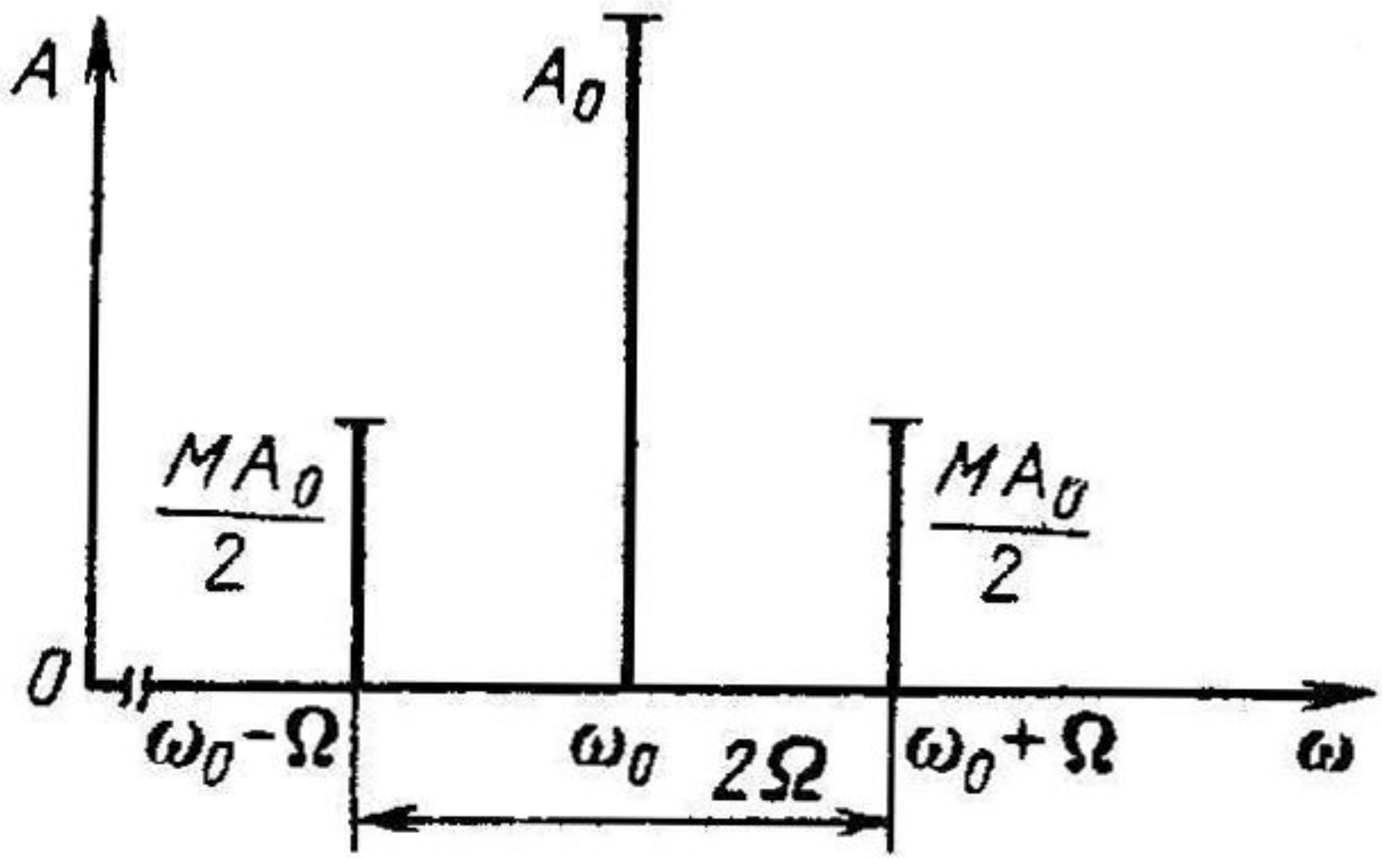
$\omega_0 + \Omega$ – *верхняя боковая частота*,

$\omega_0 - \Omega$ – *нижняя боковая частота.*

Фазы колебаний боковых частот в различные моменты времени



Спектр АМК при однотональной модуляции



Энергетические характеристики АМ-сигнала

Источник однотонального АМ-сигнала эквивалентен трем последовательно включенным источникам гармонических колебаний

$$u_{\text{НЕС}}(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

$$u_{\text{ВБ}}(t) = \frac{U_m M}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0 + \Phi_0],$$

$$u_{\text{НБ}}(t) = \frac{U_m M}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0 - \Phi_0].$$

Пусть источники ЭДС нагружены на единичный резистор. Тогда мгновенная мощность АМ-сигнала будет численно равна квадрату суммарного напряжения

$$p_{\text{АМ}}(t) = u^2_{\text{АМ}} = u^2_{\text{НЕС}} + u^2_{\text{ВБ}} + u^2_{\text{НБ}} + 2u_{\text{НЕС}}u_{\text{ВБ}} + 2u_{\text{НЕС}}u_{\text{НБ}} + 2u_{\text{ВБ}}u_{\text{НБ}}.$$

При усреднении все взаимные мощности дадут нулевой результат, поэтому средняя мощность АМ-сигнала окажется равной сумме средних мощностей несущего и боковых колебаний

$$\langle p_{\text{АМ}} \rangle = \langle p_{\text{НЕС}} \rangle + [\langle p_{\text{ВБ}} \rangle + \langle p_{\text{НБ}} \rangle] = \frac{U_m^2}{2} + \frac{U_m^2 M^2}{4}.$$

