



**Взаимное положение  
прямой и плоскости.**

**Взаимное положение  
плоскостей.**

**Лекция № 4**

# План лекции

1

**Параллельность  
прямой и плоскости**

2

**Пересечение прямой  
и плоскости**

3

**Параллельность двух  
плоскостей**

4

**Пересечение двух  
плоскостей**

# 1. Параллельность прямой и плоскости

**Прямая параллельна плоскости**, если она параллельна какой-либо прямой, принадлежащей в заданной плоскости.

# 7. Параллельность прямой и плоскости

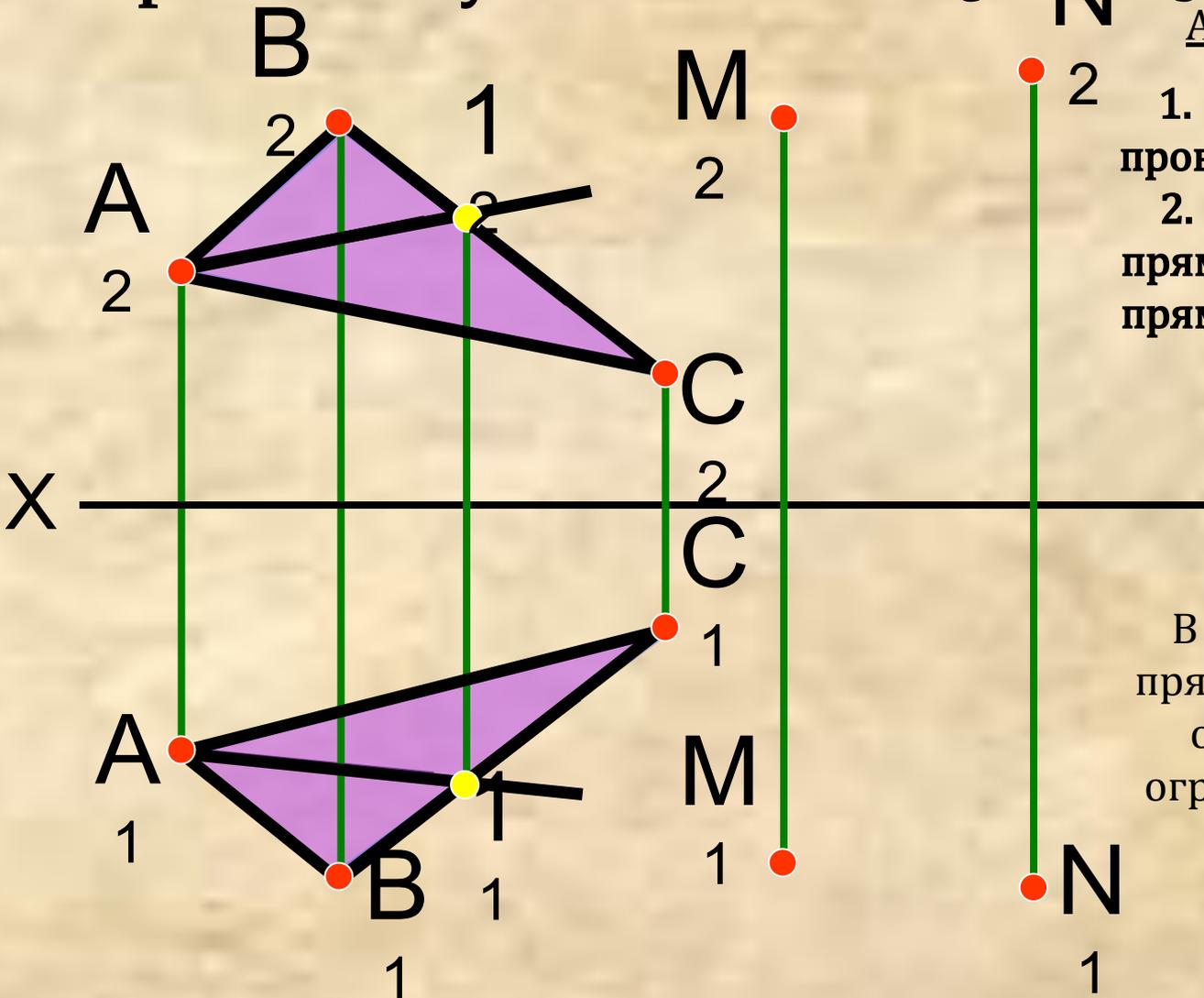
**Задача. Через точку  $M$  провести прямую, параллельную плоскости  $\{\Delta ABC\}$ .**

