Статистическая проверка гипотез

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_1^{(1)} : \theta \neq \theta_0$$

$$H_1^{(2)} : \theta > \theta_0$$

$$H_1^{(3)} : \theta < \theta_0$$

$$H_1^{(4)} : \theta = \theta_1 \quad (\theta \neq \theta_0)$$

Результаты проверки гипотезы	Возможные состояния гипотезы	
	Верна H_0	Верна H_1
H_0 отклоняется	Ошибка первого рода	Правильный вывод
H_0 не отклоняется	Правильный вывод	Ошибка второго рода

$$\left(-\infty, k_{1-\alpha/2}\right) \cup \left(k_{\alpha/2}, +\infty\right)$$

$$H_1 : \theta \neq \theta_0$$

$$\left(k_{\alpha}, +\infty\right) \qquad H_1 : \theta > \theta_0$$

$$\left(-\infty, k_{1-\alpha}\right) \quad H_1 : \theta < \theta_0$$

Проверка гипотезы о математическом ожидании нормальной СВ при известной дисперсии

$$X \sim N(m, \sigma) \qquad H_0 : m = m_0$$

$$U = \frac{\bar{x} - m_0}{\sigma / \sqrt{n}} \qquad U \sim N(0,1)$$

$$H_1^{(1)} : m \neq m_0 \qquad u_{1-\alpha/2} = -u_{\alpha/2}$$

$$\Phi(u_{\alpha/2}) = \frac{1-\alpha}{2}$$

$$|U_{набл}| = \left| \frac{\bar{x} - m_0}{\sigma / \sqrt{n}} \right| < u_{\alpha/2}$$

$$|U_{набл}| \geq u_{\alpha/2}$$

$$H_1^{(2)} : m > m_0$$

$$\Phi(u_\alpha) = \frac{1 - 2\alpha}{2}$$

$$U_{набл} < u_\alpha$$

$$U_{набл} \geq u_\alpha$$

$$H_1^{(3)} : m < m_0$$

$$u_{1-\alpha} = -u_\alpha$$

$$U_{набл} > u_{1-\alpha}$$

$$U_{набл} \leq u_{1-\alpha}$$

Проверка гипотезы о математическом ожидании нормальной СВ при неизвестной дисперсии

$$X \sim N(m, \sigma) \qquad H_0 : m = m_0$$

$$T = \frac{\bar{x} - m_0}{s / \sqrt{n}} \qquad H_1^{(1)} : m \neq m_0$$

$$t(\alpha / 2, n-1), \quad t(1 - \alpha / 2, n-1) = -t(\alpha / 2, n-1)$$

$$| T_{набл} | = \left| \frac{\bar{x} - m_0}{s / \sqrt{n}} \right| < t(\alpha / 2, n-1)$$

$$| T_{набл} | \geq t(\alpha / 2, n-1)$$

$$H_1^{(2)}: m > m_0 \qquad t(\alpha, n-1)$$

$$T_{набл} < t(\alpha, n-1)$$

$$T_{набл} \geq t(\alpha, n-1)$$

$$H_1^{(3)}: m < m_0 \quad t(1-\alpha, n-1) = -t(\alpha, n-1)$$

$$T_{набл} > -t(\alpha, n-1)$$

$$T_{набл} \leq -t(\alpha, n-1)$$

Проверка гипотезы о величине дисперсии нормальной СВ

$$X \sim N(m, \sigma)$$

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

$$H_1^{(1)} : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

$$\chi^2(\alpha / 2, n-1) \qquad \chi^2(1-\alpha / 2, n-1)$$

$$\chi^2(1-\alpha / 2, n-1) < \chi^2_{набл} < \chi^2(\alpha / 2, n-1)$$

$$\chi^2_{набл} \le \chi^2\left(1-\alpha/2, n-1\right)$$

$$\chi^2_{набл} \ge \chi^2\left(\alpha/2, n-1\right)$$

$$H_1^{(2)}: \sigma^2 > \sigma_0^2$$

$$\chi^2(\alpha, n-1)$$

$$\chi^2_{набл} < \chi^2(\alpha, n-1)$$

$$\chi^2_{набл} \geq \chi^2(\alpha, n-1)$$

$$H_1^{(3)}: \sigma^2 < \sigma_0^2$$

$$\chi^2(1-\alpha, n-1)$$

$$\chi^2_{набл} > \chi^2(1-\alpha, n-1)$$

$$\chi^2_{набл} \leq \chi^2(1-\alpha, n-1)$$

Проверка гипотезы о равенстве мат. ожиданий двух нормальных СВ (известные дисперсии)