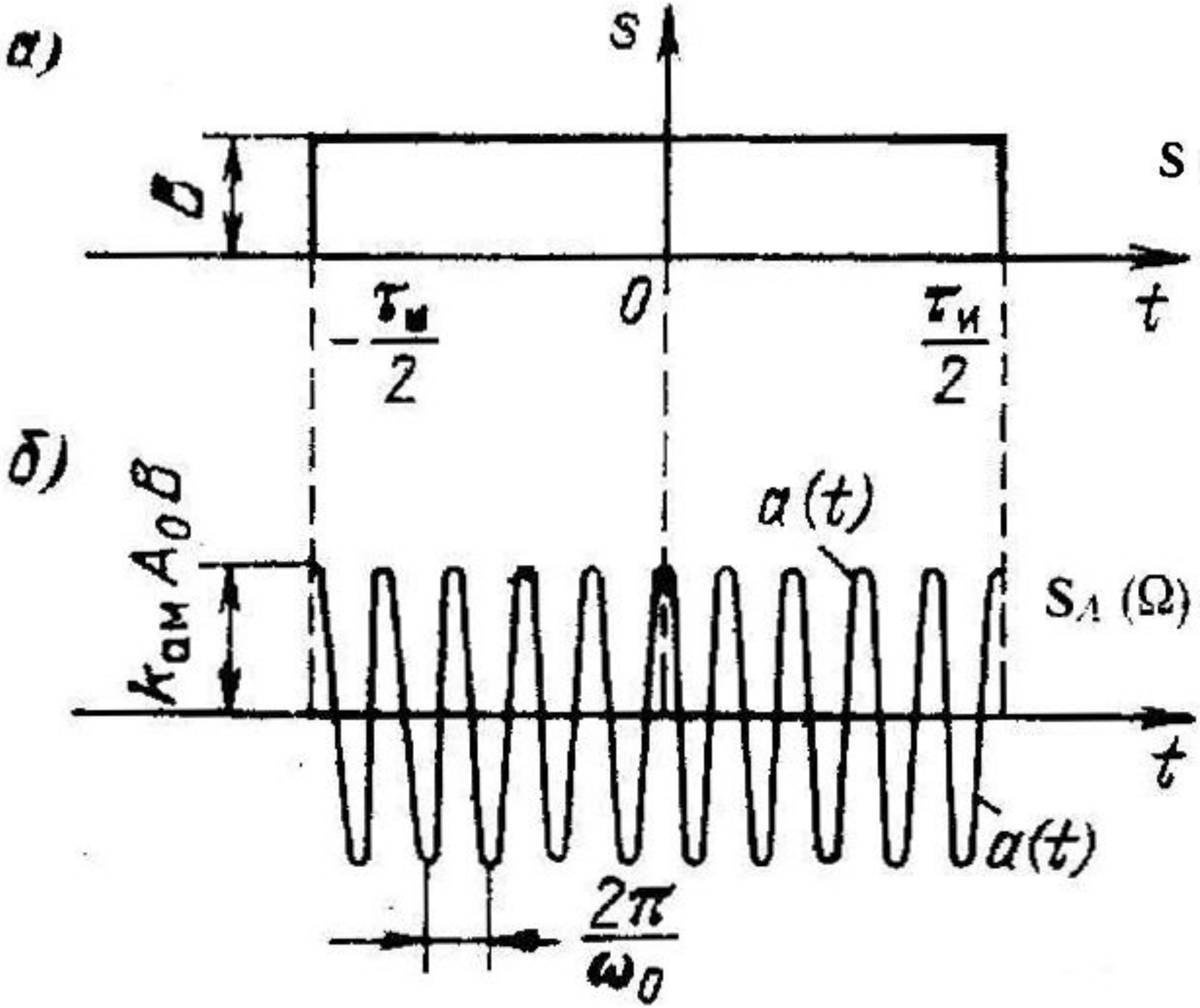
Энергетические характеристики АМ-сигнала

$$\langle p_{\text{АМ}}\rangle = \langle p_{\text{НЕС}}\rangle + [\langle p_{\text{ВБ}}\rangle + \langle p_{\text{НБ}}\rangle] = \frac{U_m^2}{2} + \frac{U_m^2 M^2}{4}.$$

$$\boxed{[\langle p_{\text{ВБ}}\rangle + \langle p_{\text{НБ}}\rangle]/\langle p_{\text{НЕС}}\rangle = M^2/2.}$$

Так, даже при 100 %-ной модуляции *(M* = 1) доля мощности обоих боковых колебаний составляет всего лишь 50% от мощности немодулированного несущего колебания. Поскольку информация о сообщении заключена в боковых колебаниях, можно отметить неэффективность использования мощности при передаче АМ-сигнала.

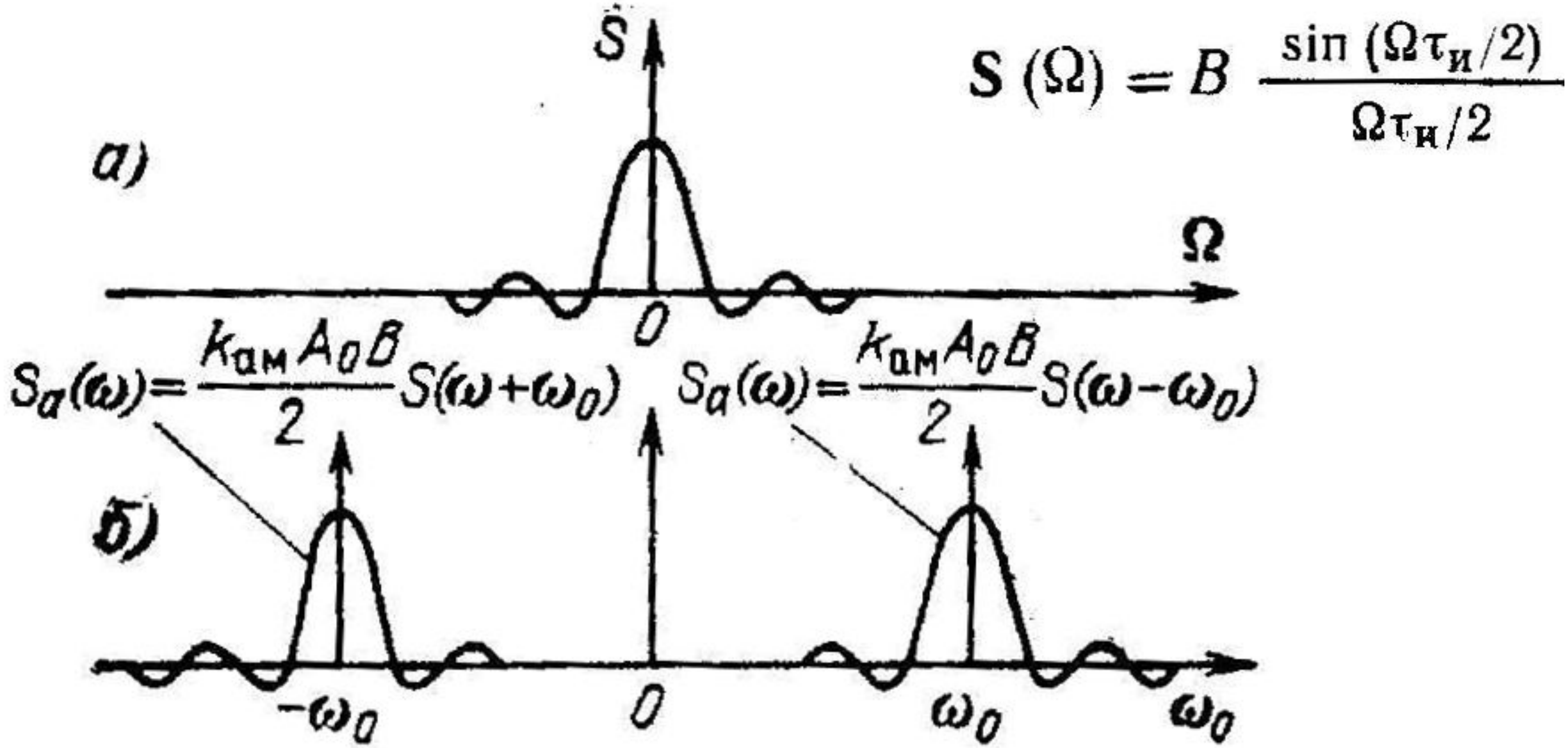
Прямоугольный импульс (а) и он же с высокочастотным заполнением (б)