Алгоритм решения:

1. В плоскости  $\{\Delta ABC\}$  провести любую прямую ( $A1$ );
2. Через точку  $M$  провести прямую ( $MN$ ), параллельную прямой ( $A1$ );

**Примечание:**

В качестве произвольной прямой может быть выбрана одна из сторон фигуры, ограничивающей плоскость



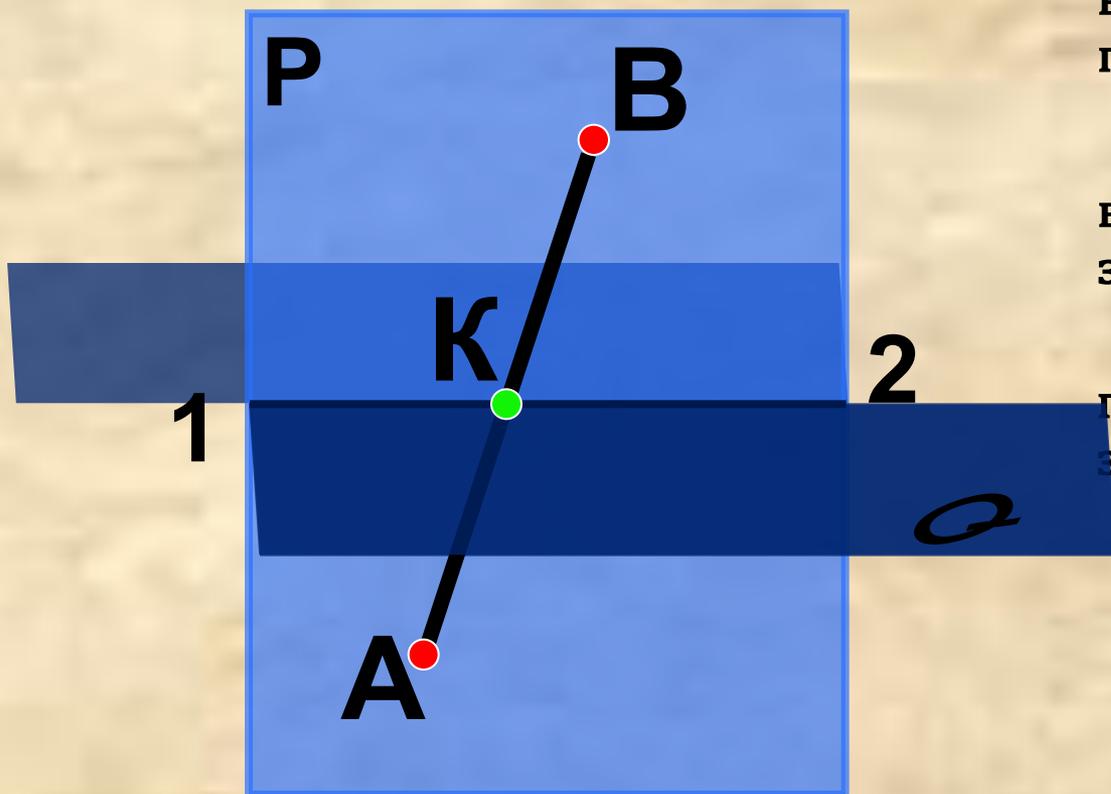
## 2. Пересечение прямой и плоскости

Задачи на определение пересечения (общих элементов) заданных поверхностей называются **ПОЗИЦИОННЫМИ.**