$$X \sim N(m_x, \sigma_x), \quad Y \sim N(m_y, \sigma_y)$$

$$H_0 : M(X) = M(Y)$$

$$U = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n} + \frac{\sigma_y^2}{k}}} \sim N(0,1)$$

$$H_1^{(1)}: M(X) \neq M(Y)$$

$$u_{\alpha/2}: \Phi(u_{\alpha/2}) = \frac{1-\alpha}{2}$$

$$u_{1-\alpha/2} = u_{\alpha/2}$$

$$|U_{набл}| < u_{\alpha/2}$$

$$|U_{набл}| \geq u_{\alpha/2}$$

$$H_1^{(2)} : M(X) > M(Y)$$

$$u_\alpha : \Phi(u_\alpha) = \frac{1-2\alpha}{2}$$

$$U_{набл} < u_\alpha$$

$$U_{набл} \geq u_\alpha$$

$$H_1^{(3)}: M(X) < M(Y)$$

$$u_{1-\alpha} = -u_\alpha$$

$$U_{набл} > u_{1-\alpha}$$

$$U_{набл} \le u_{1-\alpha}$$

Проверка гипотезы о равенстве мат. ожиданий двух нормальных СВ (дисперсии неизвестны)

$$X \sim N\left(m_x, \sigma_x\right), \quad Y \sim N\left(m_y, \sigma_y\right)$$

$$H_0 : M\left(X\right) = M\left(Y\right)$$

$$T = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\left(n-1\right)s_x^2 + \left(k-1\right)s_y^2}} \sqrt{\frac{nk\left(n+k-2\right)}{n+k}}$$

$$H_1^{(1)}: M(X) \neq M(Y)$$

$$t(1-\alpha/2, n+k-2) = -t(\alpha/2, n+k-2)$$

$$|T_{набл}| < t(\alpha/2, n+k-2)$$

$$|T_{набл}| \geq t(\alpha/2, n+k-2)$$

$$H_1^{(2)} : M(X) > M(Y)$$

$$t(\alpha, n + k - 2)$$

$$T_{набл} < t(\alpha, n + k - 2)$$

$$T_{набл} \geq t(\alpha, n + k - 2)$$

$$H_1^{(3)} : M(X) < M(Y)$$

$$t(1-\alpha, n+k-2) = -t(\alpha, n+k-2)$$

$$T_{набл} > t(1-\alpha, n+k-2)$$

$$T_{набл} \le t(1-\alpha, n+k-2)$$

Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных СВ

$$X \sim N\left(m_x, \sigma_x^2\right), \quad Y \sim N\left(m_y, \sigma_y^2\right)$$

$$H_0 : \sigma_x^2 = \sigma_y^2 \qquad x_1, x_2, \ldots, x_n \qquad y_1, y_2, \ldots, y_k$$

$$F_{\text{íàáë}} = \frac{s_x^2}{s_y^2}$$

$$H_1^{(1)} : \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2 \qquad F_{\text{табл}}\left(\alpha / 2; n-1; k-1\right)$$

$$F_{\text{набл}} < F_{\text{табл}}\left(\alpha / 2; n-1; k-1\right)$$

$$F_{\text{набл}} \geq F_{\text{табл}}\left(\alpha / 2; n-1; k-1\right)$$

$$H_1^{(2)}: \sigma_x^2 > \sigma_y^2 \qquad F_{табл}(\alpha; n-1; k-1)$$

$$F_{набл} < F_{табл}(\alpha; n-1; k-1)$$

$$F_{набл} \geq F_{табл}(\alpha; n-1; k-1)$$