$$S(\Omega) = B\,\frac{\sin(\Omega\tau_и/2)}{\Omega\tau_и/2}$$

$$S_A(\Omega) = k_{ам}\,A_0\,B\,\frac{\sin \Omega\tau_и/2}{\Omega\tau_и/2}$$

Спектр прямоугольного импульса (а) и спектр его АМК (б)

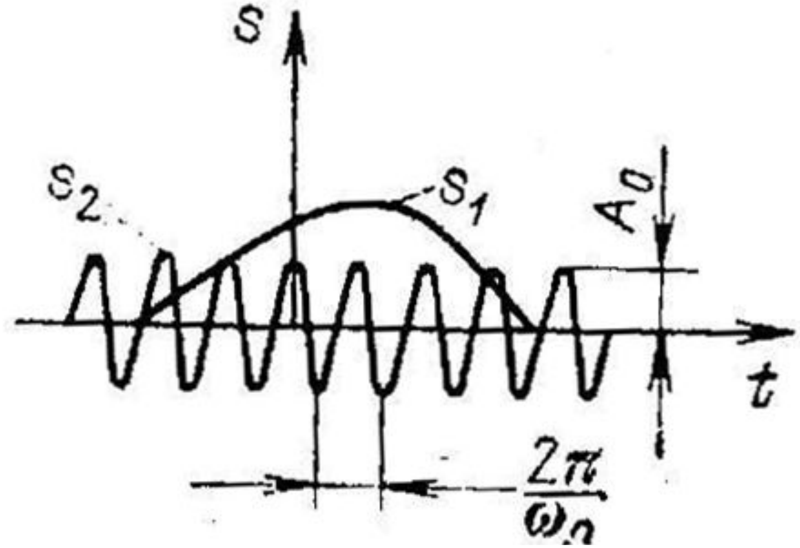


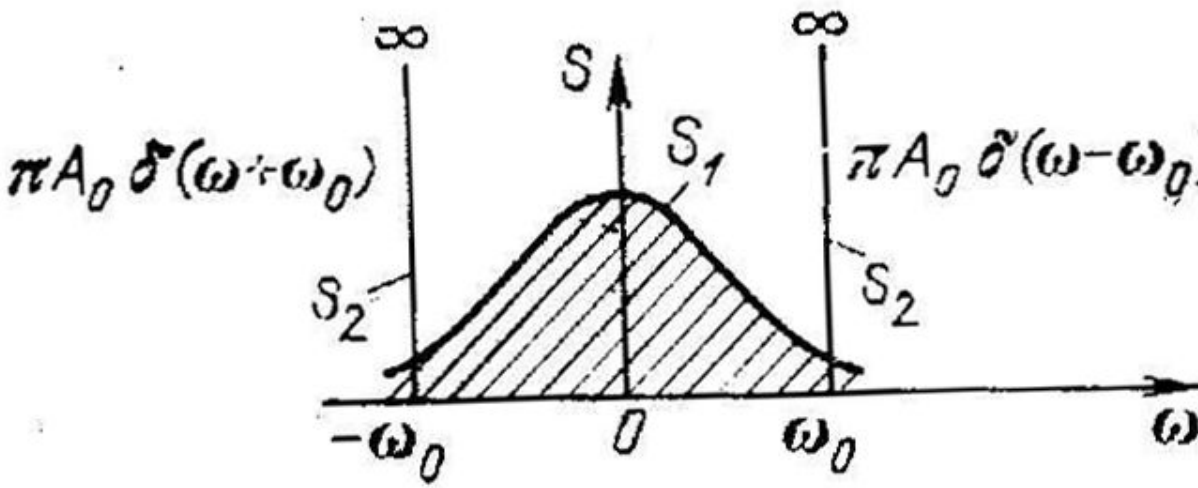
Спектр прямоугольного импульса и спектр его АМК

$$\mathbf{S}(\Omega) = B\,\frac{\sin(\Omega\tau_И/2)}{\Omega\tau_И/2}$$

$$\mathbf{S}_a(\omega) = \frac{k_{ам} A_0 B}{2}\left[\frac{\sin\frac{(\omega-\omega_0)\,\tau_И}{2}}{\frac{(\omega-\omega_0)\,\tau_И}{2}} + \frac{\sin\frac{(\omega+\omega_0)\,\tau_И}{2}}{\frac{(\omega+\omega_0)\,\tau_И}{2}}\right]$$

Монохроматический и импульсный сигналы





Амплитудная модуляция при сложном модулирующем сигнале

Пусть модулирующий низкочастотный сигнал имеет сложный спектральный состав. Математической моделью такого сигнала может быть, например, тригонометрическая сумма

$$s(t) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \cos(\Omega_i t + \Phi_i). \qquad \Omega_1 < \Omega_2 < \ldots < \Omega_N$$

Здесь частоты образуют упорядоченную возрастающую последовательность, в то время как амплитуды и начальные фазы произвольны

$$u_{\text{AM}}(t) = U_m\left[1 + \sum_{i=1}^{N} M\alpha_i \cos(\Omega_i t + \Phi_i)\right]\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Введем совокупность *парциальных коэффициентов модуляции* $M_i = M\alpha_i$