# Определение точки пересечения прямой и плоскости

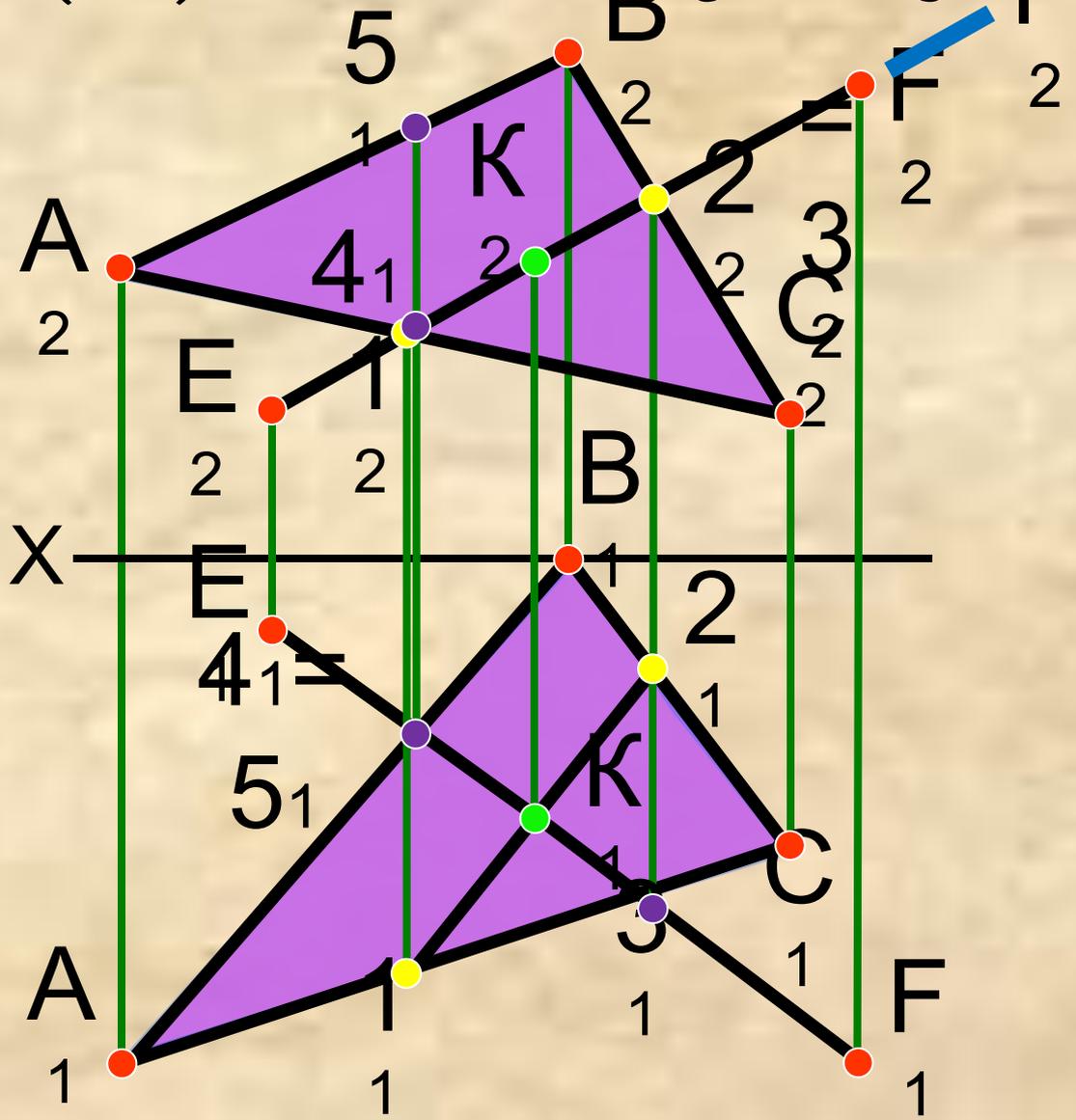
Алгоритм решения:

1. Через прямую (АВ) ввести вспомогательную проецирующую плоскость Р;
2. Найти линию пересечения вспомогательной плоскости с заданной;
3. Определить точку пересечения построенной линии с заданной;
4. Определить видимость .



## 2. Пересечение прямой и плоскости

Задача. Определить точку пересечения прямой (AB) и плоскости  $\{\Delta DEF\}$ .



Дано:

$\{\Delta ABC\}$ :  $A(110, 70, 40)$ ,  
 $B(50, 0, 70)$ ,  
 $C(20, 40, 20)$ ;  
 $(EF)$ :  $E(90, 10, 20)$ ,  
 $F(10, 70, 65)$ ;

Найти:

$K = \{\Delta ABC\} \cap (EF)$

Решение:

1.  $P: P \perp P_2, (EF) \in P$ ;
2.  $(12) = P \cap \{\Delta ABC\}$ ;
3.  $K = (12) \cap (EF)$ ;
4. Определить видимость прямой  $(EF)$  с помощью конкурирующих точек.

