Основные понятия статистики

$$\bar{x}_{\Gamma} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$D_{\Gamma} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}_{\Gamma}\right)^2$$

$$\sigma_{\Gamma} = \sqrt{D_{\Gamma}}$$

$$\bar{x}_{\text{в}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad \bar{x}_{\text{в}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i$$

$$D_{\text{в}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}_{\text{в}}\right)^2$$

$$D_{\text{в}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i^2 - 2x_i \cdot \bar{x}_{\text{в}} + \left(x_{\text{в}}\right)^2\right) = \overline{x^2} - \bar{x}^2$$

$$D_{\text{в}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i\left(x_i - \bar{x}_{\text{в}}\right)^2$$

$$\sigma_{\text{в}} = \sqrt{D_{\text{в}}} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i\left(x_i - \bar{x}_{\text{в}}\right)^2} = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$$

$$\bar{x}_i = \frac{x_{i-1} + x_i}{2}$$

$$V = \frac{\sigma_{\text{в}}}{\left|\bar{x}\right|} \cdot 100\%$$

$$S_{xy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}_{\text{в}}\right)\left(y_i - \bar{y}_{\text{в}}\right) = \overline{xy} - \bar{x}\cdot\bar{y}$$

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{\sigma_{\text{в}}(X)\sigma_{\text{в}}(Y)} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)\left(y_i - \bar{y}\right)}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \cdot \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2}}$$

$$= \frac{\overline{xy} - \bar{x}\cdot\bar{y}}{\sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}\cdot\sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2}}$$

$$\overline{xy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

Статистические выводы: оценки и проверка гипотез

$$\theta^* = \theta^*(x_1, x_2, ..., x_n)$$

$$\left|\theta - \theta^*\right| \le \varepsilon$$

Несмещенность: $M(\theta^*) = \theta$

Эффективность: $D(\theta^*) = D_{\min}$ $\quad D(\theta_n^*) \underset{n \to \infty}{\to} 0$

Состоятельность: $P\left(\left|\theta^* - \theta\right| < \varepsilon\right) \underset{n \to \infty}{\to} 1$

$$D_{\text{в}} = \sigma^2 \cdot \frac{n-1}{n}$$

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_{\text{в}} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x}\right)^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{k} n_i \left(x_i - \bar{x}\right)^2$$

$$s = \sqrt{s^2}$$

$$P\left(\theta_1 < \theta < \theta_2\right) = 1 - \alpha = \gamma$$

$$P\left(\theta < \theta_1\right) = P\left(\theta > \theta_2\right) = \alpha / 2$$

$$\alpha = 1 - \gamma = 0{,}1; \quad 0{,}05; \quad 0{,}01$$

$$P\left(c_1 < Y\left(\theta\right) < c_2\right) = \int_{c_1}^{c_2} f\left(y, \theta\right) dy = 1 - \alpha$$

$$P\left(Y(\theta) < c_1\right) = P\left(Y(\theta) > c_2\right) = \alpha / 2$$

$$c_1 < Y(\theta) < c_2$$

$$\theta^* - \delta < \theta^* < \theta^* + \delta$$

$$P\left(\theta^* - \delta < \theta < \theta^* + \delta\right) = 1 - \alpha$$

$$\left(\theta^* - \delta, \theta^* + \delta\right)$$

Доверительный интервал для математического ожидания нормальной СВ при известной дисперсии

$$X \sim N(m, \sigma)$$

$$m^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \bar{x} \quad \Rightarrow U = \frac{\bar{x} - m}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

$$\bar{x} - u_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + u_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\Phi(u_{\alpha/2}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{\gamma}{2}$$

Доверительный интервал для математического ожидания нормальной СВ при неизвестной дисперсии

$$X \sim N(m, \sigma)$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 \qquad s = \sqrt{s^2}$$

$$T = \frac{\overline{x} - m}{s/\sqrt{n}}$$

$$\overline{x} - t(\alpha/2, n-1)\cdot\frac{s}{\sqrt{n}} < m < \overline{x} + t(\alpha/2, n-1)\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}$$

Доверительный интервал для дисперсии нормальной СВ

$$X \sim N\left(m, \sigma^2\right)$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2$$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

$$\frac{s^2(n-1)}{\chi^2(\alpha/2, n-1)} < \sigma^2 < \frac{s^2(n-1)}{\chi^2(1-\alpha/2, n-1)}$$