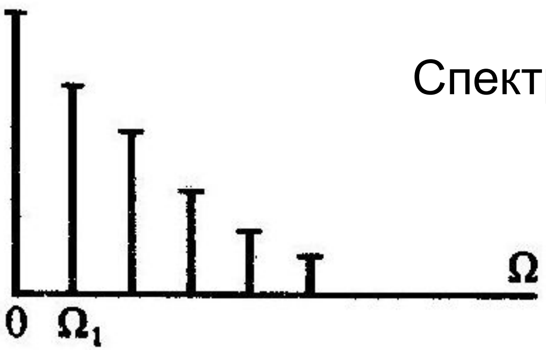
$$u_{\text{AM}}(t) = U_m\left[1 + \sum_{i=1}^{N} M_i \cos(\Omega_i t + \Phi_i)\right]\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Спектральное разложение при сложном модулирующем сигнале

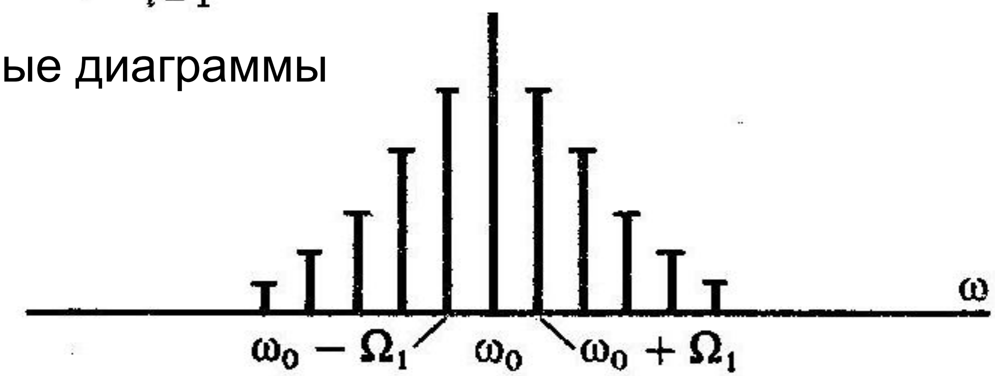
$$u_{\text{AM}}(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \sum_{i=1}^{N} \frac{U_m M_i}{2} \cos\left[(\omega_0 + \Omega_i)\, t + \right.$$

$$\left. + \varphi_0 + \Phi_i\right] + \sum_{i=1}^{N} \frac{U_m M_i}{2} \cos\left[(\omega_0 - \Omega_i)\, t + \varphi_0 - \Phi_i\right]$$

Спектральные диаграммы



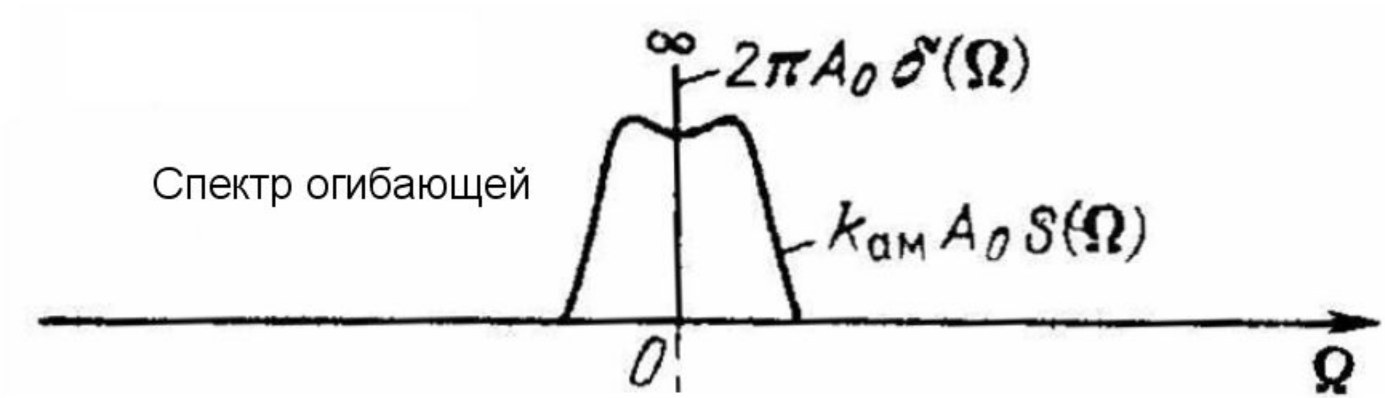
Модулирующий сигнал



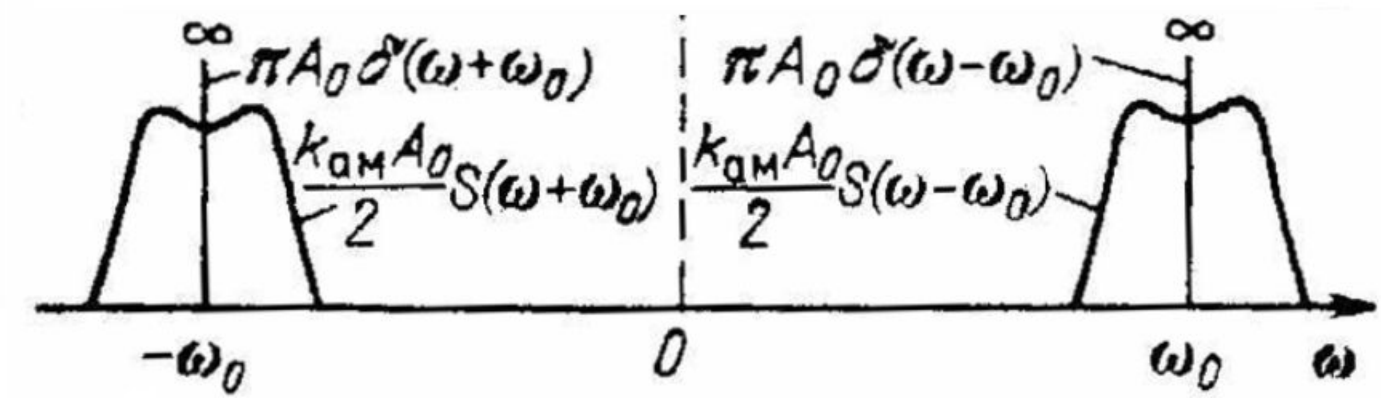
АМ-сигнал при многотональной модуляции

Ширина спектра АМ-сигнала равна удвоенному значению наивысшей частоты в спектре модулирующего низкочастотного сигнала