### 3. Параллельность двух плоскостей

**Две плоскости параллельны**, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

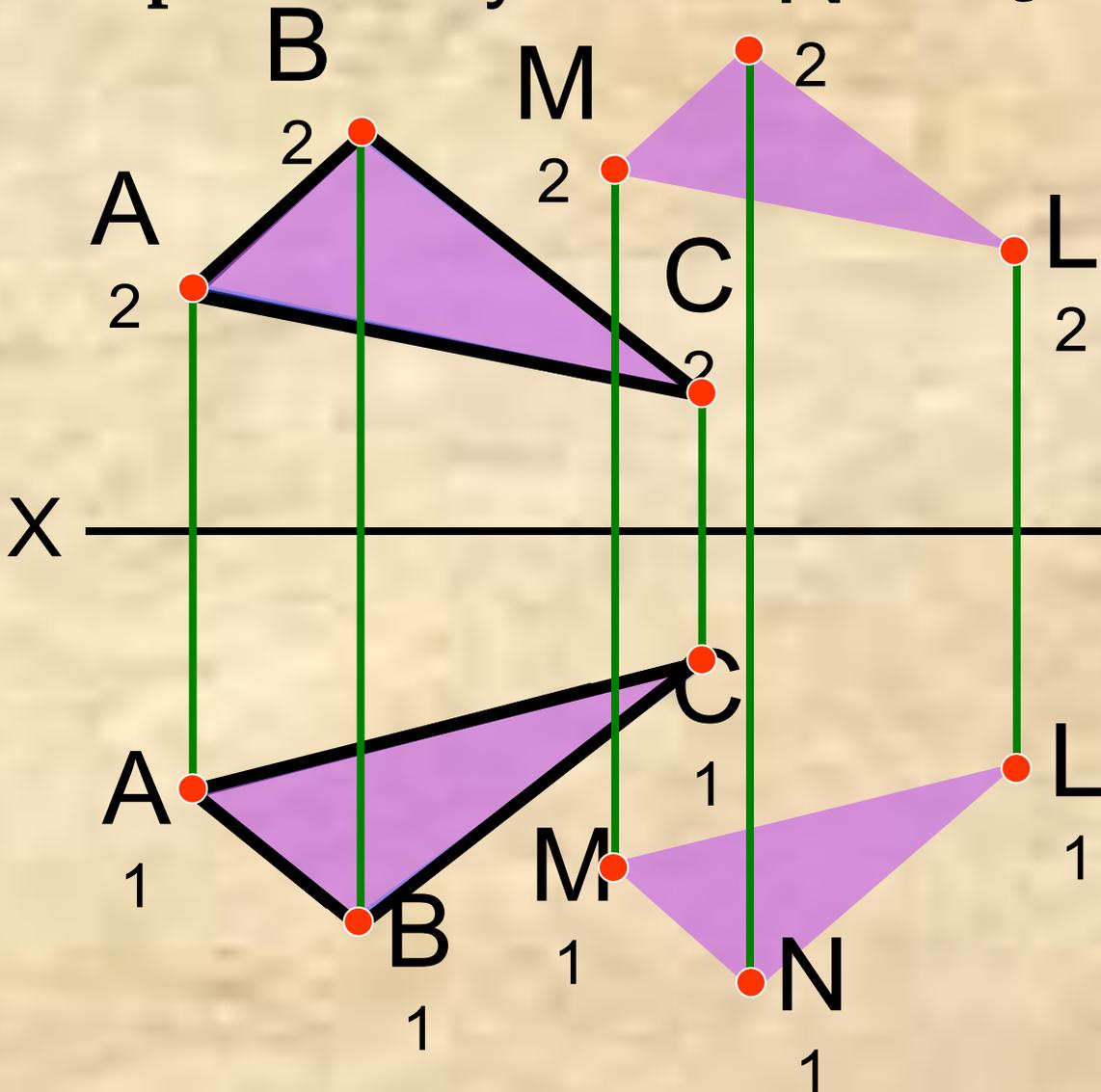
### 3. Параллельность двух плоскостей

**Задача. Через точку  $M$  провести плоскость, параллельную плоскости  $\{\Delta ABC\}$ .**

Алгоритм решения:

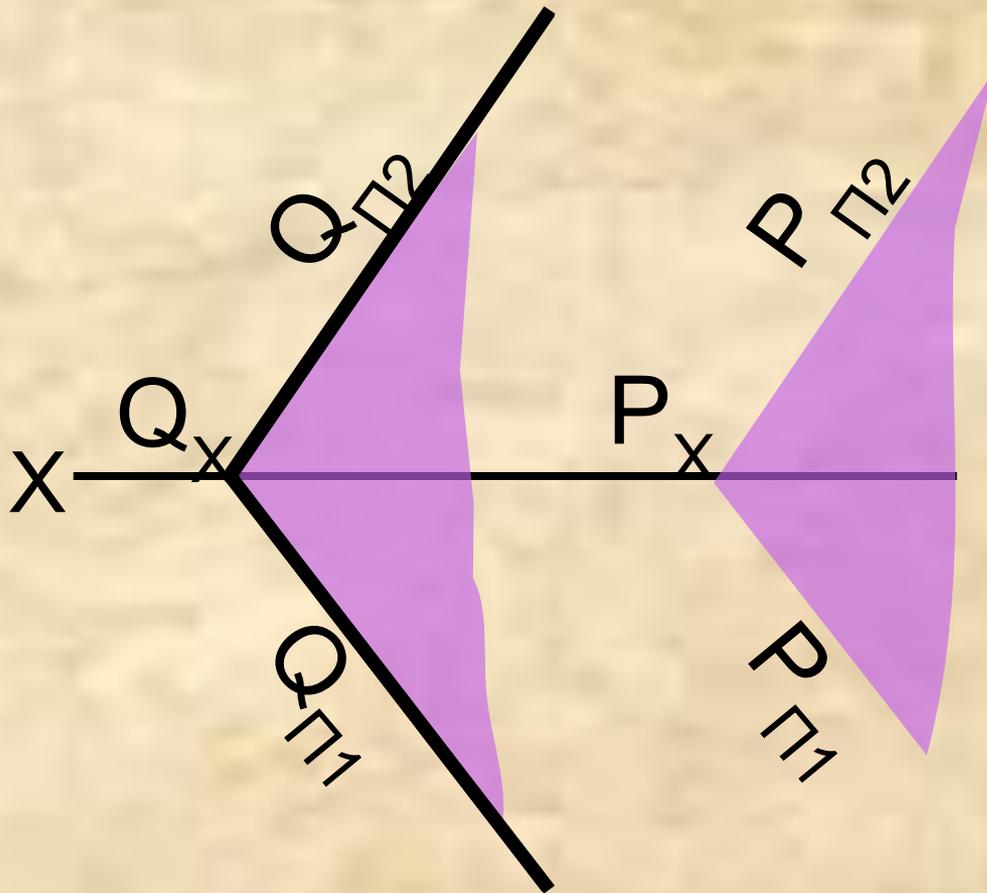
1. В плоскости  $\{\Delta ABC\}$  выбрать две пересекающиеся прямые, например,  $(AB)$  и  $(AC)$ ;
2. Через точку  $M$  провести прямые  $(MN)$  и  $(ML)$ , параллельные выбранным прямым  $(AB)$  и  $(AC)$ , соответственно;

Пересекающиеся прямые  $(MN)$  и  $(ML)$  задают искомую плоскость.



3. Параллельность двух плоскостей

**Замечание.** Если плоскости параллельны, то их одноименные следы также параллельны.



$$\begin{array}{l} 1. P_{\Pi 1} // Q_{\Pi 1} \\ 2. P_{\Pi 2} // Q_{\Pi 2} \end{array} \Bigg| \longrightarrow \{P\} // \{Q\}$$