Спектр АМК при сложном модулирующем сигнале



$$S_a(\omega) = \frac{1}{2} e^{i\theta_0} S_A(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} e^{-i\theta_0} S_A(\omega + \omega_0)$$

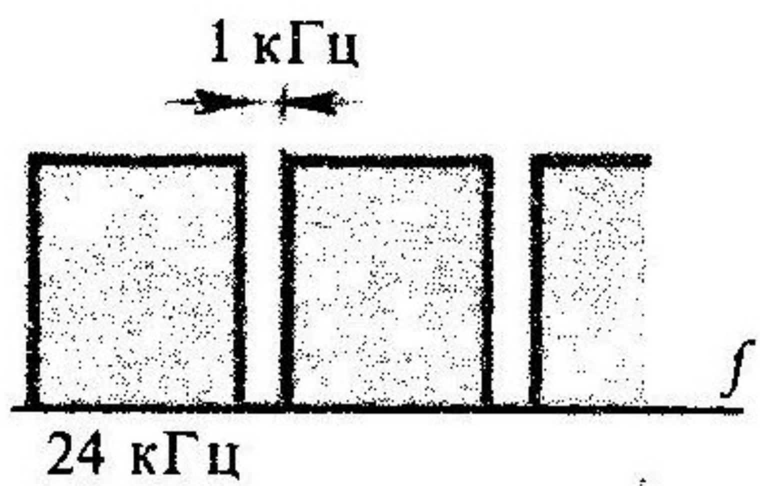


Пример

Оценить число вещательных радиоканалов, которые можно разместить в диапазоне частот от 0.5 до 1.5 МГц (примерные границы средневолнового вещательного диапазона).

Для удовлетворительного воспроизведения сигналов радиовещания необходимо воспроизводить звуковые частоты от 100 *Гц* до 12 *кГц*. Таким образом, полоса частот, отводимая одному АМ-каналу, равна 24 *кГц*. Чтобы избежать перекрестных помех между каналами, следует предусмотреть защитный интервал шириной в *1 кГц*. Поэтому допустимое число каналов

$$\boldsymbol{N} = (1.5—0.5)\text{-}10^6/(25\text{-}10^3) = 40.$$



Амплитудно-манипулированные сигналы

Если $s(t)$ - функция, в каждый момент времени принимающая значение либо 0, либо 1, то амплитудно-манипулированный сигнал представляется в виде

$$u_{\text{ман}}(t) = U_m s(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Периодическая последовательность видеоимпульсов

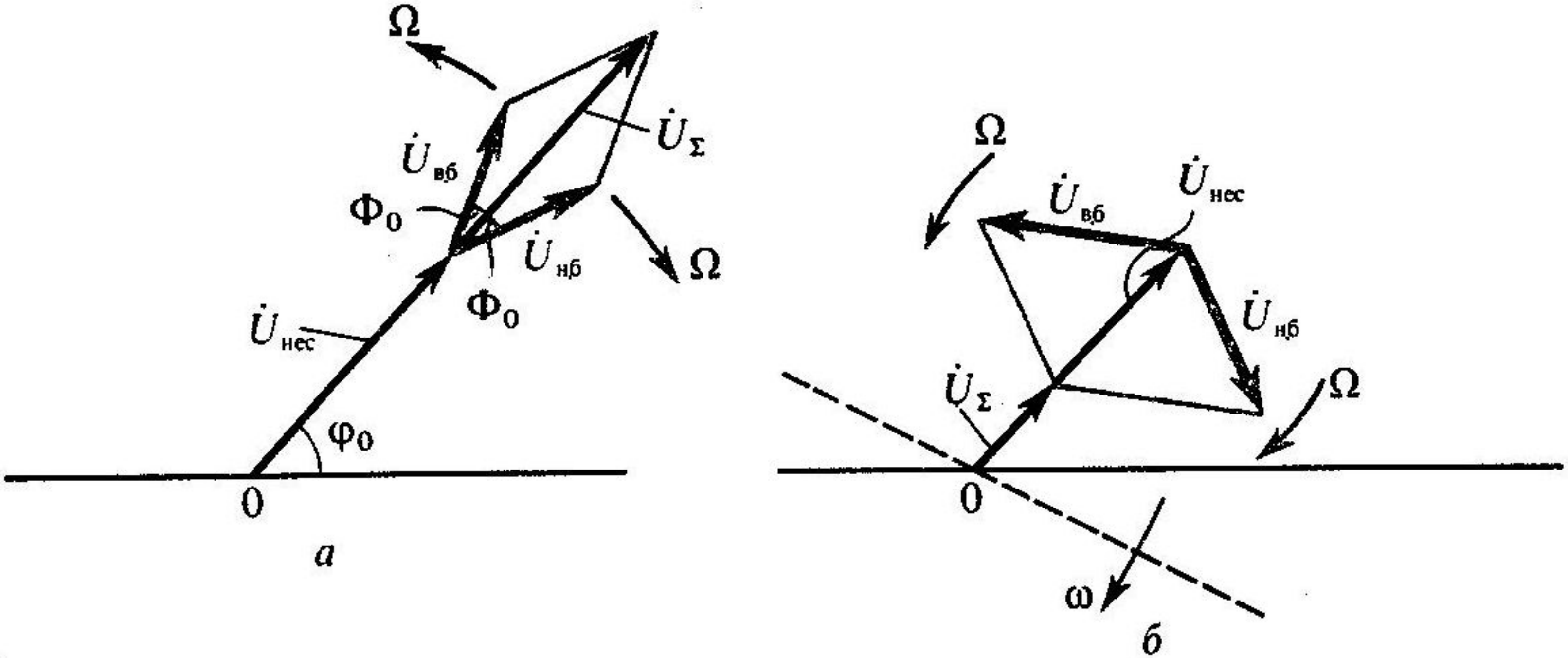
$$u_{\text{ман}}(t) = \frac{U_m}{q}\cos\omega_0 t + \frac{U_m}{q}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{n\pi}{q}}{\frac{n\pi}{q}}\cos(\omega_0 + n\omega_1)t +$$

$$+ \frac{U_m}{q}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{n\pi}{q}}{\frac{n\pi}{q}}\cos(\omega_0 - n\omega_1)t,$$

q — скважность последовательности

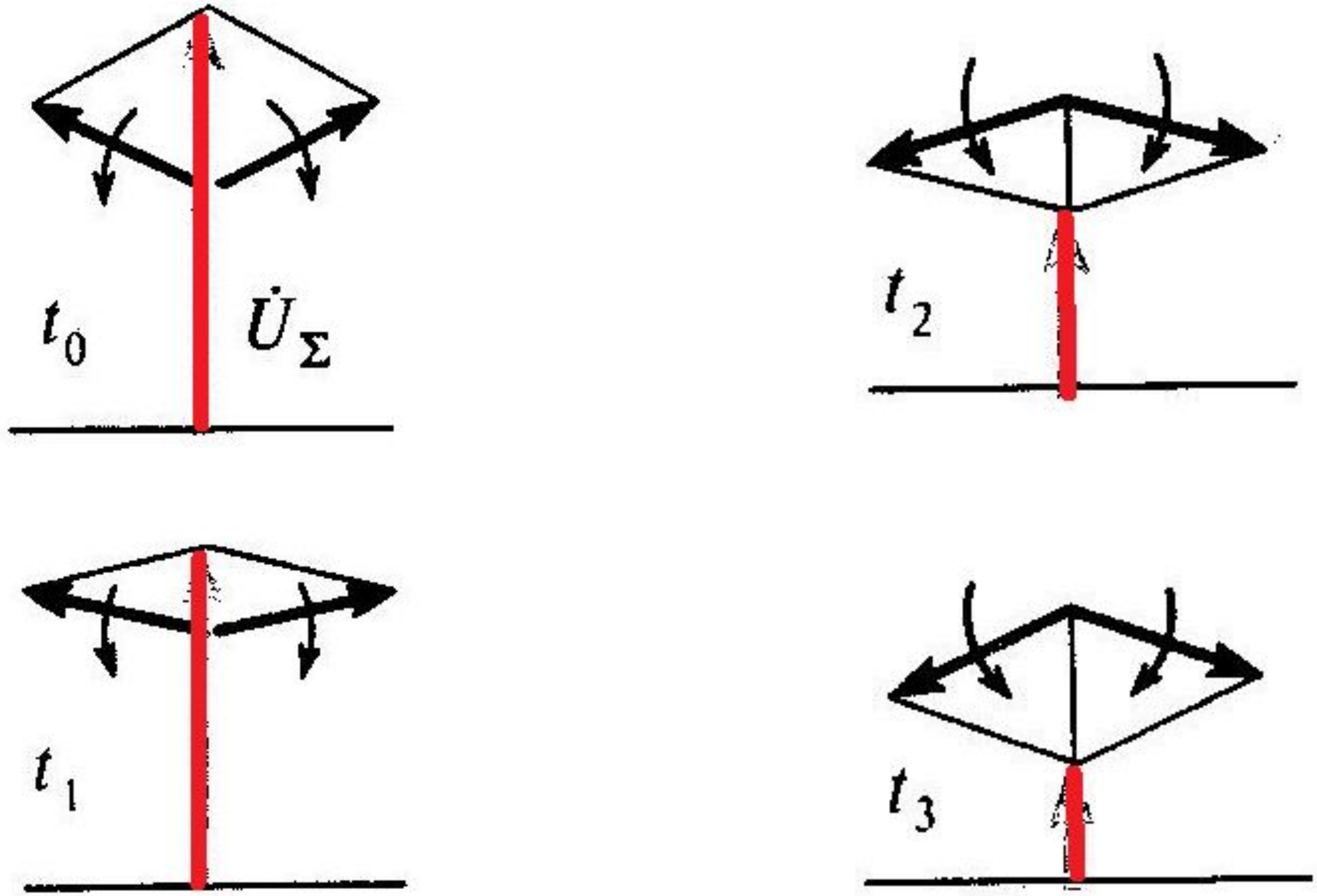
Векторная диаграмма АМ-сигнала

Графическое изображение АМ-сигнала посредством суммы векторов, вращающихся в комплексной плоскости.
Для простоты рассмотрим однотональную модуляцию. Мгновенное значение несущего колебания $U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ есть проекция неподвижного во времени вектора $\dot{U}_{\text{НЕС}} = U_m \exp(j\varphi_0)$ на ось отсчета углов, которая вращается вокруг начала координат с угловой скоростью ω_0 в направлении часовой стрелки.



Векторные диаграммы однотонального АМ-сигнала:
а — при t = 0; б — при t > 0

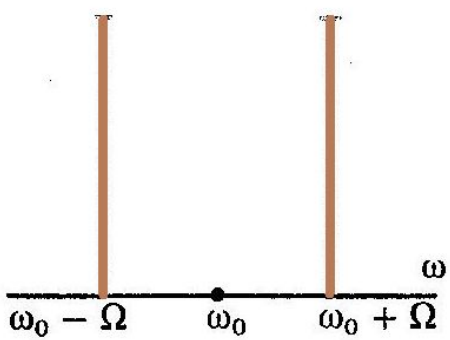
Векторные диаграммы АМ-сигнала в четыре последовательные момента времени



Строя суммарный вектор и проецируя его на ось отсчета углов, можно найти мгновенные значения $u_{\mathrm{AM}}(t)$ в любой момент времени

Балансная амплитудная модуляция

Для более эффективного использования мощности передатчика можно формировать АМ-сигналы с подавленным несущим колебанием, реализуя так называемую *балансную амплитудную модуляцию*. Представление однотонального АМ-сигнала с балансной модуляцией таково:



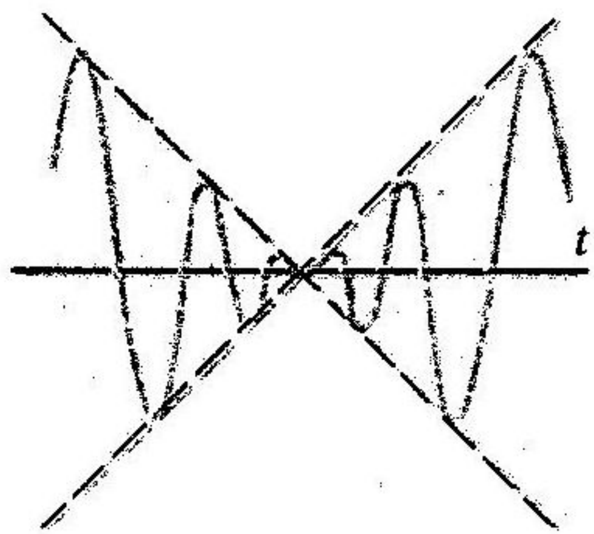
$$u_{БМ}(t) = U_m M \cos(\Omega t + \Phi_0)\cos(\omega_0 t + \varphi_0) =$$
$$= \frac{U_m M}{2}\cos[(\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0 + \Phi_0] +$$
$$+ \frac{U_m M}{2}\cos[(\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0 - \Phi_0].$$

Имеет место перемножение двух сигналов — модулирующего и несущего. Колебания такого вида с физической точки зрения являются *биениями* двух гармонических сигналов с одинаковыми амплитудами и частотами, равными верхней и нижней боковым частотам.

Балансная амплитудная модуляция

Почему в спектре этого сигнала нет несущей частоты?

Дело в том, что при переходе огибающей биений через нуль фаза высокочастотного заполнения скачком изменяется на 180°, поскольку функция cos(t) имеет разные знаки слева и справа от нуля. Если такой сигнал подать на высокодобротную колебательную систему (например, *LC*-контур), настроенную на несущую частоту, то выходной эффект будет очень мал, стремясь к нулю при возрастании добротности. Колебания в системе, возбужденные одним периодом биений, будут гаситься последующим периодом. Именно так с физических позиций принято рассматривать вопрос о реальном смысле спектрального разложения сигнала.



Однополосная амплитудная модуляция

Сигналы с одной боковой полосой (ОБП-или SSB-сигналы — от англ. single sideband) по внешним характеристикам напоминают обычные АМ-сигналы. Например, однотональный ОБП-сигнал с подавленной нижней боковой частотой записывается в виде

$$u_{\text{ОБП}}(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{U_m M}{2} \cos\left[(\omega_0 + \Omega)\,t + \varphi_0 + \Phi_0\right]$$

Проводя тригонометрические преобразования, получаем

$$u_{\text{ОБП}}(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{U_m M}{2} \cos(\Omega t + \Phi_0)\cos(\omega_0 t + \varphi_0) -$$

$$- \frac{U_m M}{2} \sin(\Omega t + \Phi_0)\sin(\omega_0 t + \varphi_0) =$$

$$= U_m \left[1 + \frac{M}{2}\cos(\Omega t + \Phi_0)\right]\cos(\omega_0 t + \varphi_0) -$$

$$- \frac{U_m M}{2} \sin(\Omega t + \Phi_0)\sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

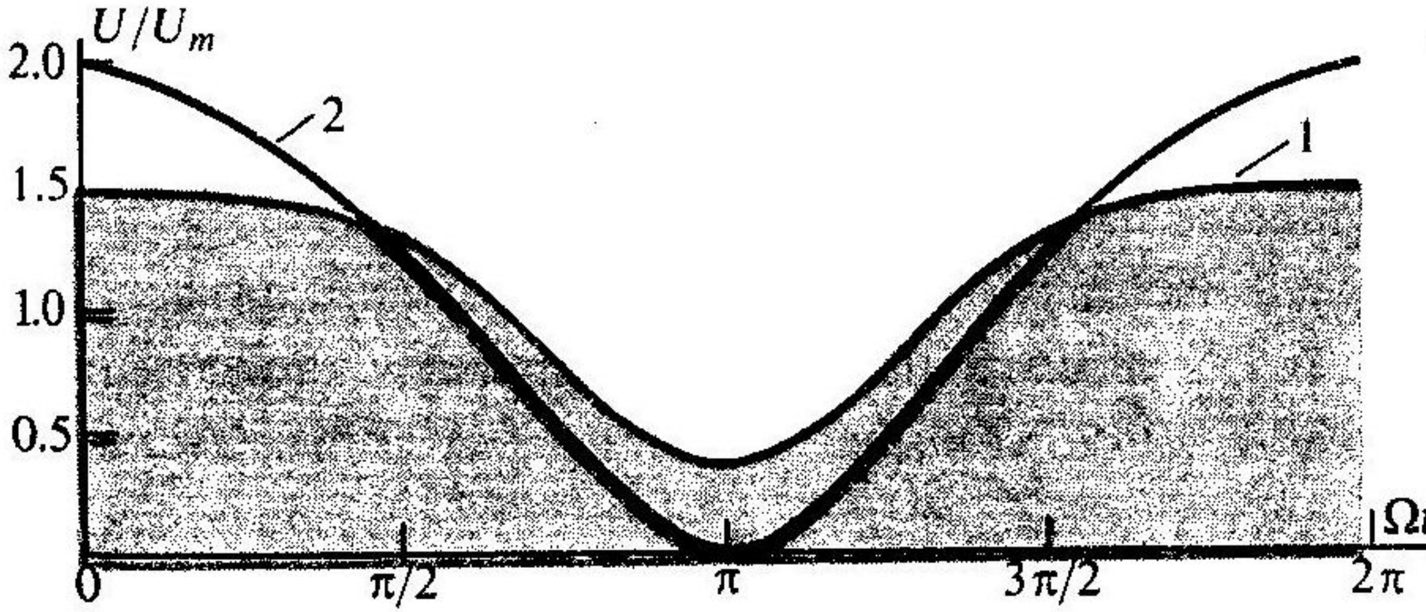
Однополосная амплитудная модуляция

Два последних слагаемых представляют собой произведение двух функций, одна из которых изменяется во времени медленно, а другая — быстро. Принимая во внимание, что «быстрые» сомножители находятся по отношению друг к другу во временной квадратуре, вычисляем медленно изменяющуюся огибающую ОБП-сигнала

$$U(t) = U_m \sqrt{\left[1 + \frac{M}{2}\cos(\Omega t + \Phi_0)\right]^2 + \frac{M^2}{4}\sin^2(\Omega t + \Phi_0)} =$$