# 4. Пересечение двух плоскостей

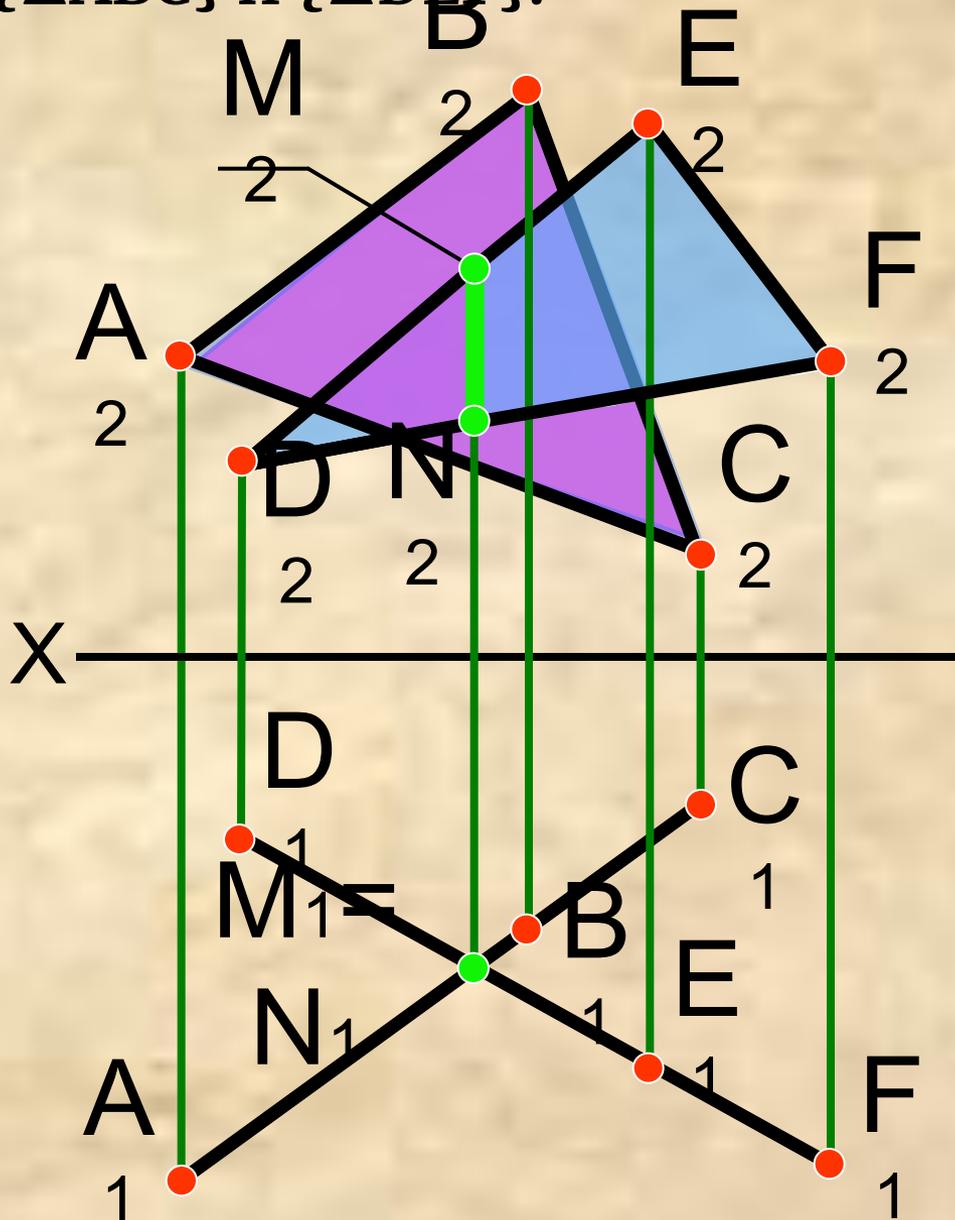
Пересечение проецирующих плоскостей

Пересечение плоскости общего положения и проецирующей

Пересечение плоскостей общего положения

## 4. Пересечение плоскостей

Задача. Определить точку пересечения плоскостей  $\{\Delta ABC\}$  и  $\{\Delta DEF\}$ .



Дано:  $\{\Delta ABC\} \perp \Pi_1$ ;  
 $\{\Delta DEF\} \perp \Pi_1$ .

Найти:  $(MN) = \{\Delta ABC\} \cap \{\Delta DEF\}$

Решение:

1. Так как заданные плоскости горизонтально-проецирующие, то на горизонтальной плоскости проекций их общим элементом является горизонтально-проецирующая прямая ( $MN$ );
2. Определить видимость плоскостей.

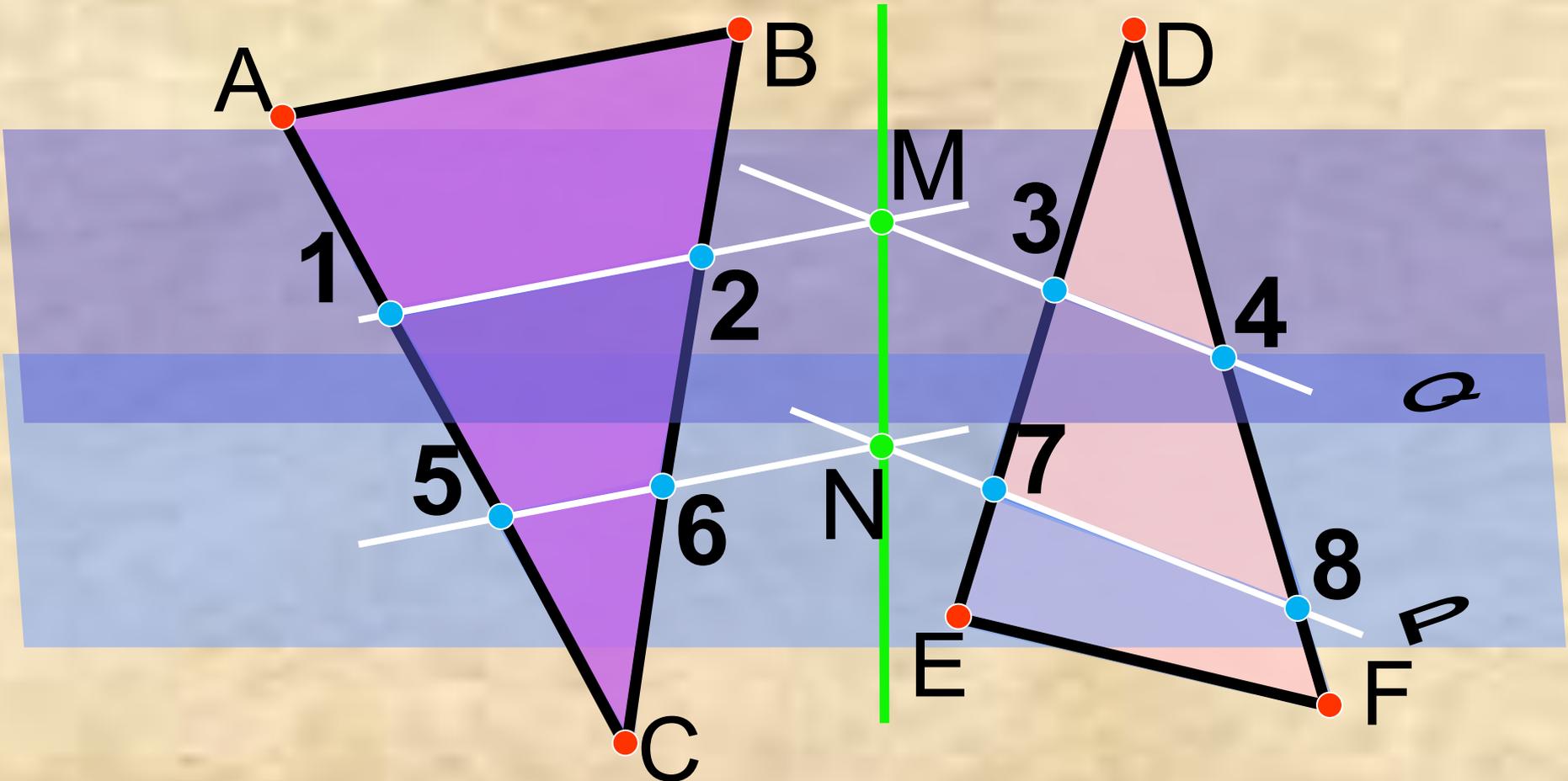


# 4. Пересечение

## Определение линии пересечения плоскостей общего положения

Алгоритм решения:

2. Найти линии пересечения плоскостей с заданными;
3. Найти точку пересечения этих линий;
4. Проверить принадлежность найденной точки обеим плоскостям;
5. Проверить видимость линии пересечения;
6. Проверить видимость плоскостей;
7. Найденные точки задают искомую линию пересечения;