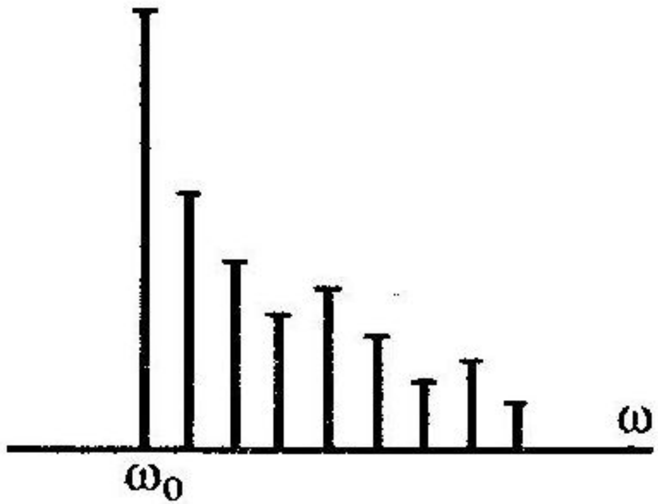
$$= U_m \sqrt{1 + M\cos(\Omega t + \Phi_0) + \frac{M^2}{4}}.$$

Однополосная амплитудная модуляция

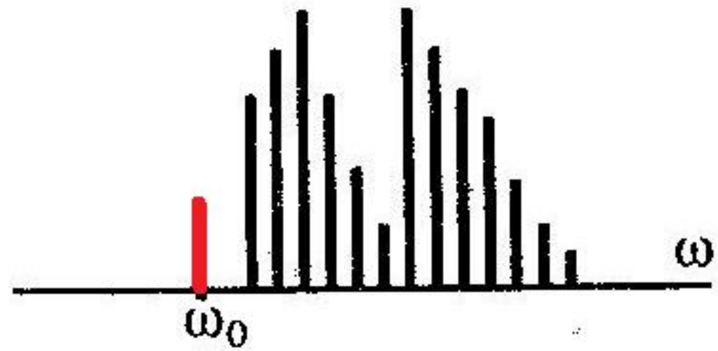


Огибающие однотональных модулированных сигналов при M = 1:
1 — ОБП-сигнала; 2 — обычного АМ-сигнала

Спектр однополосной амплитудной модуляции



Спектр однополосного сигнала с подавленной несущей частотой

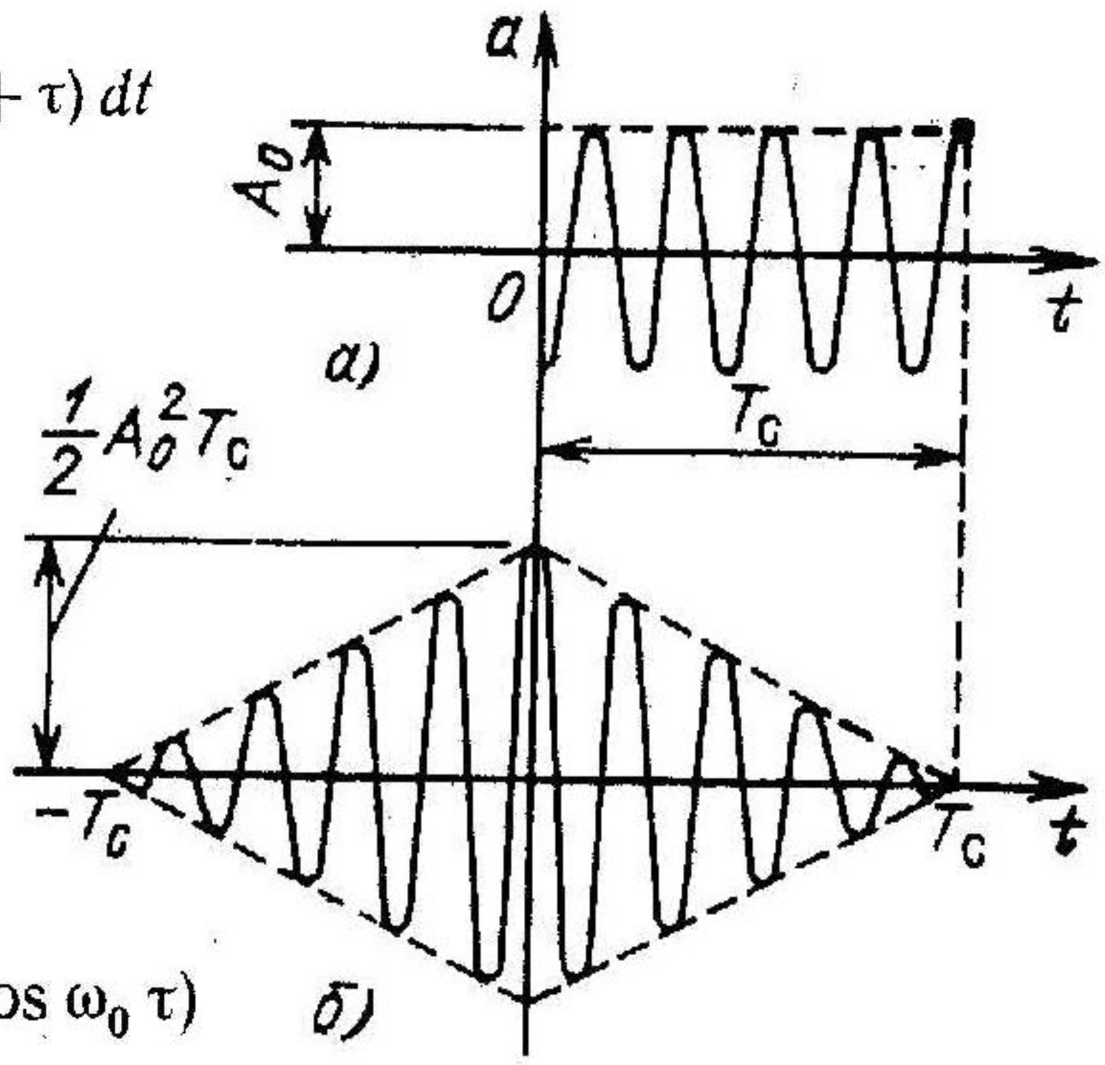


Спектр однополосного сигнала с частичным подавлением несущей частотой

Основное преимущество ОБП-сигналов — двукратное сокращение полосы занимаемых частот

Корреляционная функция модулированного сигнала

$$B_A(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t)\,A(t+\tau)\,dt$$



$$B_a(\tau) = B_A(\tau)\,(^1/_2 \cos\omega_0\tau)$$

Благодарю за внимание!