# 4. Пересечение

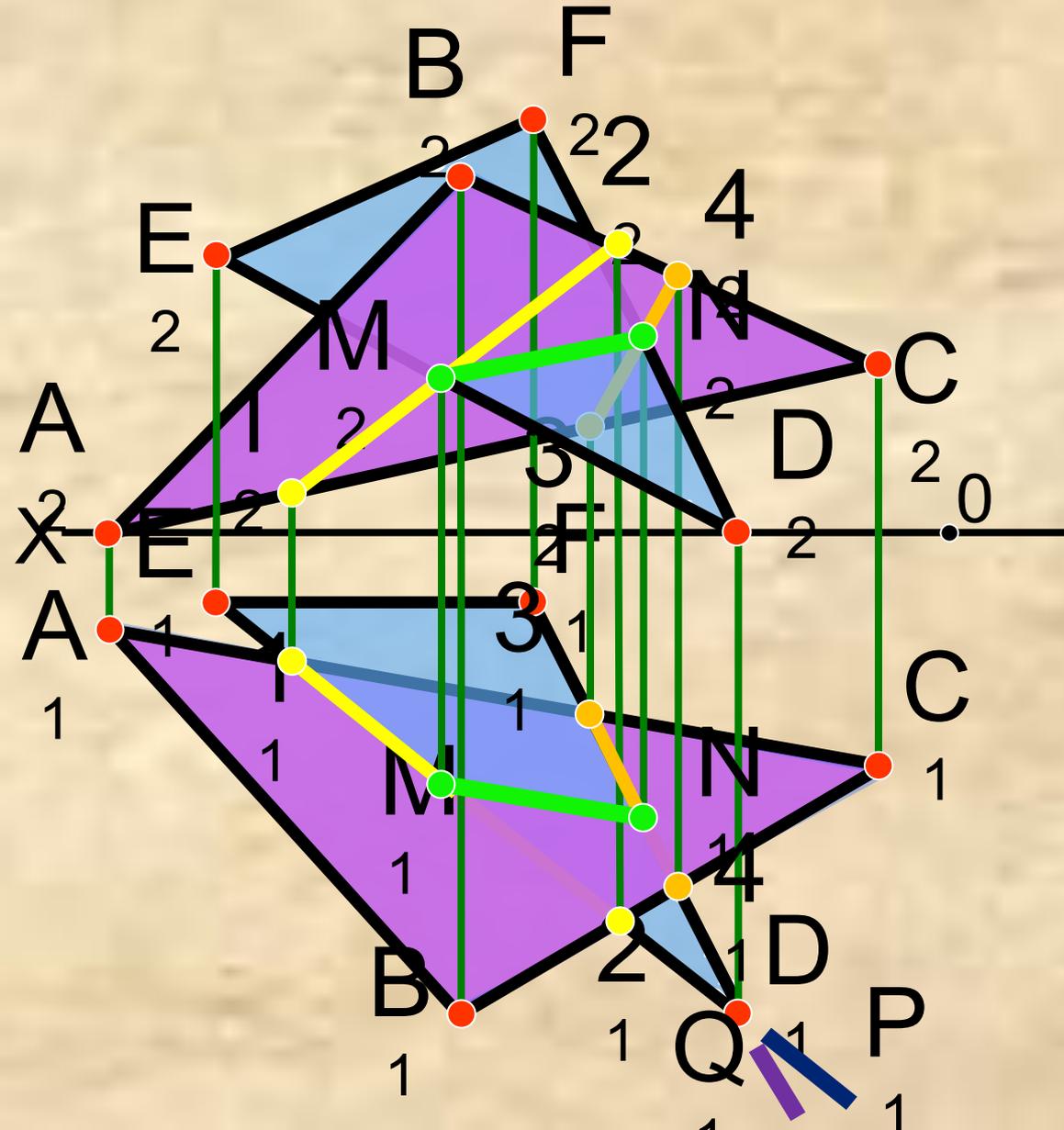
**Задача.** Определить линию пересечения двух плоскостей.

Дано:  $\{\Delta ABC\}$ :  $A(120, 15, 0)$ ,  
 $B(70, 70, 50)$ ,  
 $C(10, 35, 25)$ ;  
 $\{\Delta DEF\}$ :  $D(30, 70, 0)$ ,  
 $E(105, 10, 40)$ ,  
 $F(60, 10, 60)$ .

Найти:  $(MN) = \{\Delta ABC\} \cap \{\Delta DEF\}$

Решение:

1.  $\{P\}: (DE) \in P$ ,
- $P \perp \Pi_1$ ;
2.  $(12) = \{P\} \cap \{\Delta ABC\}$ ;
3.  $M = (12) \cap (DE)$ ;
4.  $\{Q\}: (DF) \in Q$ ,
- $Q \perp \Pi_1$ ;
5.  $(34) = \{Q\} \cap \{\Delta ABC\}$ ;
6.  $N = (34) \cap (DF)$ ;
7.  $(MN)$  – искомая линия пересечения плоскостей;
8. Определить видимость плоскостей.



# Авторы:

доценты кафедры «Начертательная геометрия,  
инженерная и компьютерная графика» Омского  
Государственного технического университета:

Бондарев Олег Александрович, к.т.н.,

Кайгородцева Наталья Викторовна, к.пед.н.